

# Лекция №6

**Линейные цепи с  
взаимной индуктивностью.**

**Трансформатор**

© 2015 Томский политехнический университет, кафедра ЭСиЭ

Лектор: к.т.н., доцент Васильева Ольга Владимировна

**Электрические цепи со взаимной  
индуктивностью образуют  
трансформаторы, электрические  
машины и другие устройства с  
магнитными потоками,  
характеризуемые индуктивной  
связью**

**Две катушки с токами индуктивно  
связаны, если часть магнитного  
потока одной катушки сцепляется с  
витками другой катушки и  
наоборот**

**Параметрами индуктивной связи  
являются взаимная индуктивность  $M$   
и коэффициент связи  $K_{св}$ ,  
причем  $M$  пропорциональна  
взаимным магнитным  
потокам  $\Phi_{12}=\Phi_{21}$**

## Взаимная индуктивность

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{W}_1 \Phi_{12}}{\mathbf{i}_2} = \frac{\mathbf{W}_2 \Phi_{21}}{\mathbf{i}_1}, \text{ Гн}$$

## Коэффициент связи

$$\mathbf{K}_{\text{св}} = \frac{\mathbf{M}}{\sqrt{\mathbf{L}_1 \mathbf{L}_2}} < 1$$

Где

**$W_1$  и  $W_2$**

числа витков катушек

**$\Phi_{12}$  и  $\Phi_{21}$**

взаимные магнитные  
потоки

**$i_1$  и  $i_2$**

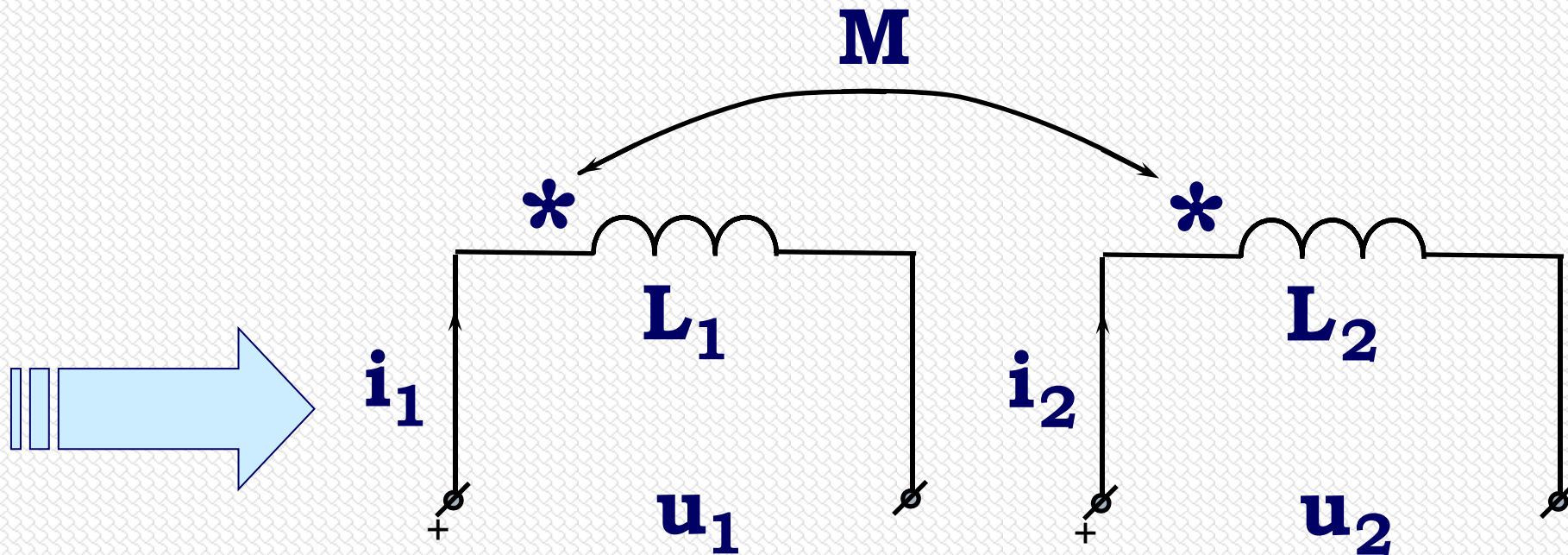
токи катушек

**$L_1$  и  $L_2$**

собственные  
индуктивности катушек

**Различают согласное и  
встречное  
включение двух  
индуктивно связанных  
катушек**

# Согласное включение





**Включение двух катушек  
называется согласным,  
если их взаимные магнитные  
потoki  $\Phi_{12}$  и  $\Phi_{21}$  совпадают  
по направлению между собой  
При этом токи катушек  $i_1$  и  $i_2$   
ориентированы одинаковым  
образом относительно  
одноименных зажимов (\*)**

**При гармонических токах и напряжениях**

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 \underline{I}_1 + j\omega M \underline{I}_2 = \underline{U}_{L_1} + \underline{U}_{M_1}$$

$$\underline{U}_2 = j\omega L_2 \underline{I}_2 + j\omega M \underline{I}_1 = \underline{U}_{L_2} + \underline{U}_{M_2}$$

Где

$$\underline{U}_{L_1} = j\omega L_1 \underline{I}_1 = jX_{L_1} \underline{I}_1$$

$$\underline{U}_{L_2} = j\omega L_2 \underline{I}_2 = jX_{L_2} \underline{I}_2$$

составляющие, обусловленные  
собственными индуктивностями

Где

$$\underline{U}_{M_1} = j\omega \mathbf{M} \underline{I}_2 = j\mathbf{X}_M \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_{M_2} = j\omega \mathbf{M} \underline{I}_1 = j\mathbf{X}_M \underline{I}_1$$

составляющие, обусловленные  
взаимной индуктивностью

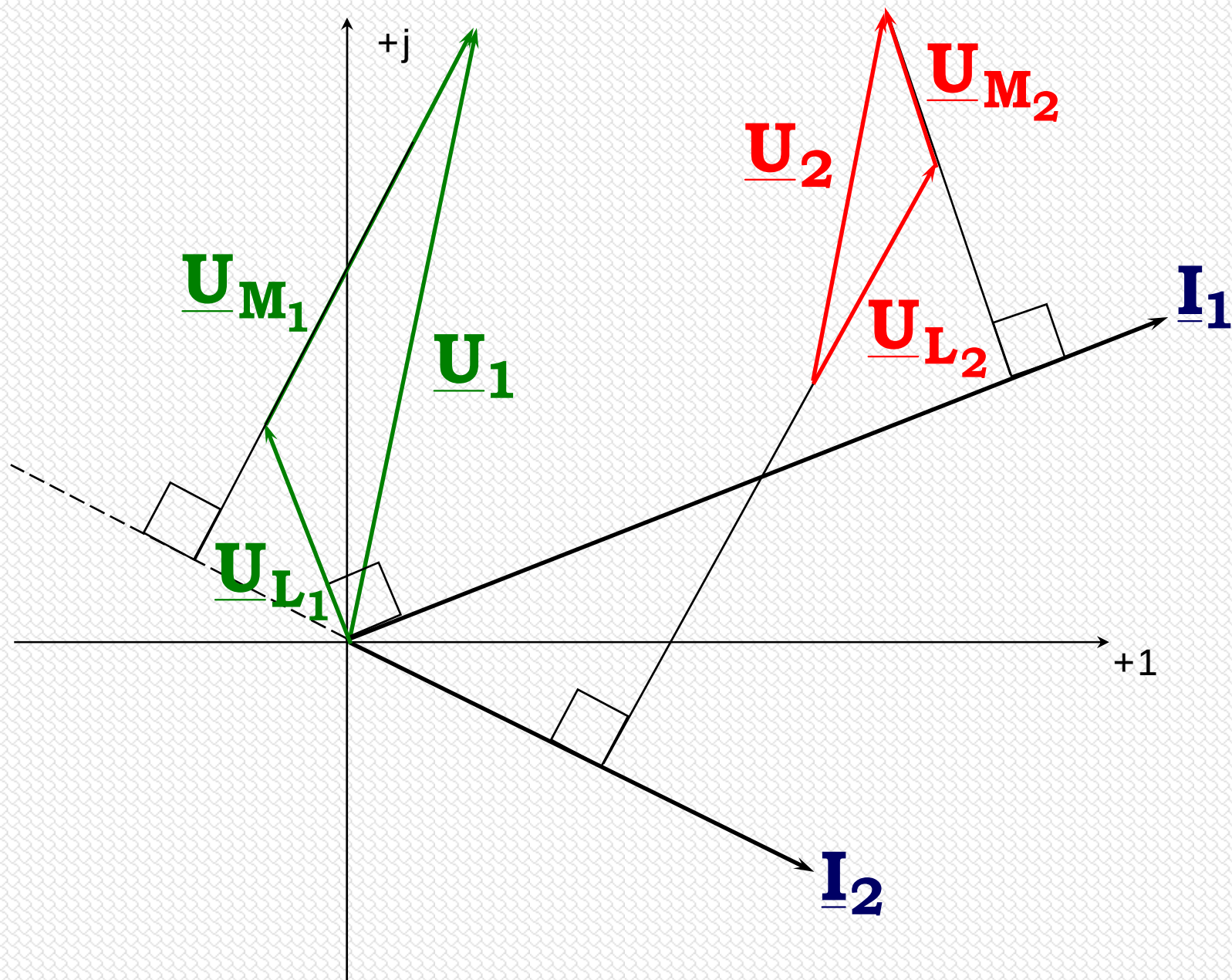
Где

$$\mathbf{X}_{L_1} = \omega \mathbf{L}_1 \qquad \mathbf{X}_{L_2} = \omega \mathbf{L}_2$$

индуктивные сопротивления

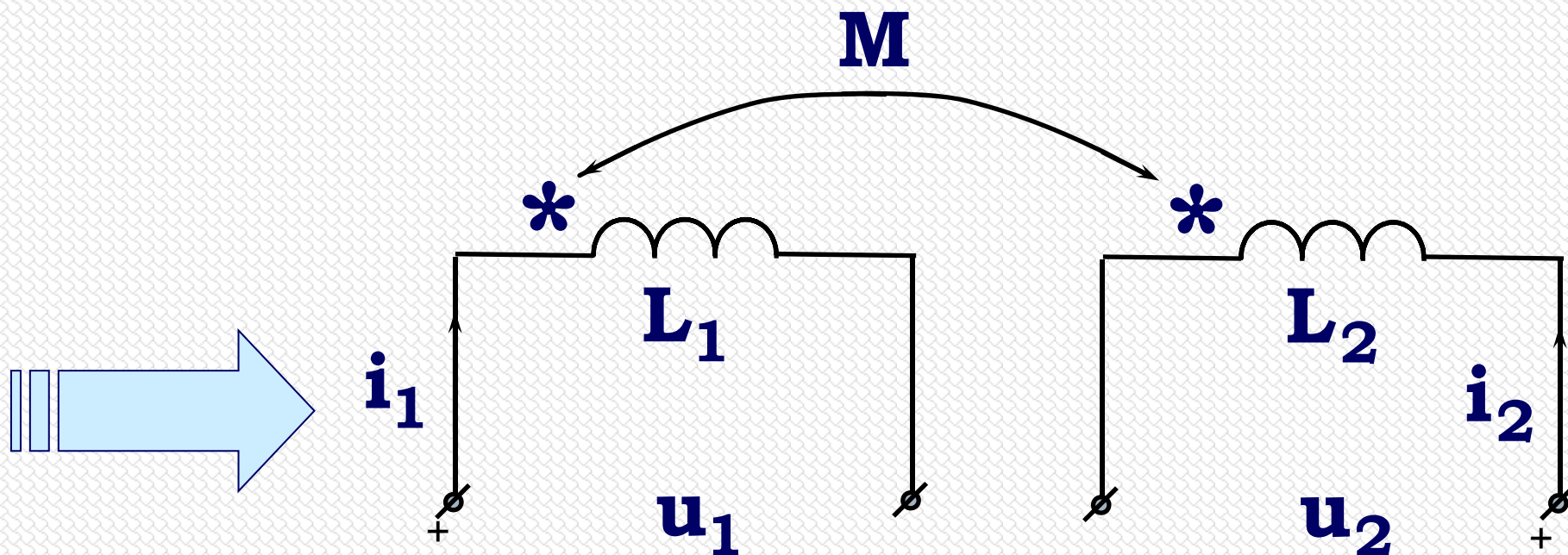
$$\mathbf{X}_M = \omega \mathbf{M}$$

сопротивление взаимной  
индукции



**При согласном включении  
составляющие напряжений  
взаимной индукции  $\underline{U}_{M1}$  и  $\underline{U}_{M2}$   
опережают токи их  
создающие  $\underline{I}_2$  и  $\underline{I}_1$   
соответственно на  $90^\circ$**

# Встречное включение





**Включение двух катушек  
называется встречным,  
если их взаимные магнитные  
потoki  $\Phi_{12}$  и  $\Phi_{21}$  направлены  
навстречу друг другу  
При этом токи катушек  $i_1$  и  $i_2$   
ориентированы различным  
образом относительно  
одноименных зажимов (\*)**

**При гармонических токах и напряжениях**

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 \underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2 = \underline{U}_{L_1} + \underline{U}_{M_1}$$

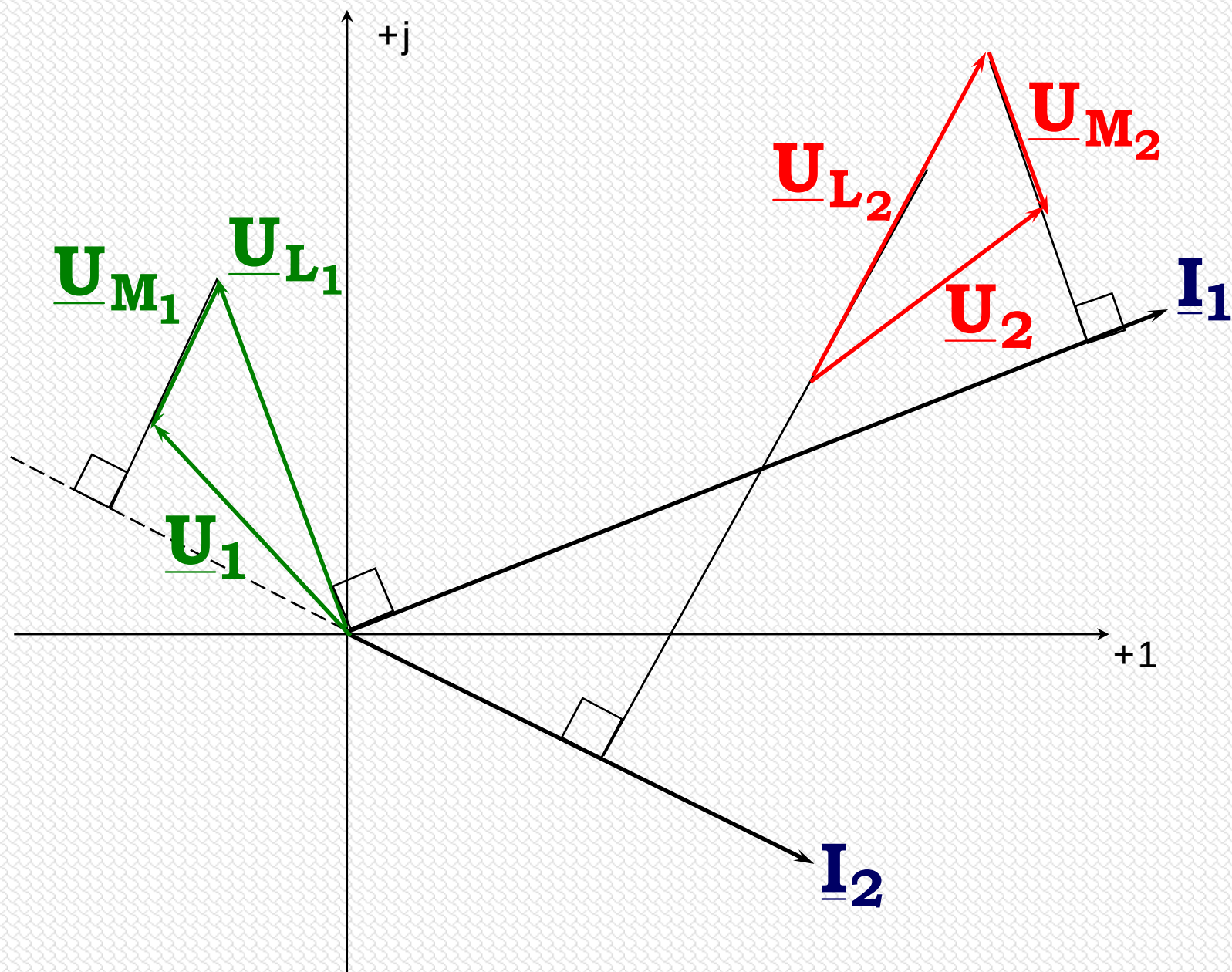
$$\underline{U}_2 = j\omega L_2 \underline{I}_2 - j\omega M \underline{I}_1 = \underline{U}_{L_2} + \underline{U}_{M_2}$$

Где

$$\underline{U}_{M_1} = -j\omega \mathbf{M} \underline{I}_2 = -j\mathbf{X}_M \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_{M_2} = -j\omega \mathbf{M} \underline{I}_1 = -j\mathbf{X}_M \underline{I}_1$$

составляющие, обусловленные  
взаимной индуктивностью



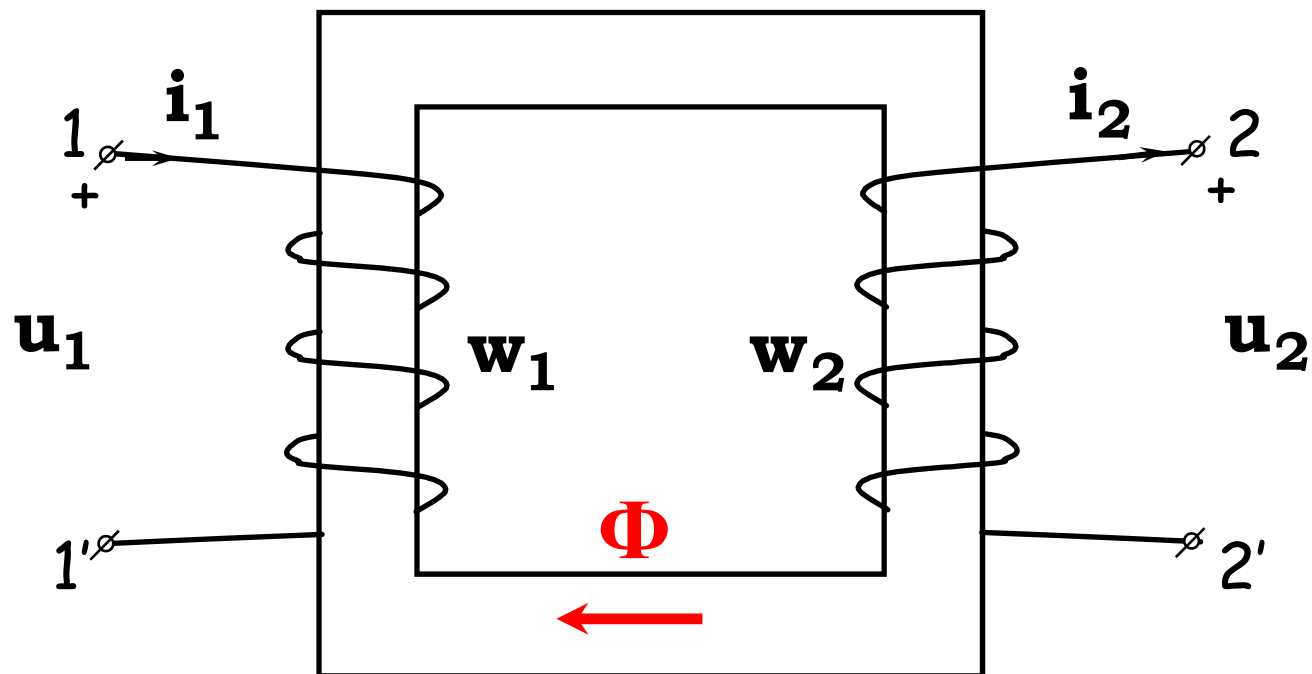
**При встречном включении  
составляющие напряжений  
взаимной индукции  $U_{M1}$  и  $U_{M2}$   
отстают от токов их  
создающих  $I_2$  и  $I_1$   
соответственно на  $90^\circ$**

# Трансформатор в линейном режиме



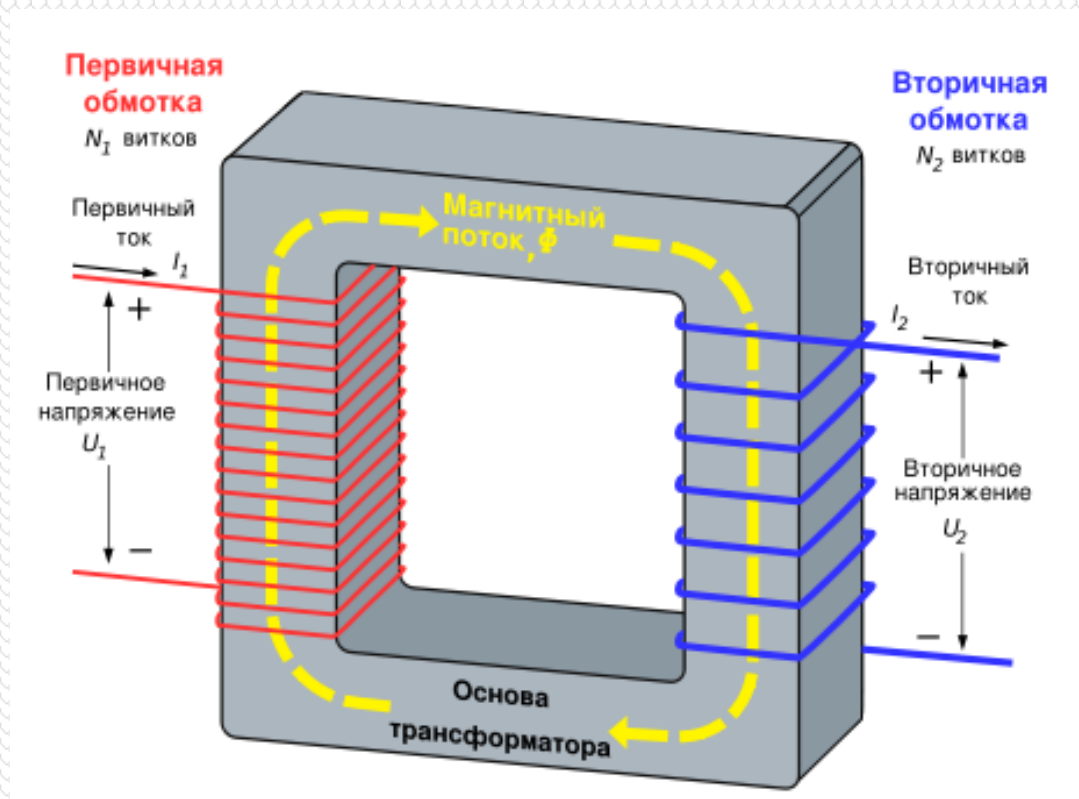
**Трансформаторы** предназначены для преобразования величин переменных напряжений и токов.

**Простейший трансформатор – это две индуктивно связанные катушки, помещенные на ферромагнитный сердечник (магнитопровод)**

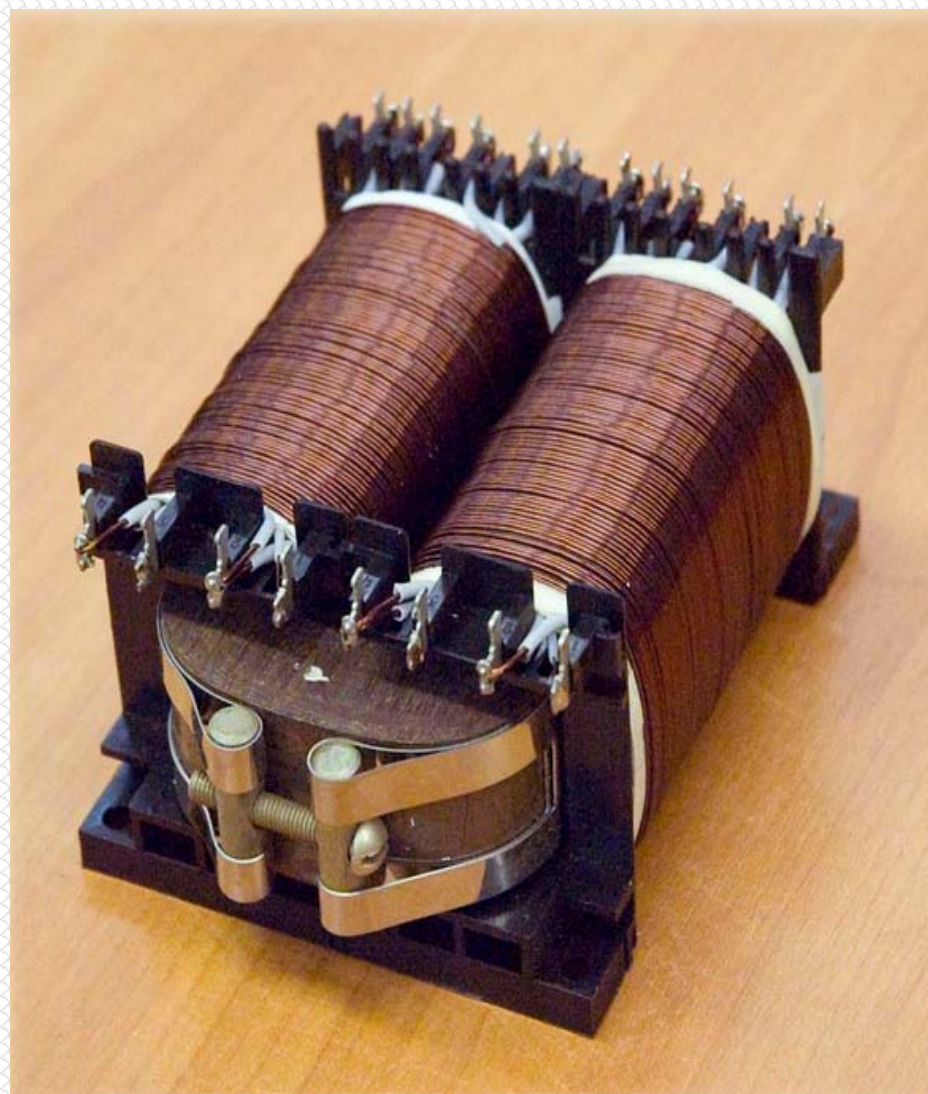


$\Phi$  – магнитный поток, Вб





Обмотка трансформатора, к которой подводится питание, называется **первичной**, другая обмотка, к которой присоединяется нагрузка, - **вторичной**.



**В линейном режиме  
магнитопровод ненасыщен или  
отсутствует  
(воздушный трансформатор)**

**При этом индуктивности и  
сопротивления катушек  
трансформатора постоянны**

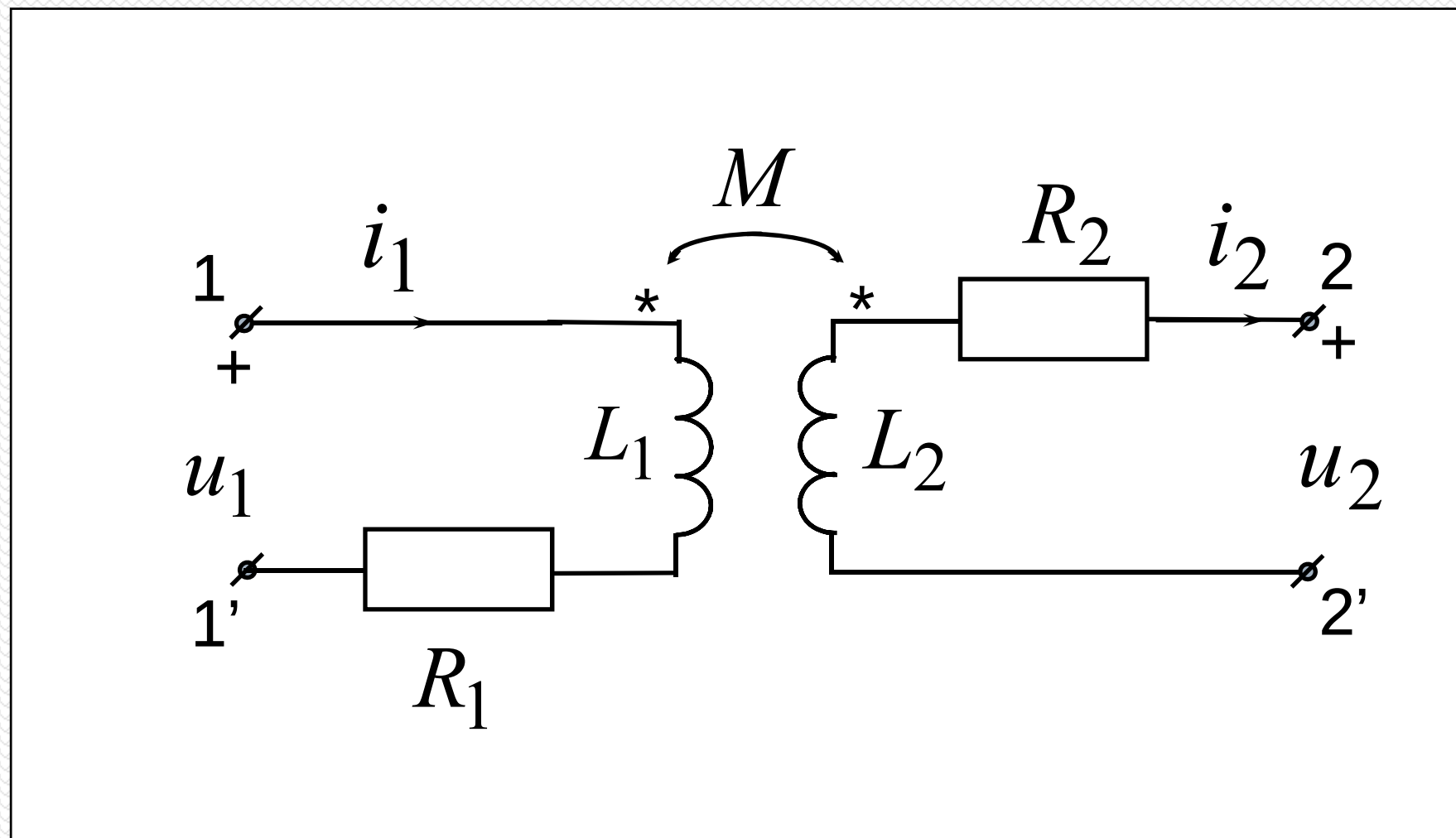
**Передача энергии из одной  
катушки в другую  
осуществляется за счет взаимной  
индукции и ток  $i_2(t)$  согласно  
правилу Ленца выбирает  
такое направление, что  
катушки будут включенными  
встречно**

## **Правило Ленца:**

**Возникающий в замкнутом контуре  
индукционный ток своим магнитным  
полем противодействует изменению  
магнитного потока, которым он  
вызван.**

**Если пренебречь потерями  
энергии в магнитопроводе,  
то тогда схема замещения  
трансформатора в линейном  
режиме будет следующей:**

## Схема замещения:



**Если  $u_1$  является напряжением  
источника, а  $u_2$  – напряжением  
на пассивной нагрузке, то тогда  
получаем:**

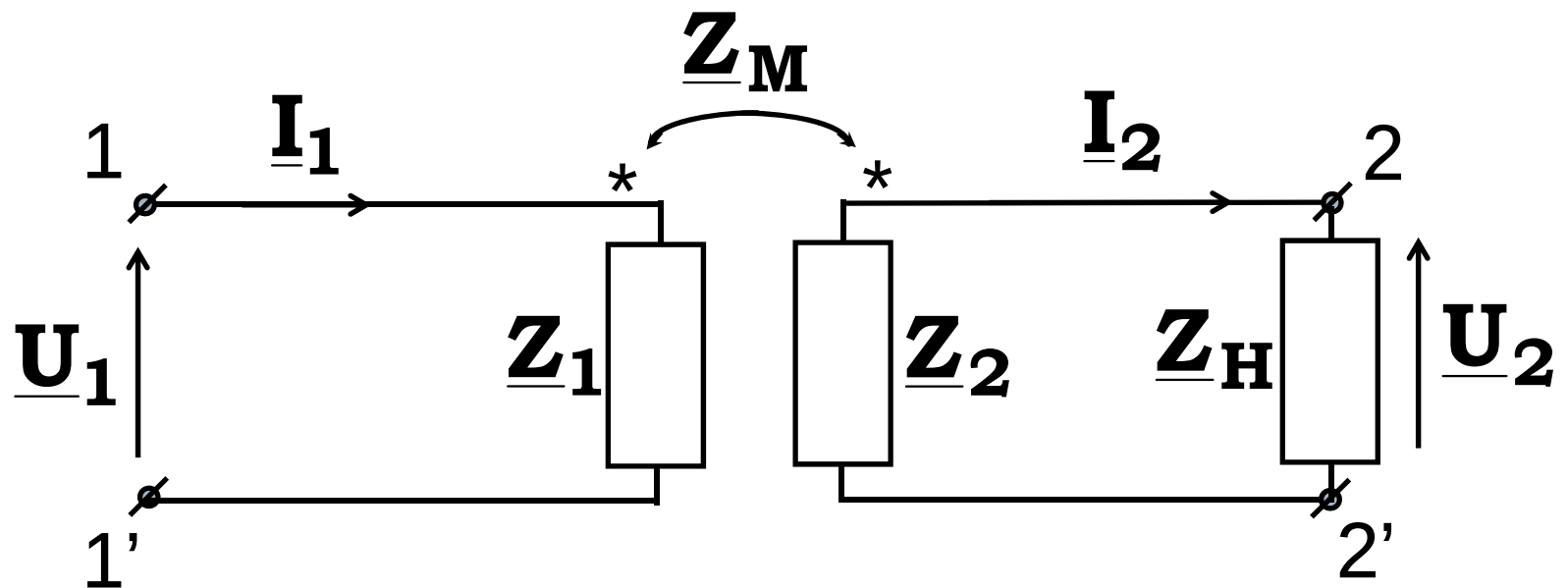


## Уравнения по 2 закону Кирхгофа:

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$0 = u_2 + R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

## Комплексная схема замещения:



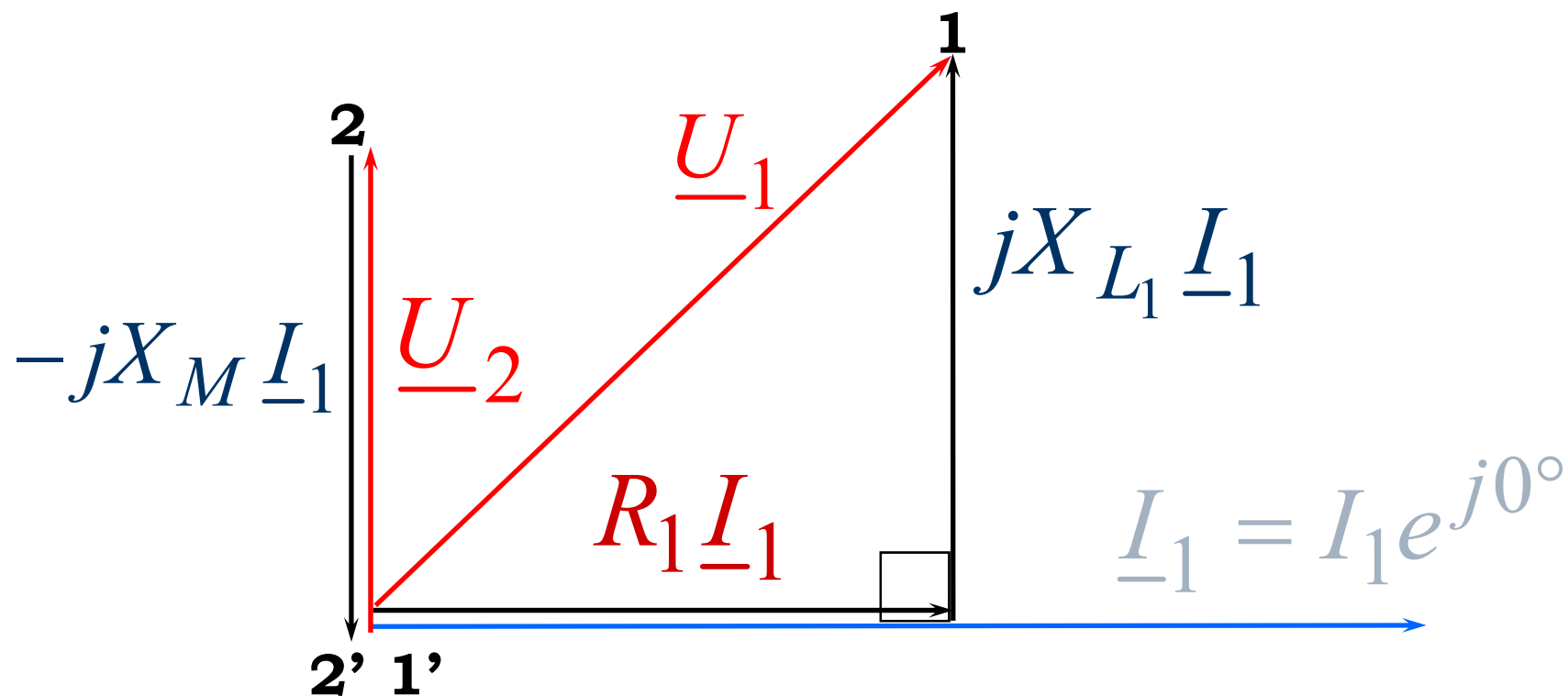
**Уравнения по 2 закону Кирхгофа  
в комплексной форме:**

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1 - \underline{Z}_M \underline{I}_2 \\ 0 = (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_H) \underline{I}_2 - \underline{Z}_M \underline{I}_1 \end{cases}$$

где  $\underline{U}_2 = \underline{Z}_H \underline{I}_2$

**Из решения этих уравнений  
можно найти токи  $\underline{I}_1$  и  $\underline{I}_2$**

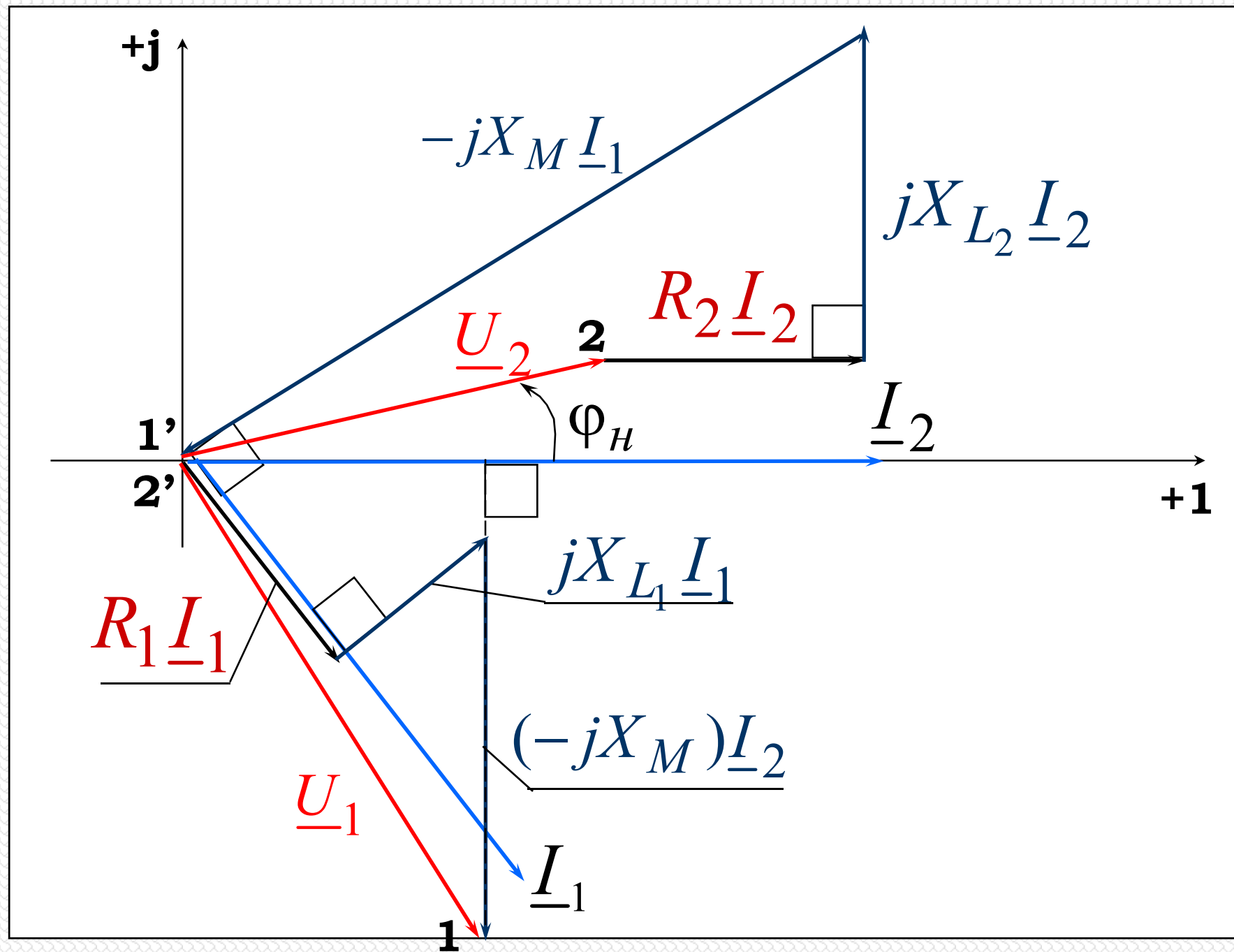
**Векторная диаграмма при  
холостом ходе (  $\underline{I}_2=0$  ):**



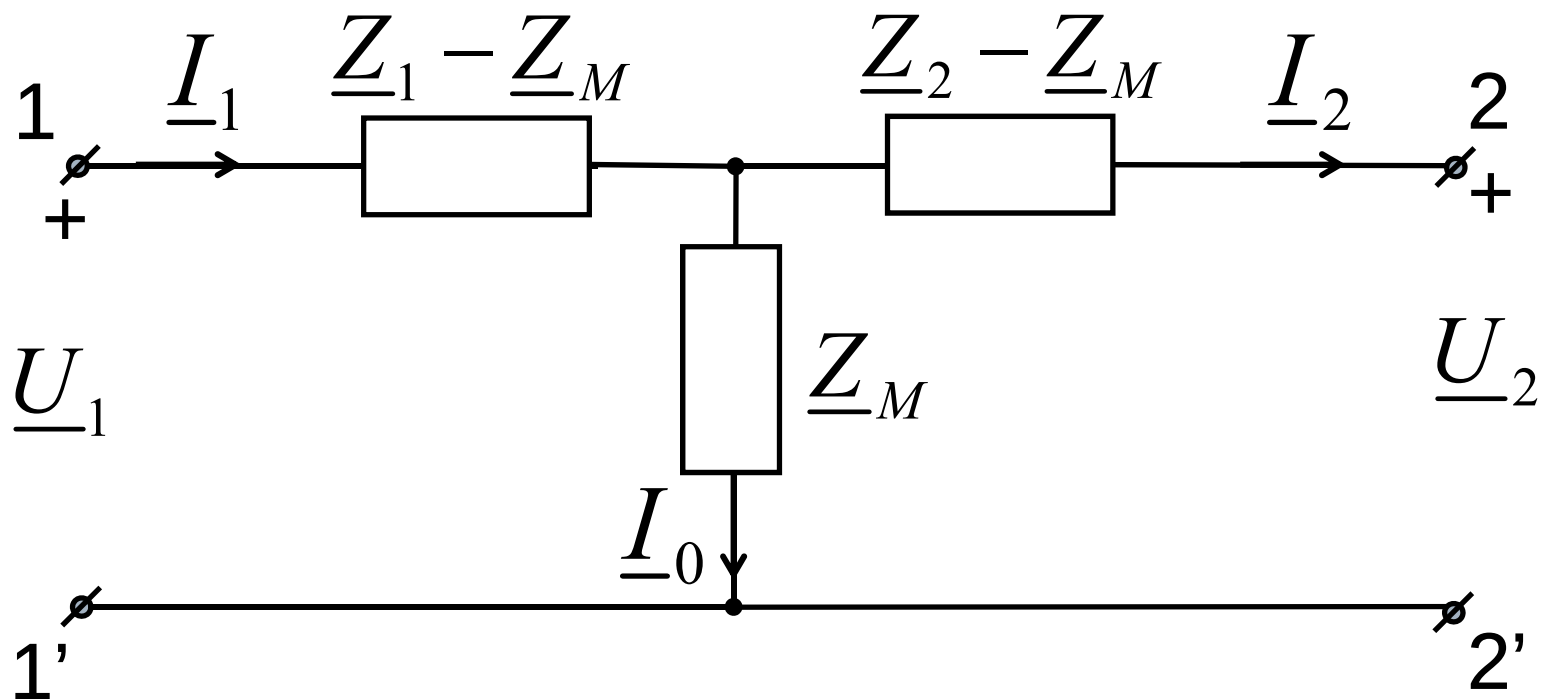
## **Векторная диаграмма при сопротивлении нагрузки**

$$\underline{Z}_H = Z_H e^{j\varphi_H}$$

$$\varphi_H > 0$$



# Схема замещения трансформатора без индуктивной связи:

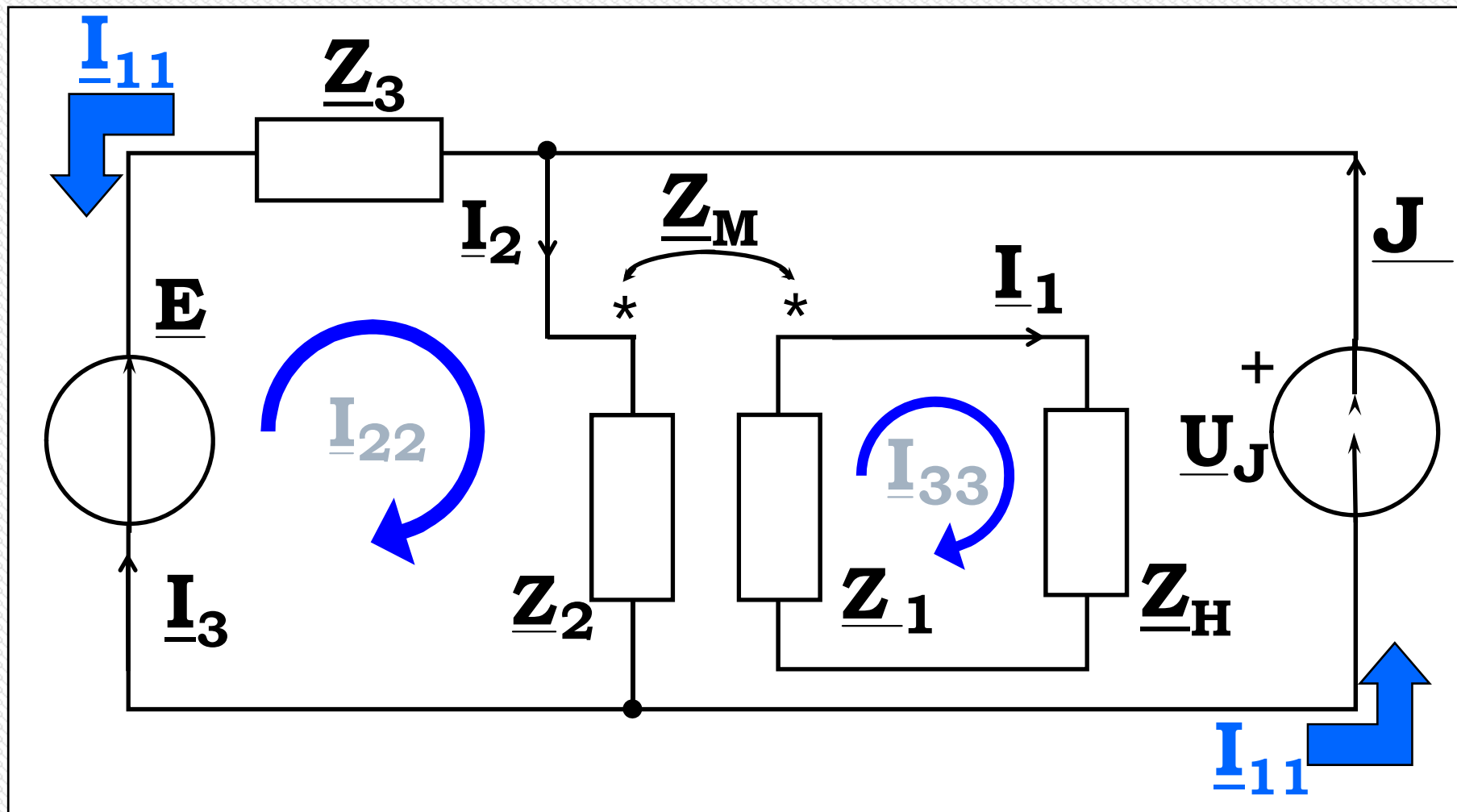


$\underline{I}_0$  - ток намагничивания



**Линейные цепи  
с гармоническими напряжениями  
и токами, содержащие  
трансформаторы, могут быть  
рассчитаны при помощи  
законов Кирхгофа или  
метода контурных токов  
в комплексной форме**

Пример:



**Дано:**

**$\underline{E}$  ,  $\underline{J}$  ,  $\underline{Z}_1$  ,  $\underline{Z}_2$  ,  $\underline{Z}_3$  ,  $\underline{Z}_H$**

**Определить:**

**$\underline{I}_1$  ,  $\underline{I}_2$  ,  $\underline{I}_3$  ,  $\underline{U}_J$**

**По методу контурных токов:**

$$\underline{I}_{11} = \underline{J}$$

$$\underline{I}_{22}(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) - \underline{I}_{33}\underline{Z}_M - \underline{I}_{11}\underline{Z}_3 = \underline{E}$$

$$- \underline{I}_{22}\underline{Z}_M + \underline{I}_{33}(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_H) + \underline{I}_{11}0 = 0$$

**Далее находим:**

$$\underline{\mathbf{I}}_1 = \underline{\mathbf{I}}_{11} \quad \underline{\mathbf{I}}_2 = \underline{\mathbf{I}}_{22} \quad \underline{\mathbf{I}}_3 = \underline{\mathbf{I}}_{22} - \underline{\mathbf{I}}_{11}$$

$$\underline{\mathbf{U}}_J = \underline{\mathbf{E}} - \underline{\mathbf{Z}}_3 \underline{\mathbf{I}}_3$$