

## РАБОТА 20

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ПРОВОДЯЩИХ ЛИСТАХ

**Цель работы.** Получить опытным путём картину равного электрического потенциала, построить на ней линии напряженности плоскопараллельного электростатического поля, определить удельную проводимость материала листа и рассчитать емкость исследуемой системы разноименно заряженных тел.

#### *Пояснения к работе*

Любое электростатическое поле характеризуется основными величинами: напряженность поля  $\vec{E}$  и потенциал  $\varphi$ . Напряженность электростатического поля – величина векторная, определяемая в каждой точке величиной и направлением. Потенциал является величиной скалярной, значение потенциала определяется в каждой точке поля некоторым числом.

Электростатическое поле определено, если известен закон изменения напряженности поля или потенциала во всех его точках.

Электростатическое поле можно охарактеризовать совокупностью силовых и эквипотенциальных линий. Силовая линия – это мысленно проведенная в поле линия, начинающаяся на положительно заряженном теле и оканчивающаяся на отрицательно заряженном теле. Касательная к ней в любой точке совпадает по направлению с вектором напряженности. Эквипотенциальная поверхность – совокупность точек поля, имеющих одинаковый потенциал. Проекция эквипотенциальной поверхности на секущую плоскость дает эквипотенциальную линию.

Эквипотенциальные и силовые линии пересекаются под прямым углом.

Напряженность и потенциал электростатического поля связаны выражением:

$$\vec{E} = -grad\varphi, \quad (20.1)$$

т.е. напряженность в какой-либо точке поля равна скорости изменения потенциала в этой точке, взятой с обратным знаком.

В электростатике часто встречаются задачи, когда по известным значениям потенциалов (или полных зарядов) и геометрии тел, создающих поле, требуется найти закон изменения напряженности поля или потенциала во всех точках поля. В простых случаях задачи на аналитический расчет решают путем использования теоремы Гаусса в интегральной форме. В более сложных случаях используют уравнение Лапласа, либо интегрируя его непосредственно без вспомогательных приемов, либо используя метод зеркальных изображений (в случае неоднородной среды).

Уравнения Пуассона и Лапласа являются основными дифференциальными уравнениями электростатики. Они вытекают из теоремы Гаусса в дифференциальной форме.

$$\nabla^2 \varphi = -\rho_{\text{своб}} / \epsilon_a . \quad (20.2)$$

Уравнение (20.2) называют уравнением Пуассона:  $\nabla^2 = \text{div grad}$  – оператор Лапласа или лапласиан;  $\varphi$  - потенциал в точке;  $\rho_{\text{своб}}$  - объемная плотность свободного заряда;  $\epsilon_a$  - абсолютная диэлектрическая проницаемость вещества.

Свободными называются заряды, которые под воздействием сил поля могут свободно перемещаться в веществе, их перемещение не ограничивается внутримолекулярными силами.

Частный вид уравнения Пуассона, когда  $\rho_{\text{своб}} = 0$ , называют уравнением Лапласа и записывают так:

$$\nabla^2 \varphi = 0 . \quad (20.3)$$

Электростатическое поле в области, где нет свободных зарядов, а также постоянное магнитное поле в области, где нет токов, описывается такими же уравнениями, как и поле постоянного тока в проводящей среде вне источников энергии, в частности, уравнением Лапласа (20.3).

Поскольку уравнение Лапласа имеет единственное решение при заданных граничных условиях, то при подобных граничных условиях в диэлектрике и в проводящей среде распределение потенциала будет одинаковым в обеих средах. Это подобие позволяет моделировать как электростатические, так и магнитные поля полем электрического тока в проводящей среде. Соблюдение подобных граничных условий сводится к геометрическому подобию областей, в которых исследуется поле.

Плоский проводящий лист позволяет моделировать распределение электрического потенциала или магнитных силовых линий в сечении плоскопараллельного поля, перпендикулярном длинным заряженным проводникам или проводникам с током. Эквипотенциальные линии в проводящем листе соответствуют эквипотенциальным линиям в электростатическом поле между заряженными проводниками. При моделировании магнитного поля эквипотенциальные линии в проводящем листе соответствуют магнитным силовым линиям при протекании тока в проводниках.

Собранная установка для моделирования с одним из планшетов показана на рис. 20.1. Остальные четыре планшета - на рис. 20.2.

Электрическое поле в проводящих листах создается электрическим током, растекающимся по листу между точками подвода и отвода тока.

Так как толщина листа незначительна и одинакова для всего листа, то уже на малом расстоянии от места подвода и отвода тока можно считать, что линии тока по всей толщине листа параллельны поверхности листа. Следовательно, поле можно считать плоскопараллельным.

На листах экспериментальным путём, а в некоторых случаях и по результатам расчёта, можно построить линии равного потенциала и линии тока. Последние совпадают с линиями напряжённости электрического поля, поскольку векторы плотности тока ( $\vec{\delta}$ ) и напряжённости электрического поля ( $\vec{E}$ ) пропорциональны:  $\vec{\delta} = \gamma \vec{E}$ ,  $\gamma [1/(Ом \cdot м)]$  – удельная проводимость среды.

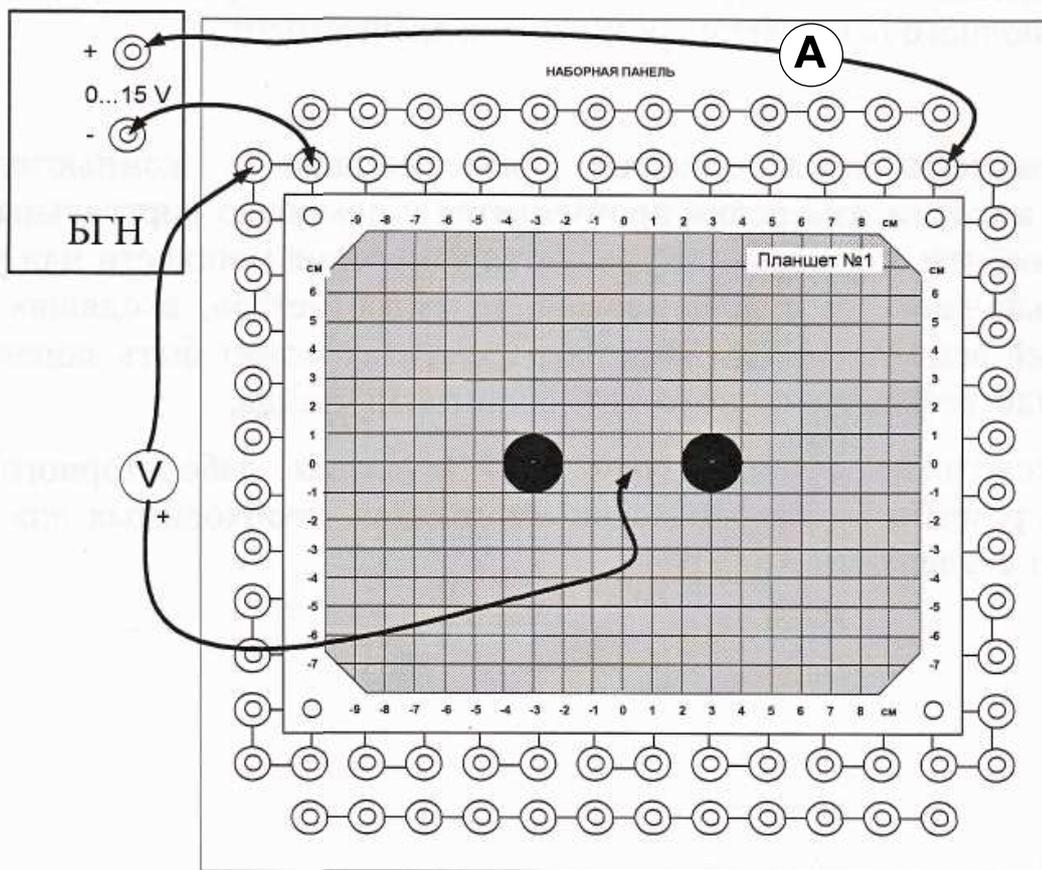


Рис. 20.1

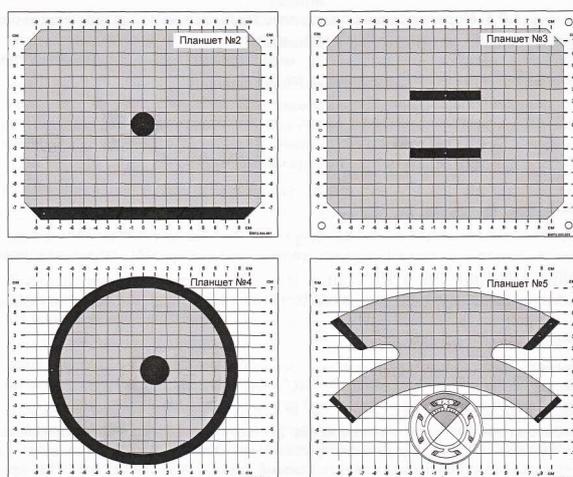


Рис. 20.2

Совокупность линий равного потенциала (эквипотенциалей) и линий напряжённости поля (силовых линий) образует картину поля, ячейка картины поля показана на рис. 20.3.

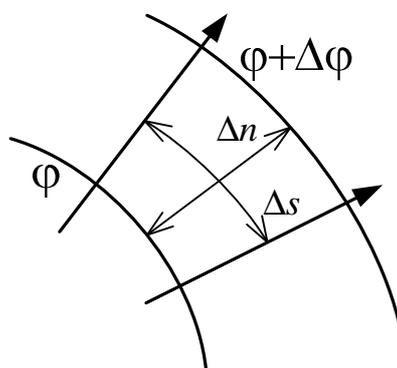


Рис. 20.3

При построении картины плоскопараллельного поля придерживаются следующих правил.

1. Разность потенциалов соседних линий равного потенциала должна быть одинаковой,  $\Delta\phi = const$ .

2. Линии напряжённости поля проводятся перпендикулярно эквипотенциалам.

3. Отношение средней длины к средней ширине ячейки поля сохраняют одинаковым, обычно принимая равными:  $\Delta s = \Delta n$ .

Если картина поля построена с соблюдением этих правил, то в трубках потока вектора напряженности поля (в трубках тока), ограниченных соседними силовыми линиями, будет одинаковый поток вектора напряжённости (ток).

В этом случае по картине поля можно определить среднюю напряжённость поля в пределах ячейки поля

$$E_{CP} = \frac{\Delta\phi}{\Delta n}, \quad (20.4)$$

среднюю плотность тока

$$\delta_{CP} = \gamma E_{CP} \quad (20.5)$$

и сопротивление листа  $r$  между точками привода и отвода тока.

Поскольку длина ячейки равна ширине, то сопротивление ячейки не зависит от её размеров

$$r_n = \frac{\ell}{\gamma S} = \frac{\Delta n}{\gamma \Delta s d} = \frac{1}{\gamma d}, \quad (20.6)$$

где  $d$  – толщина листа.

Сопротивление листа между точками подвода и отвода тока можно выразить через сопротивление ячейки

$$r = r_n \frac{N}{M} = \frac{U}{I}, \quad (20.7)$$

т.е. подсчитав число  $N$  последовательных ячеек между крайними линиями равного потенциала в одной трубке тока и число  $M$  параллельных трубок в листе или определить по закону Ома, измерив ток  $I$  и напряжение  $U$  между точками подвода и отвода тока (рис. 20.2).

На основании аналогии между электрическим полем постоянного тока и электростатическим полем находим емкость исследуемой системы разноименно заряженных тел, расположенных в воздухе ( $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$  Ф/м)

$$C = \frac{\epsilon_0}{\gamma} \cdot \frac{1}{r} . \quad (20.8)$$

Из формул (20.6–20.8) при заданной толщине листа  $d$  нетрудно определить удельную проводимость  $\gamma$  материала листов и емкость  $C$ .

### *Подготовка к работе*

Проработав теоретический материал, ответить на следующие вопросы.

1. Написать уравнение линии равного потенциала.
2. Написать уравнение линии напряжённости электрического поля.
3. На основании формул (20.6–20.8) при заданной толщине листа  $d$  записать соотношение для расчета удельной проводимости  $\gamma$  материала листов.

### *Схема электрической цепи*

Схема электрической цепи приведена на рис. 20.1. Для питания цепи используется источник постоянного регулируемого напряжения. Для измерения потенциалов и подводимого тока к листу используются вольтметр и амперметр с пределами 20 В и 200 мА соответственно. В табл. 20.1 указаны согласно варианту номер листа (планшета) и устанавливаемое напряжение на зажимах источника.

Таблица 20.1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
№ листа	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2
$U$ В	15	12,5	10	7,5	5	15	12,5	10	7,5	5

### *Порядок выполнения работы*

1. Установить на наборную панель один из вариантов конфигурации проводящего листа (планшет 1,2, 3 или 4) в соответствии с номером варианта из таблицы 20.1 и собрать схему по рис. 20.1.

2. Приготовить рисунок расположения электродов с координатной сеткой (см. приложение 1).

3. Включить выключатель сети блока генераторов напряжений (БГН) и убедиться, что один из электродов имеет потенциал, равный нулю, а другой - потенциал, равный напряжению источника питания.

4. Установить при помощи вольтметра согласно варианту напряжение источника питания  $U$  и измерить величину тока  $I$ . Выбрать шаг изменения потенциала  $\Delta\phi$  (например: 1, 2 или 2,5 В), так чтобы на картине поля получилось 4÷5 эквипотенциальных линий. Величины  $U$ ,  $I$ ,  $\Delta\phi$  записать в табл. 20.2.

5. Перемещая зонд от точки нулевого потенциала по оси симметрии к другому электроду, найти точки с потенциалами  $\Delta\phi$ ,  $2\cdot\Delta\phi$ ,  $3\cdot\Delta\phi$ ,  $4\cdot\Delta\phi$ ,  $5\cdot\Delta\phi$ . Найденные точки отметить на подготовленном рисунке с координатной сеткой.

6. Перемещая зонд из точки с потенциалом  $\Delta\phi$  вокруг электрода (слегка приближаясь или удаляясь от него), найти точки равного потенциала и отметить их на рисунке. Точки равного потенциала соединить плавной кривой. Аналогично построить другие эквипотенциальные линии.

*Примечание:* В каждом варианте проводящего листа имеются одна или две оси симметрии, поэтому можно ограничиться исследованием половины или четверти проводящей области листа.

7. Пользуясь известными правилами графического построения картины поля, построить силовые линии напряжённости поля.

8. Определить сопротивление  $r$  между точками подвода и отвода тока по закону Ома и при толщине листа  $d = 0,02 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ м}$  по формуле п.3 подготовки рассчитать удельную проводимость материала листа  $\gamma$ . По (20.8) найти емкость  $C$ . Величины записать в табл. 20.2.

9. Определить среднюю напряжённость электрического поля по формуле (20.4) в одной из ячеек картины поля и среднюю плотность тока (20.5). Покажите направление вектора напряженности в этой точке на рисунке. Найденные значения записать в табл. 20.2.

Таблица 20.2

$U$	$I$	$\Delta\phi$	$r$	$\gamma$	$C$	$E_{CP}$	$\delta_{CP}$
В	мА	В	Ом	См/м	пФ	В/м	А/м <sup>2</sup>

10. Проанализировать полученные результаты и сформулировать общие выводы по работе.