

# Лекция №2

**Метод контурных токов.**

**Метод узловых потенциалов.**

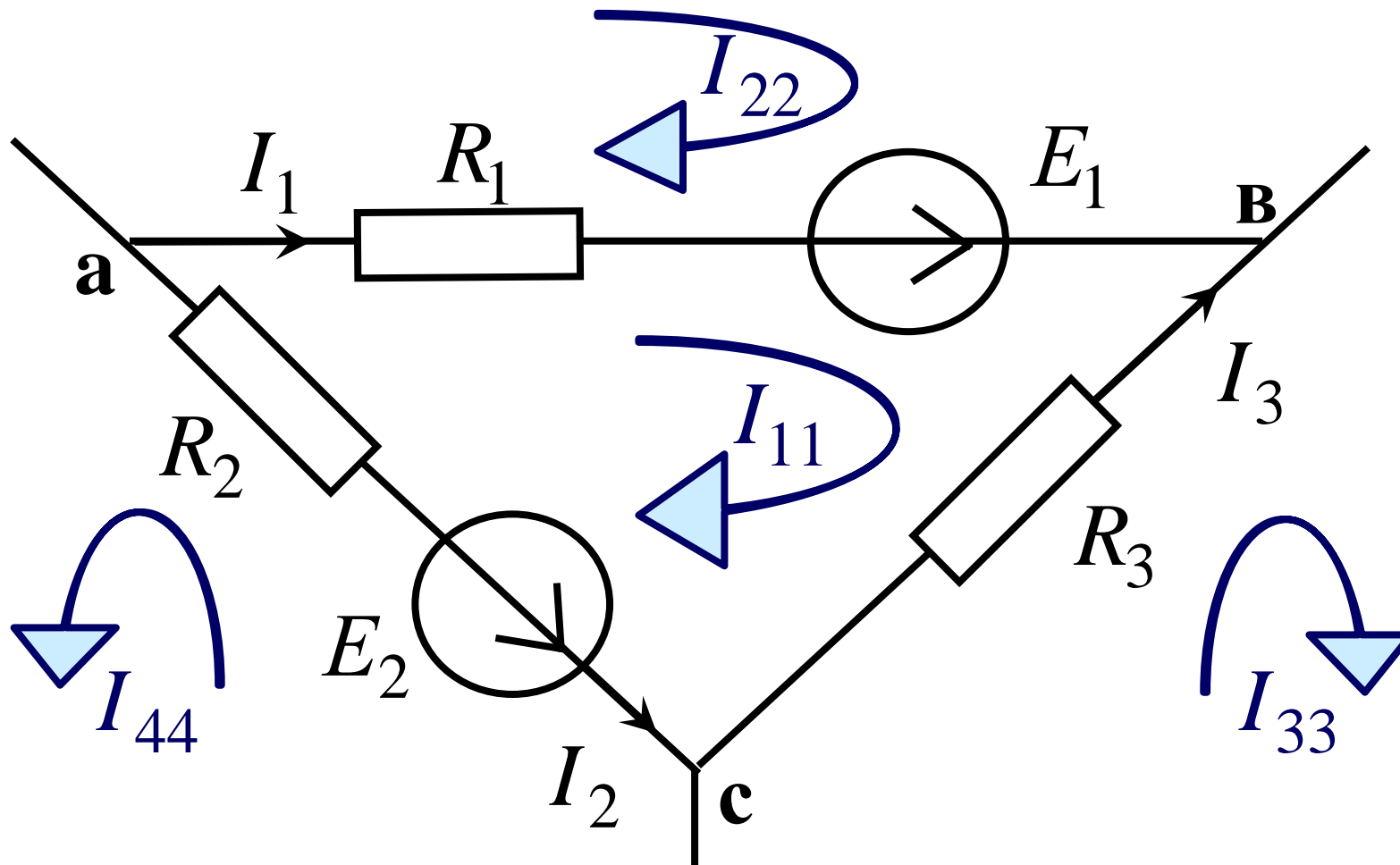
© 2013 Томский политехнический университет, кафедра ЭСиЭ

Лектор: к.т.н., доцент Васильева Ольга Владимировна

# **МЕТОД КОНТУРНЫХ ТОКОВ**

**В расчет вводятся  
контурные токи – это фиктивные  
токи, которые замыкаются  
в независимых замкнутых контурах,  
отличающихся друг от друга  
наличием хотя бы одной новой  
ветви.**

# Например:



$$I_{11}, I_{22}, I_{33}, I_{44} -$$

**КОНТУРНЫЕ ТОКИ**

---

$$I_1 = I_{11} - I_{22}$$

$$I_2 = -I_{11} - I_{44} -$$

$$I_3 = I_{33} - I_{11}$$

**ТОКИ ВЕТВЕЙ  
КОНТУРА**

**По второму закону Кирхгофа:**

$$(R_1 + R_2 + R_3)I_{11} - R_1I_{22} - \\ - R_3I_{33} + R_2I_{44} = E_1 - E_2$$

$$R_{\kappa\kappa} I_{\kappa\kappa} + \sum \pm R_{\kappa m} I_{mm} = E_{\kappa\kappa}$$

$R_{kk}$  — суммарное сопротивление  $k$ -контура

$I_{kk}$  — контурный ток  $k$ -контура



$R_{km}$  — общее сопротивление между  $k$ -контуром и  $m$ -контуром

$I_{mm}$  — соседний контурный ток  $m$ -контура

$E_{kk}$  — суммарная ЭДС  $k$ -контура

**Контурный ток рассматриваемого контура умножается на сумму сопротивлений своего контура, причем перед этим произведением ставится знак “+” .**

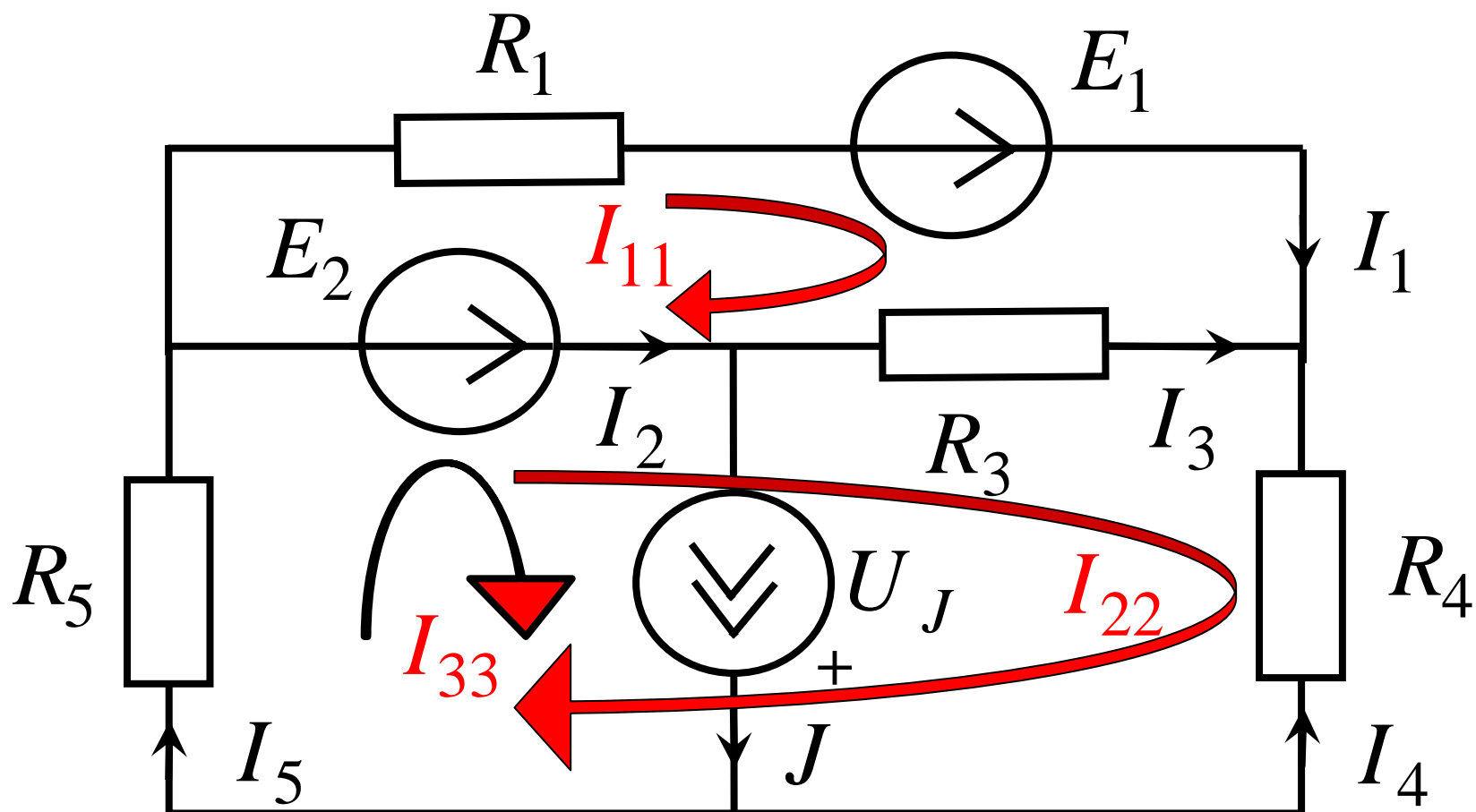
**Соседний контурный ток умножается на общее сопротивление между соседним и рассматриваемым контурными токами, причем перед этим произведением ставится знак “+” если направления этих контурных токов в общем сопротивлении совпадают между собой и ставится знак “-” если направления их не совпадают.**

**В правой части уравнения записывается алгебраическая сумма ЭДС рассматриваемого контура, причем со знаком “+” берутся те ЭДС, направления которых совпадают с направлением рассматриваемого контурного тока.**

**Для контура с источником тока  
контурное уравнение не составляется,  
так как контурный ток этого контура  
известен и равен току источника  
тока, причем через источник тока  
должен проходить только  
один контурный ток.**

**Сколько независимых замкнутых контуров в схеме, столько и должно быть контурных токов.**

# Пример



$$I_{33} = J$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (R_1 + R_3)I_{11} - R_3I_{22} - 0 \cdot I_{33} = E_1 - E_2 \\ -R_3I_{11} + (R_5 + R_3 + R_4)I_{22} + R_5I_{33} = E_2 \end{array} \right.$$



---

$$I_1 = I_{11}$$

$$I_2 = I_{22} + I_{33} - I_{11}$$

$$I_3 = I_{22} - I_{11}$$

---

---

$$I_4 = -I_{22}$$

$$I_5 = I_{22} + I_{33}$$

$$U_J = R_4 I_4 - R_3 I_3$$

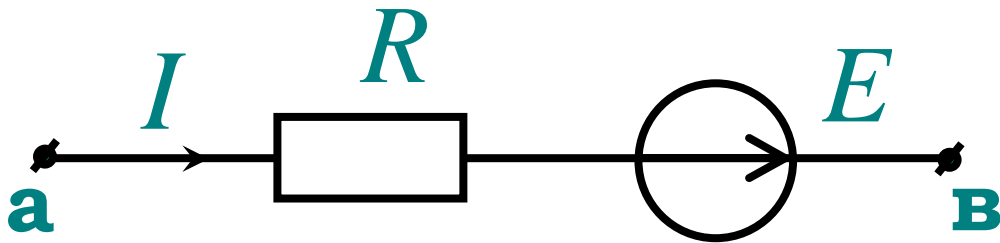
**- по 2 закону Кирхгофа**

---

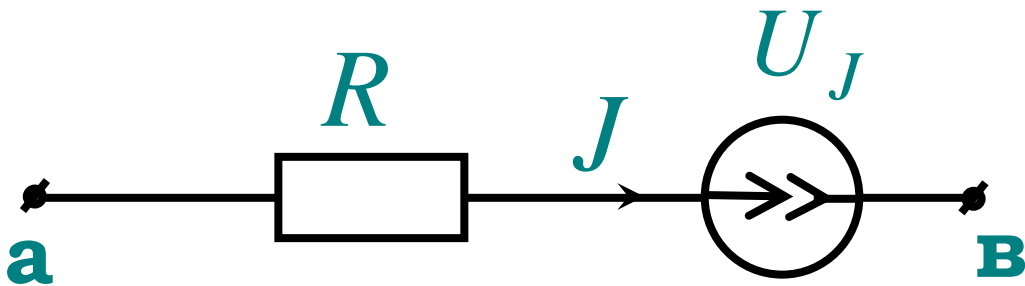
**Таким образом, по методу  
контурных токов  
необходимо решить значительно  
меньше уравнений по  
сравнению с методом  
законов Кирхгофа.**

**МЕТОД  
УЗЛОВЫХ  
ПОТЕНЦИАЛОВ**

# Обобщенный закон Ома

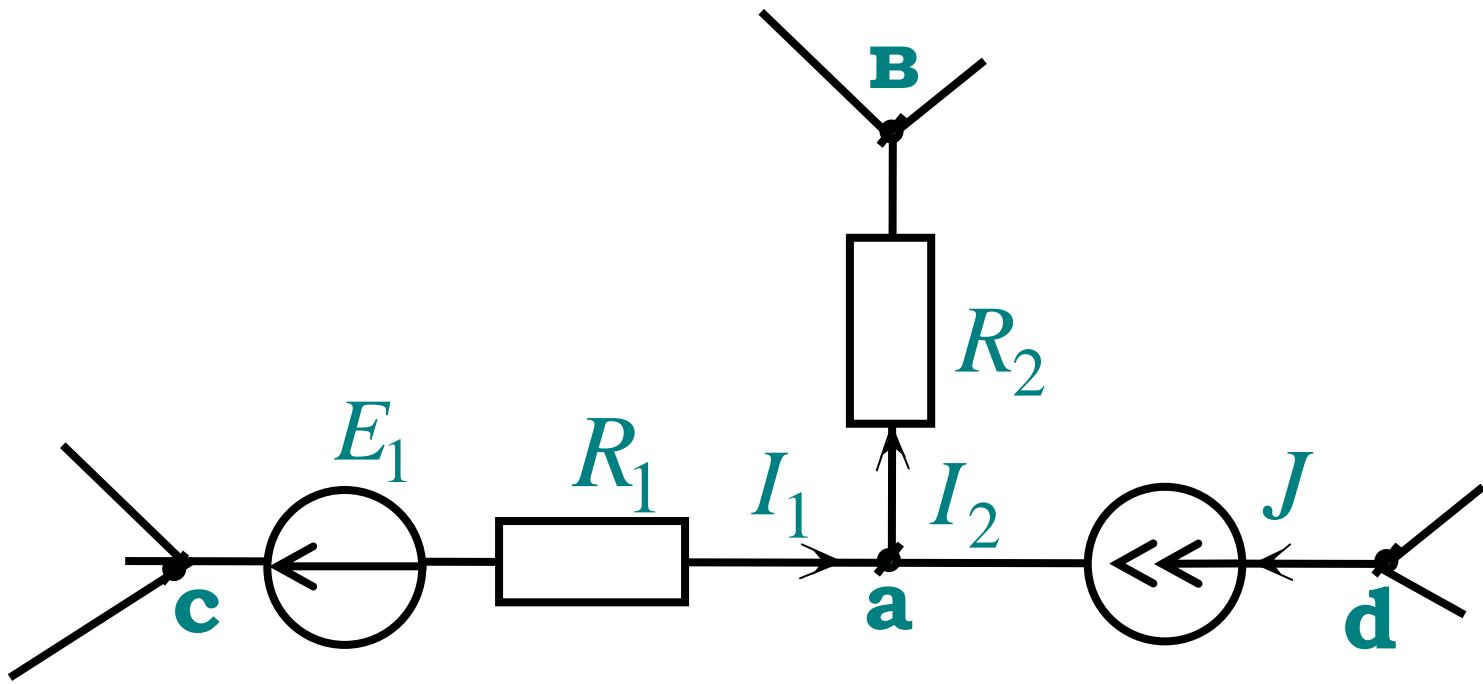


$$I = \frac{\varphi_a - \varphi_b + E}{R}$$



$$U_J = \varphi_b - \varphi_a + RJ$$

**Получим расчетное уравнение  
метода узловых потенциалов  
для узла “а” некоторой  
схемы:**



# По обобщенному закону Ома

$$I_1 = (\varphi_c - \varphi_a - E_1) \cdot g_1$$

$$I_2 = (\varphi_a - \varphi_b) \cdot g_2$$

где  $g_1 = \frac{1}{R_1}$        $g_2 = \frac{1}{R_2}$

**- проводимости ветвей**



**Для узла а:**

$$(g_1 + g_2) \cdot \varphi_a - g_2 \varphi_b - g_1 \varphi_c = -E_1 g_1 + J$$

**Т.е. в общем виде для к- узла:**

$$g_{kk} \cdot \varphi_k - \sum g_{mk} \cdot \varphi_m = I_k^{(y)}$$

$g_{kk}$  — **узловая проводимость**  
**к - узла;**

$\varphi_k$  — **потенциал к - узла;**

$\varphi_m$  — **потенциал соседнего**  
**m - узла;**

$g_{mk}$  — проводимость ветви,  
соединяющей  $k$  и  $m$  узлы;

$$I_k^{(y)} = \sum \pm E_q g_q + \sum \pm J_q$$

- узловой ток  $k$  - узла;

**Таким образом, потенциал рассматриваемого  $k$ -узла умножается на сумму проводимостей ветвей подходящих к этому узлу, причем перед этим произведением всегда ставится знак “+” и проводимость ветви с источником тока равна нулю.**

**Потенциал  $\varphi_m$  соседнего  
m-узла умножается на проводимость  
ветви, соединяющей  
рассматриваемый k-узел с m-узлом,  
причем перед этим произведением  
всегда ставится знак “-”.**

**В правой части уравнения  
записывается узловой ток  
рассматриваемого  $k$ -узла, равный  
алгебраической сумме  
подходящих к этому узлу токов  
источников тока и произведений  
подходящих к этому узлу  
ЭДС на проводимости своих  
ветвей.**

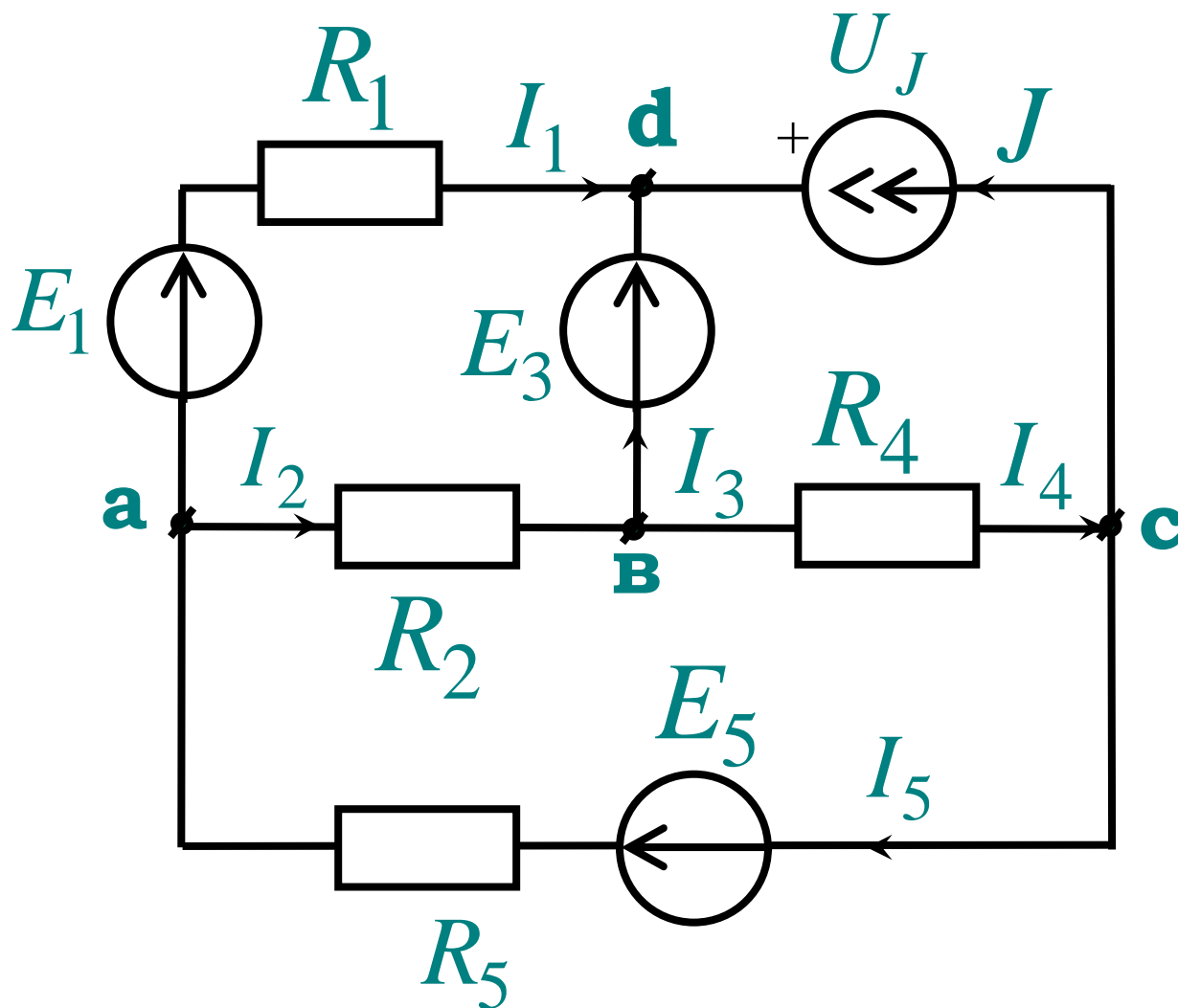
**В узловом токе со знаком “+”  
берутся те слагаемые, у которых  
источники тока и ЭДС  
направлены в рассматриваемый  
к-узел.**

**Потенциал одного из узлов принимается равным нулю, причем за такой узел принимается узел, соединенный с корпусом или “землей”, или один из узлов, к которому подходит ветвь с нулевым сопротивлением и ЭДС (особая ветвь).**



**Таким образом, для схемы с  $n_y$  узлами по методу узловых потенциалов составляется система, содержащая не более  $n_1 = n_y - 1$  уравнений, из решения которых определяются потенциалы узлов, а затем по обобщенному закону Ома рассчитываются токи и напряжения в ветвях схемы.**

# Пример



$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_e = 0 \quad \quad \varphi_d = E_3 \\ (g_1 + g_2 + g_5) \cdot \varphi_a - g_1 \varphi_d - g_5 \varphi_c = -E_1 g_1 + E_5 g_5 \\ -g_5 \varphi_a + (g_4 + g_5) \cdot \varphi_c = -E_5 g_5 - J \end{array} \right.$$

$$I_1 = (\varphi_a - \varphi_d + E_1) \cdot g_1$$

$$I_2 = (\varphi_a - \varphi_b) \cdot g_2$$

$$I_3 = -I_1 - J \quad U_J = \varphi_d - \varphi_c$$

$$I_4 = (\varphi_b - \varphi_c) \cdot g_4$$

$$I_5 = (\varphi_c - \varphi_a + E_5) \cdot g_5$$