

Лекция №6

Резонанс в линейных цепях при гармонических напряжениях и токах

© 2020 Томский политехнический университет, ОЭЭ ИШЭ

Лектор: к.т.н., доцент Васильева Ольга Владимировна

Резонанс — это такой режим пассивной цепи, содержащей емкости и индуктивности, при котором входные ток и напряжение совпадают по фазе

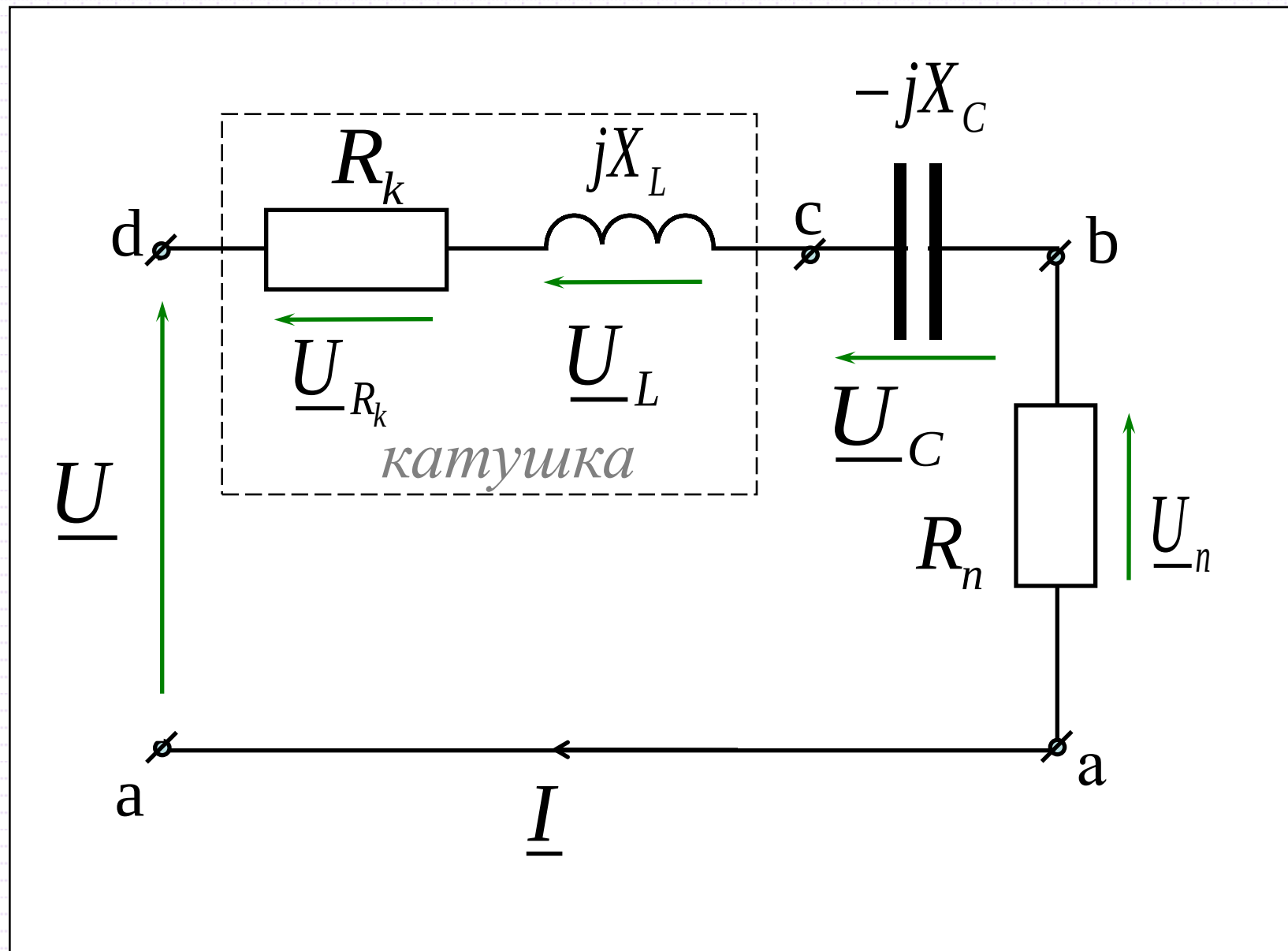
При резонансе цепь потребляет
только активную мощность и
входное сопротивление этой
цепи будет вещественной
величиной

Различают **резонансы**:

- **напряжений** (или последовательный резонанс);
- **токов** (или параллельный резонанс);
- **в сложной цепи.**

Резонанс напряжений

Резонанс напряжений — это
резонанс при последовательно
соединенных емкости и
индуктивности



По закону Ома:

$$\underline{I} = \underline{U} / \underline{Z}_v = I e^{j(\alpha - \varphi)}, \quad (A)$$

где $\underline{U} = U e^{j\alpha}$ - входное
напряжение

Комплекс входного сопротивления
цепи:

$$\underline{Z}_v = (R_k + R_n) + j(X_L - X_C) = \\ = R + jX = Z_v e^{j\varphi}, \quad (\text{Ом})$$

где $R = R_k + R_n$, $X = X_L - X_C$,

$$Z_v = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{X}{R}.$$

Из определения резонанса:

$$\varphi = 0$$

тогда $X = X_L - X_C = 0$

В результате при резонансе напряжений:

$$X_L = X_C$$

или

$$\omega L = 1 / \omega C$$

Тогда

$$X = 0$$

$$\underline{Z}_v = R$$

$$\varphi = 0$$

$$\underline{I} = \frac{U}{R} e^{j\alpha}$$

Тогда

$$P = \frac{U^2}{R}$$

$$Q = UI \sin \varphi = 0$$

Тогда

$$\cos \varphi = 1$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = P$$

При этом

$$U_L = U_C = I \cdot X_L = \\ = I \cdot X_C = U \cdot q$$

Добротность контура – величина, которая показывает, во сколько раз напряжение на реактивных элементах превышает входное напряжение

Если добротность

$$q = \frac{X_L}{R} = \frac{\rho}{R} \gg 1$$

то

$$U_L = U_C \gg U$$

где $\rho = \sqrt{L/C}$, (Ohm)

- характеристическое
сопротивление

При резонансе напряжений
входное сопротивление цепи
будет минимальным, а ток
будет **максимальным**

Векторная диаграмма при резонансе напряжений

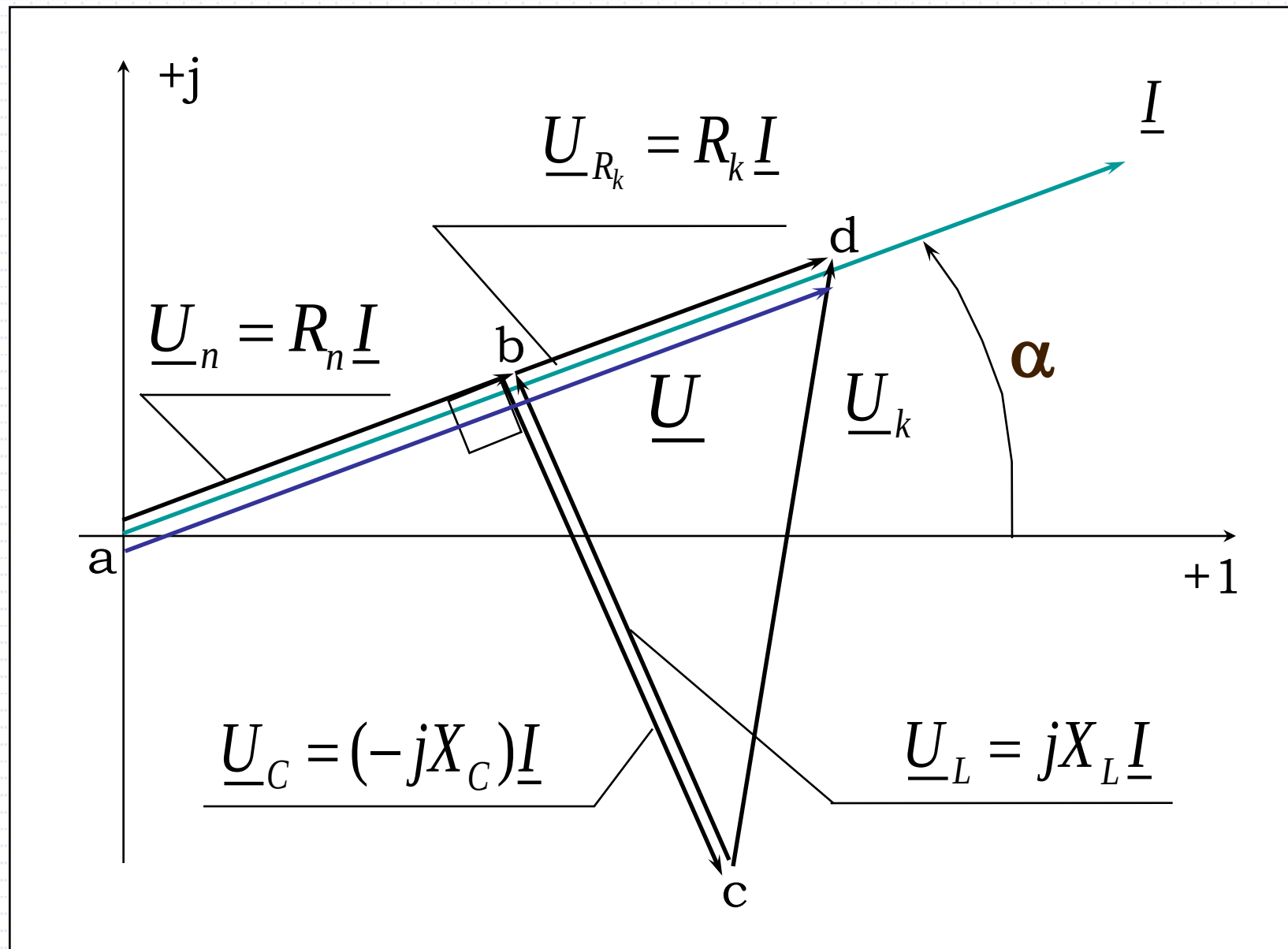
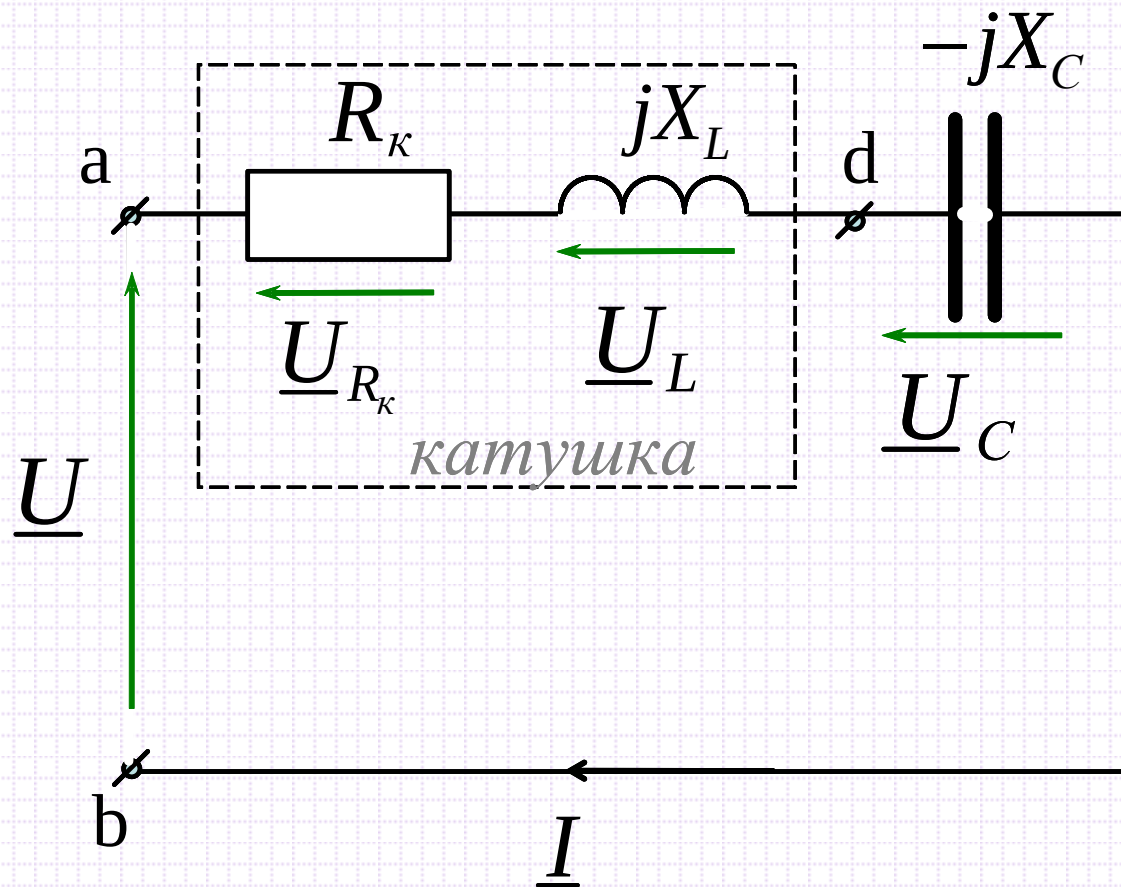
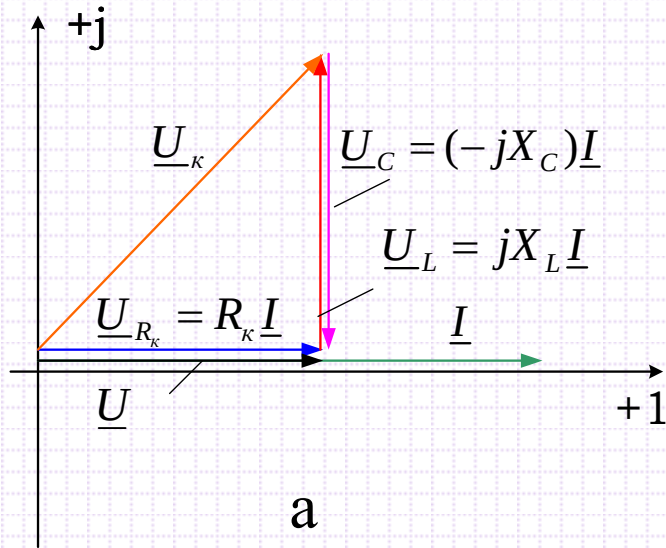


Схема экспериментальной установки



Диаграммы при различных частотах

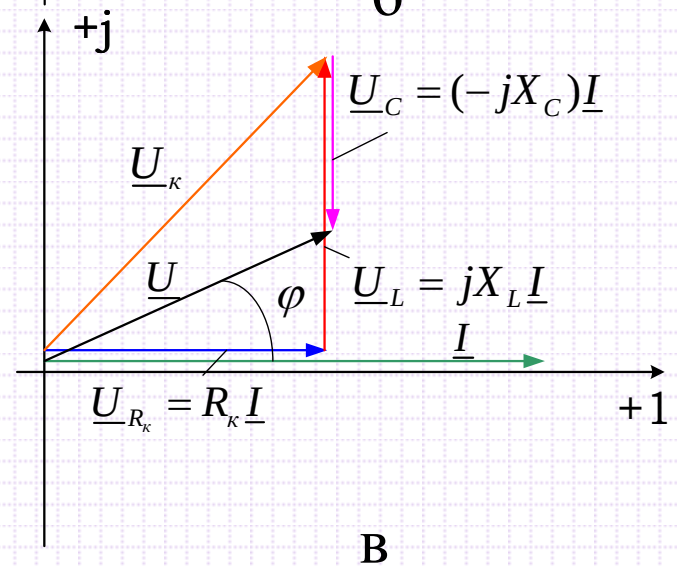
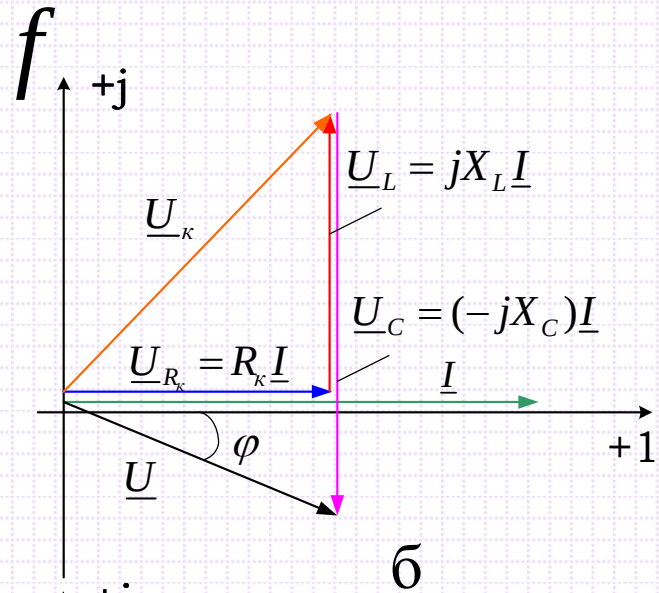
сети f



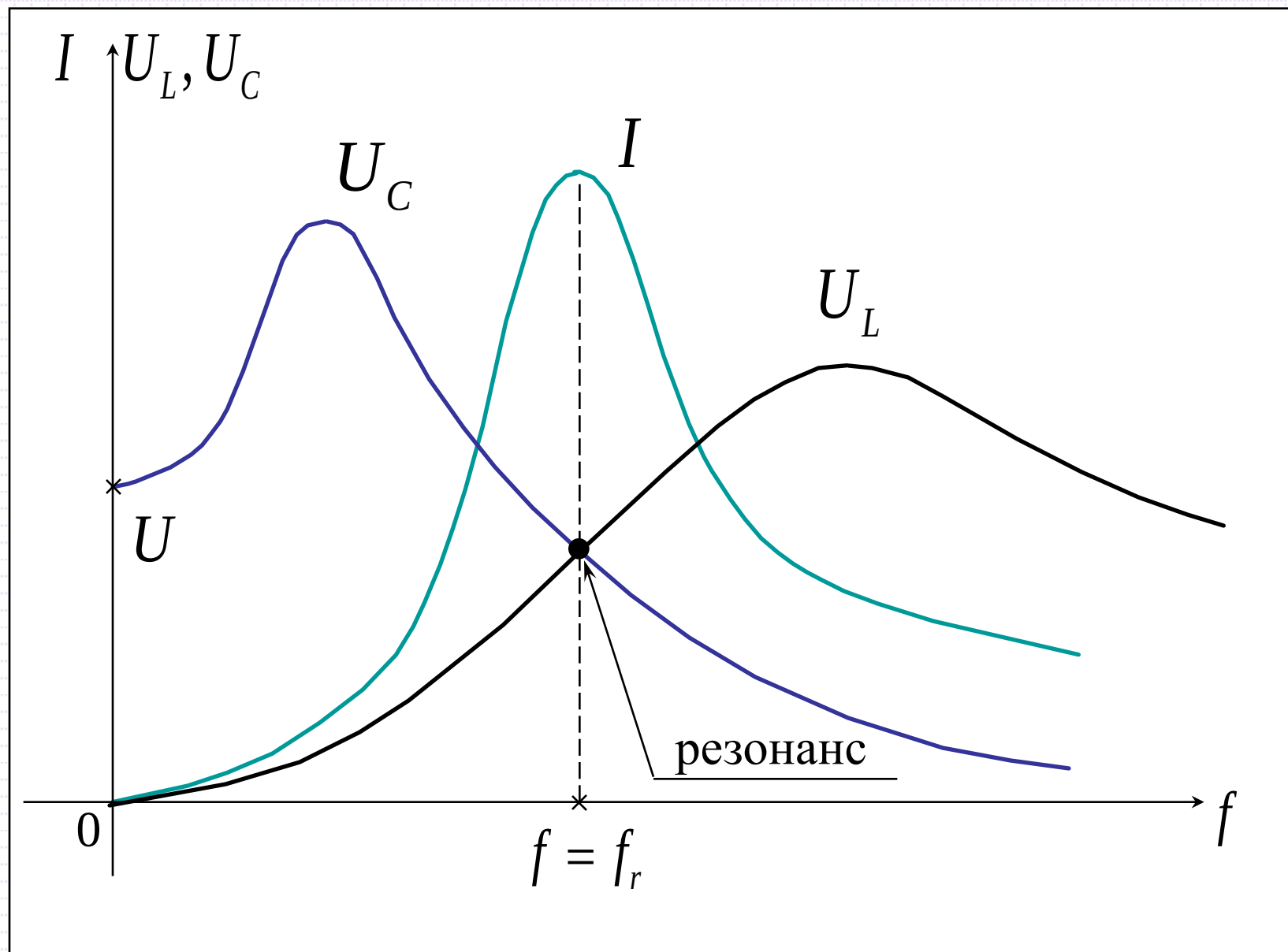
a) $f = f_r$

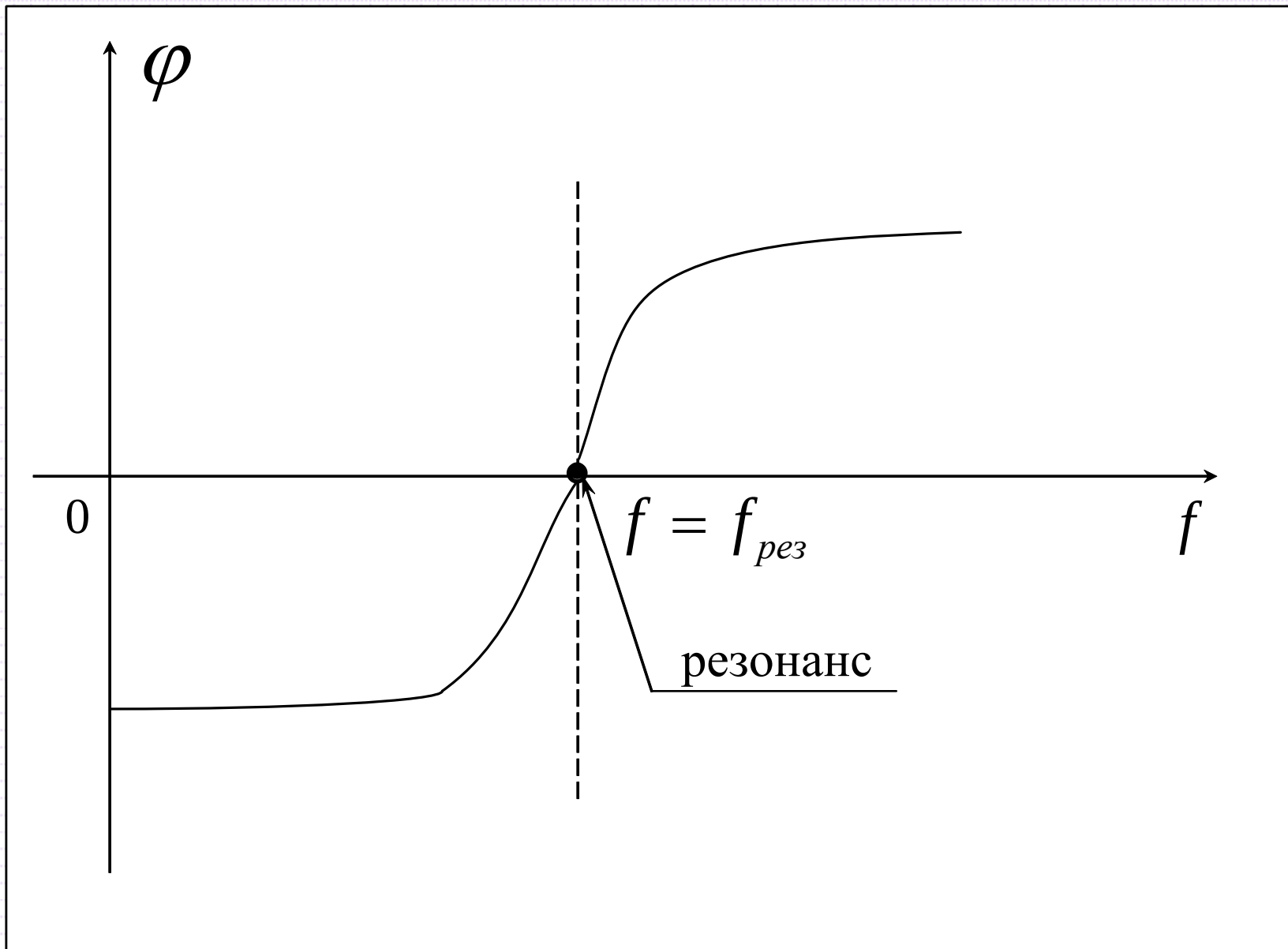
б) $f < f_r$

в) $f > f_r$



Резонансные характеристики

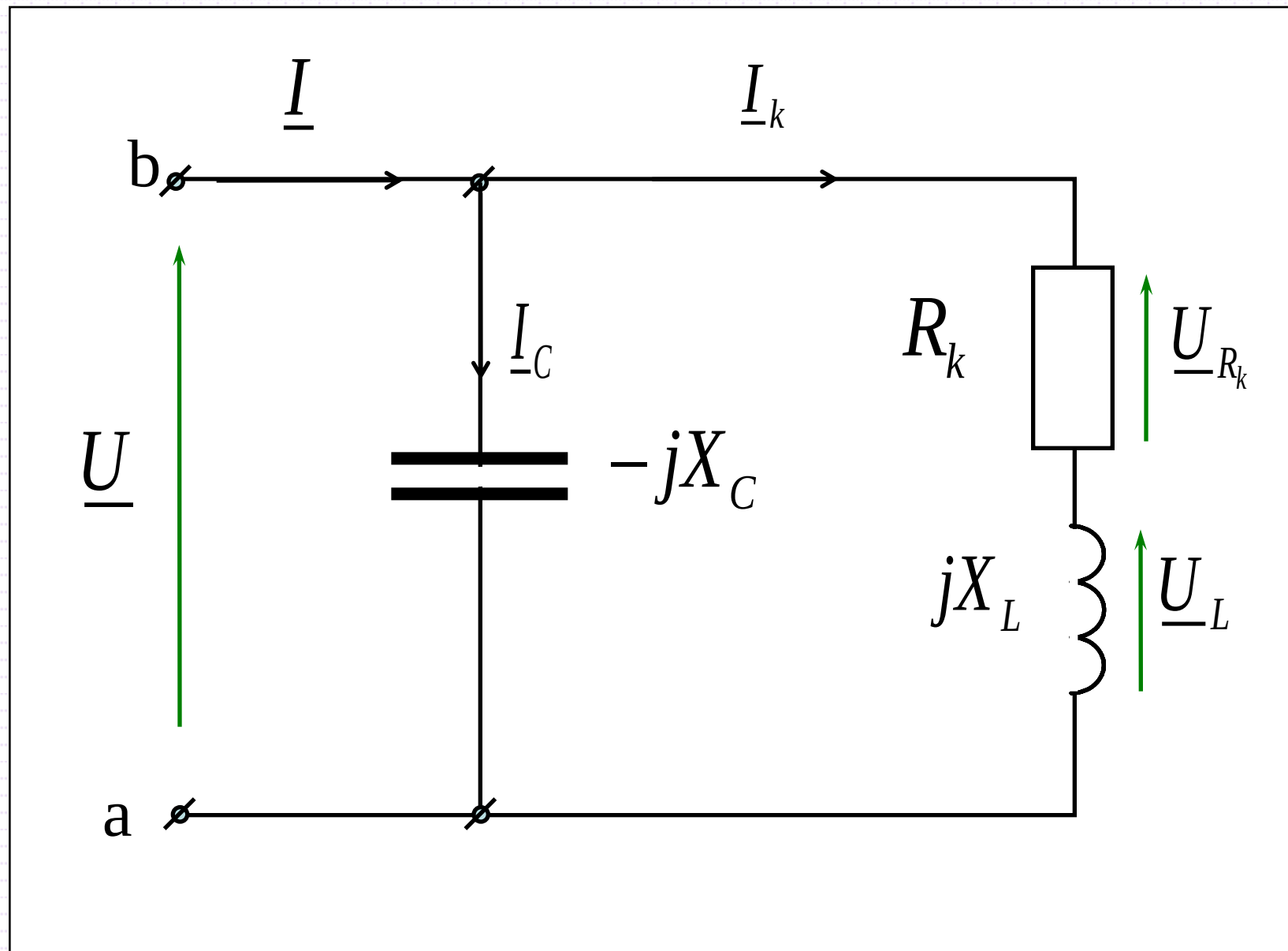




Резонанс напряжений
используется в радиотехнике
для усиления сигналов
определенной частоты
и в электроэнергетике
для увеличения
активной мощности генератора

Резонанс ТОКОВ

Резонанс токов — это резонанс
при параллельно соединенных
емкости и индуктивности



По закону Ома:

$$\underline{I} = \underline{U} \cdot \underline{Y}_v = I e^{j(\alpha - \varphi)}, \quad (A)$$

где $\underline{U} = U e^{j\alpha}$ - входное
напряжение

Комплекс входной проводимости
цепи:

$$\underline{Y}_{\text{вх}} = \frac{1}{(-jX_C)} + \frac{1}{(R_k + jX_L)} =$$

$$= \frac{j}{X_C} + \frac{R_k - jX_L}{(R_k + jX_L)(R_k - jX_L)} =$$

$$= g - jb = Y_{\text{вх}} e^{-j\phi}, \quad \left(\frac{1}{\text{ОМ}} \right)$$

Где

$$g = \frac{R_k}{R_k^2 + X_L^2}, \quad \left(\frac{1}{\text{Ohm}} \right)$$

- активная проводимость
цепи

Где

$$b = b_k - b_c =$$

$$= \frac{X_L}{R_k^2 + X_L^2} - \frac{1}{X_C}, \quad \left(\frac{1}{\text{Ohm}} \right)$$

- реактивная проводимость
цепи

Где

$$Y_v = \sqrt{g^2 + b^2}, \quad \left(\frac{1}{Ohm} \right)$$

- модуль входной
проводимости цепи

Где

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{b}{g}, \quad (\text{grad})$$

- угол сдвига фаз между $\underline{U}$
и $\underline{I}$

Из определения резонанса:

$$\varphi = 0$$

тогда $b = b_k - b_c = 0$

В результате при резонансе
ТОКОВ:

$$b_k = b_c$$

ИЛИ

$$\frac{X_L}{R_k^2 + X_L^2} = \frac{1}{X_C}$$

Тогда

$$b = 0$$

$$\underline{Y}_v = g$$

$$\varphi = 0$$

$$\underline{I} = U \cdot g e^{j\alpha}$$

Тогда

$$P = U^2 g$$

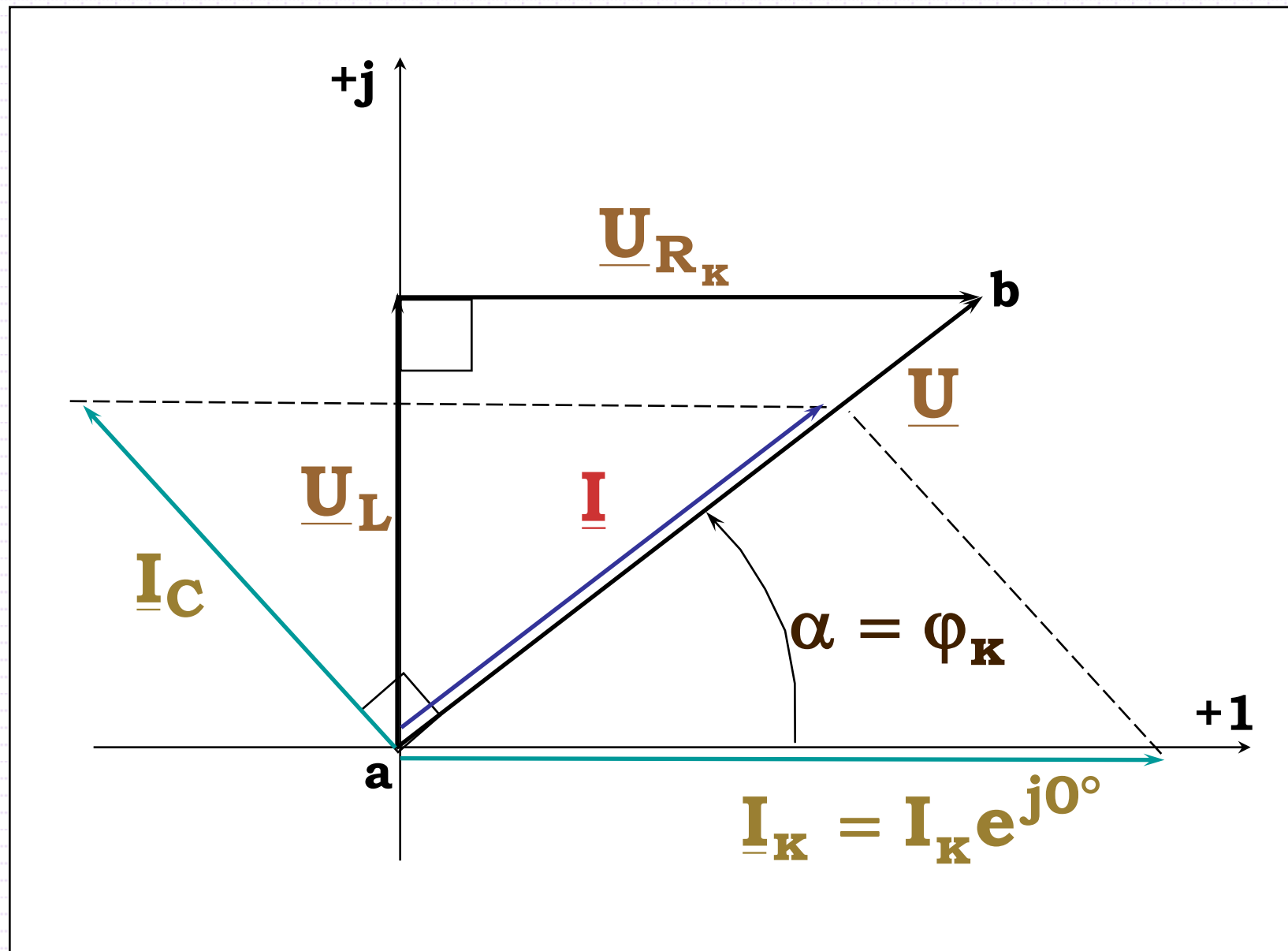
$$\cos \varphi = 1$$

$$Q = 0$$

$$S = P$$

При резонансе токов входная
проводимость цепи и
входной ток **минимальны**

Векторная диаграмма при резонансе токов



Где

$$Z_k = \sqrt{R_k^2 + X_L^2}$$

$$I_k = U / Z_k$$

$$U_L = I_k X_L$$

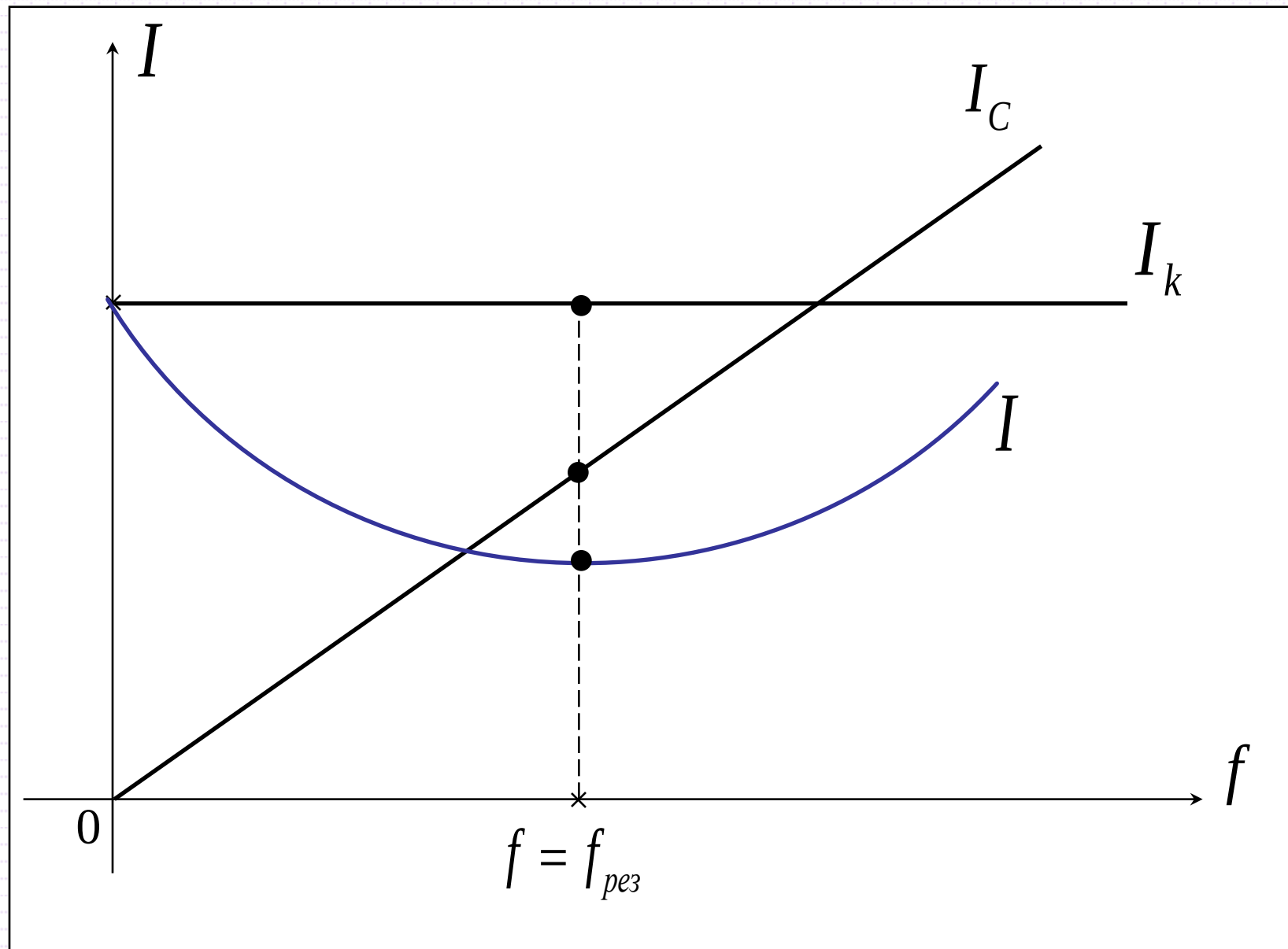
Где

$$U_{R_k} = R_k I_k$$

$$\varphi_k = \arctg \frac{X_L}{R_k}$$

$$I_C = U / X_C$$

Резонансные характеристики



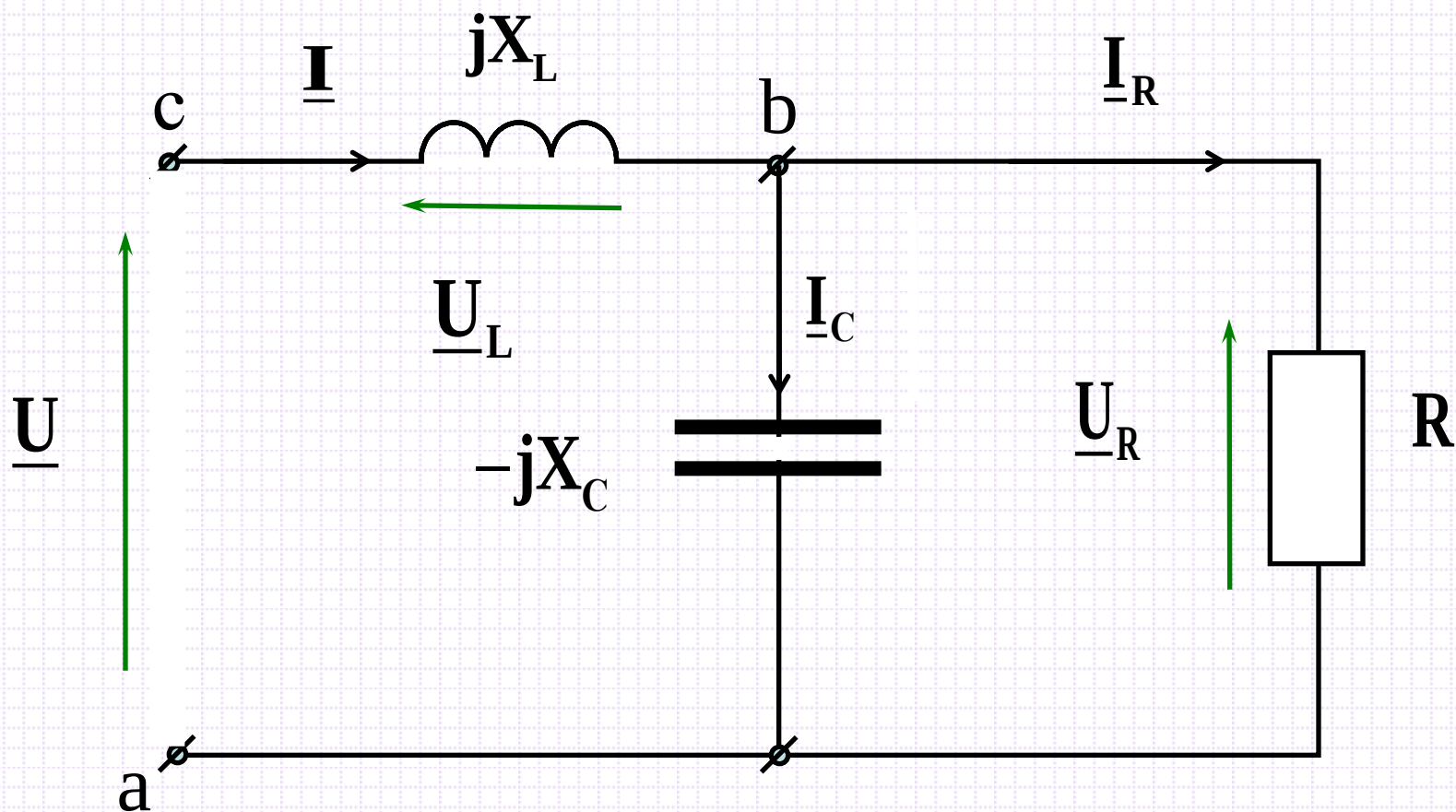
Резонанс токов используется в
радиотехнике для ослабления
сигналов определенной
частоты

и в электроэнергетике для
уменьшения потерь энергии
в проводах линии

Резонанс в сложной цепи

Резонанс в сложной цепи —
это резонанс, отличающийся
от резонансов напряжений и
ТОКОВ

Например



Комплекс входного
сопротивления цепи

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{\text{BX}} &= \text{j}X_{\text{L}} + \frac{\text{R}(-\text{j}X_{\text{C}})}{\text{R} - \text{j}X_{\text{C}}} = \\&= \text{j}X_{\text{L}} + \frac{\text{R}(-\text{j}X_{\text{C}})(\text{R} + \text{j}X_{\text{C}})}{\text{R}^2 + X_{\text{C}}^2} = \\&= \text{R}_{\text{BX}} + \text{j}X_{\text{BX}} = Z_{\text{BX}} e^{\text{j}\phi}, \quad (\text{Ом})\end{aligned}$$

Где

$$\mathbf{R}_{\text{вх}} = \frac{\mathbf{R} \cdot \mathbf{X}_{\text{с}}^2}{\mathbf{R}^2 + \mathbf{X}_{\text{с}}^2}, \quad (\text{Ом})$$

- активное сопротивление

$$\mathbf{X}_{\text{вх}} = \mathbf{X}_{\text{л}} - \frac{\mathbf{R}^2 \mathbf{X}_{\text{с}}}{\mathbf{R}^2 + \mathbf{X}_{\text{с}}^2}, \quad (\text{Ом})$$

- реактивное сопротивление

Где

$$Z_{BX} = \sqrt{R_{BX}^2 + X_{BX}^2}$$

- полное сопротивление

$$\phi = \arctg \frac{X_{BX}}{R_{BX}}$$

При резонансе

$$\phi = 0$$

и

$$X_{\text{BX}} = 0$$

Тогда

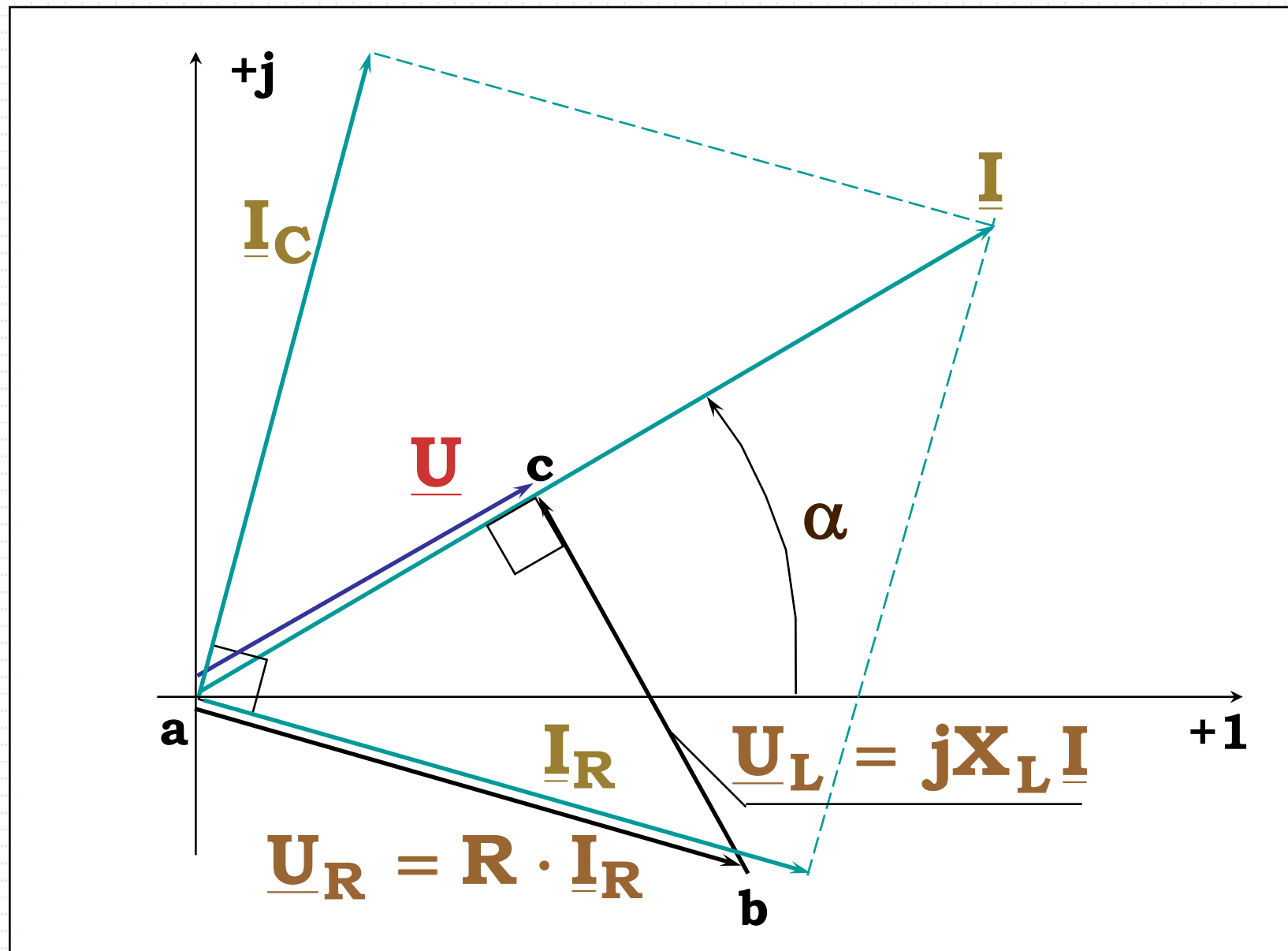
$$\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{BX}} = \mathbf{R}_{\mathbf{BX}}$$

$$\underline{\mathbf{I}} = \frac{\mathbf{U}}{\mathbf{R}_{\mathbf{BX}}} \mathbf{e}^{\mathbf{j}\alpha}$$

$$\mathbf{P} = \frac{\mathbf{U}^2}{\mathbf{R}_{\mathbf{BX}}}$$

$$\mathbf{Q} = 0$$

Векторная диаграмма



Где

$$\underline{I}_R = \underline{I} \frac{(-jX_C)}{R - jX_C}$$

$$\underline{I}_C = \underline{I} \frac{R}{R - jX_C}$$

Если $\mathbf{R} = 2,5 \cdot \mathbf{X}_L,$

то $\mathbf{X}_C = 1,25 \cdot \mathbf{X}_L$

и $\mathbf{U}_R = \sqrt{5} \cdot \mathbf{U}$

Таким образом, эта цепь в
режиме резонанса может
применяться для увеличения
напряжения на нагрузке R