**Цепь 1 порядка**

**Классический метод с постоянным источником ЭДС**

Дано

$R1 := 10 \qquad R2 := 20 \qquad E := 20 \qquad L := 0.2$

Решение

Определяем ННУ

$iL0 := 0$

Определяем ЗНУ

$$i0p := \frac{E}{R1 + R2}$$

$i0p = 0.667$

Определяем принужденную составляющую

$$ipr := \frac{E}{R2 + \frac{R1}{2}}$$

$ipr = 0.8$

Определяем корень характеристического уравнения

$$L \cdot p + R1 + \frac{R1 \cdot R2}{R1 + R2} \;\Bigg|\; \begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float}, 3 \end{array} \rightarrow -83.3$$

$p := -83.3$

Определяем постоянную интегрирования

$A := i0p - ipr$

$A = -0.133$

Окончательное решение

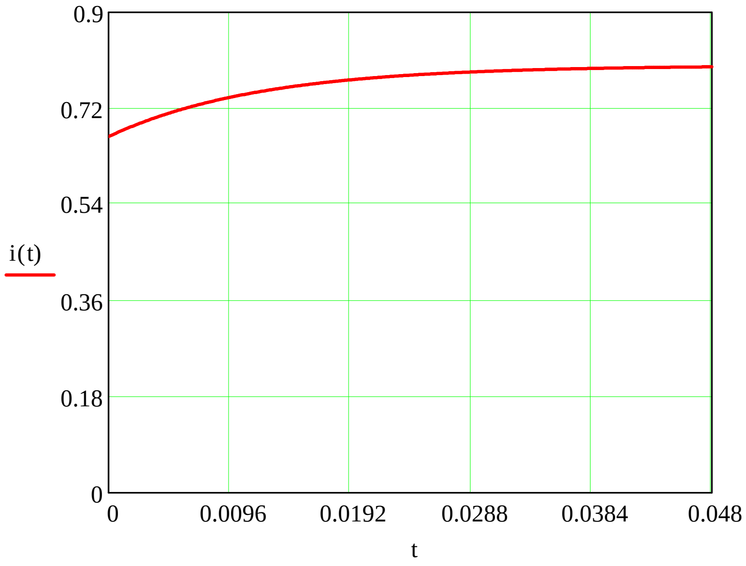
$i(t) := A \cdot e^{p \cdot t} + ipr$

Постоянная времени

$$\tau := \frac{1}{|p|}$$

Шаг

$t := 0, 0.01 \cdot \tau .. 4 \cdot \tau$




**Операторный метод с постоянным источником ЭДС**

$$I(p1) := \frac{\frac{E}{p1}}{R2 + \frac{(R1 + L \cdot p1) \cdot R1}{L \cdot p1 + 2R1}}$$ symbolics-simplify-..

$$I(p1) := E \cdot \frac{L \cdot p1 + 2 \cdot R1}{p1 \cdot \left(R2 \cdot L \cdot p1 + 2 \cdot R2 \cdot R1 + R1^2 + R1 \cdot L \cdot p1\right)}$$

$$A\_(p1) := E \cdot (L \cdot p1 + 2 \cdot R1)$$

$$B(p1) := p1 \cdot \left(R2 \cdot L \cdot p1 + 2 \cdot R2 \cdot R1 + R1^2 + R1 \cdot L \cdot p1\right)$$

Проверка корней характеристического уравнения

$$B(p1) \left|\begin{matrix} solve, p1 \\ float, 3 \end{matrix}\right. \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -83.3 \end{pmatrix}$$

$$p1\_1 := 0$$

$$p1\_2 := -83.3$$

$$i(t) := \frac{A\_(p1\_1)}{\left(\frac{d}{dp1\_1} B(p1\_1)\right)} \cdot e^{p1\_1 \cdot t} + \frac{A\_(p1\_2)}{\left(\frac{d}{dp1\_2} B(p1\_2)\right)} \cdot e^{p1\_2 \cdot t}$$

Проверка принужденной составляющей ipr и постоянной интегрирования A

$$\frac{A\_(p1\_1)}{\left(\frac{d}{dp1\_1} B(p1\_1)\right)} = 0.8 \qquad \frac{A\_(p1\_2)}{\left(\frac{d}{dp1\_2} B(p1\_2)\right)} = -0.134$$

$ipr = 0.8$ $A = -0.133$

## Классический метод с синусоидальным источником ЭДС

$R1 := 10$ $R2 := 20$ $Em := 20$ $L := 0.2$ $\omega := 150$ $\psi := 90$

$E := Em \cdot e^{i \cdot \psi \cdot deg}$ $XL := \omega \cdot L$

$E = 20i$ $XL = 30$

Определяем ННУ

$iL0 := 0$

Определяем ЗНУ

$$i0p := \frac{Im(E)}{R1 + R2}$$

$i0p = 0.667$

Определяем принужденную составляющую

$$Ipr := \frac{E}{R2 + \frac{(R1 + i \cdot XL) \cdot R1}{i \cdot XL + 2 \cdot R1}}$$

$Ipr = 0.057 + 0.698i$

$|Ipr| = 0.7$ $\frac{arg(Ipr)}{deg} = 85.365$

$ipr(t) := |Ipr| \cdot \sin(\omega \cdot t + arg(Ipr))$

Определяем постоянную интегрирования

$A := i0p - ipr(0)$

$A = -0.031$

Окончательное решение

$i(t) := A \cdot e^{p \cdot t} + ipr(t)$

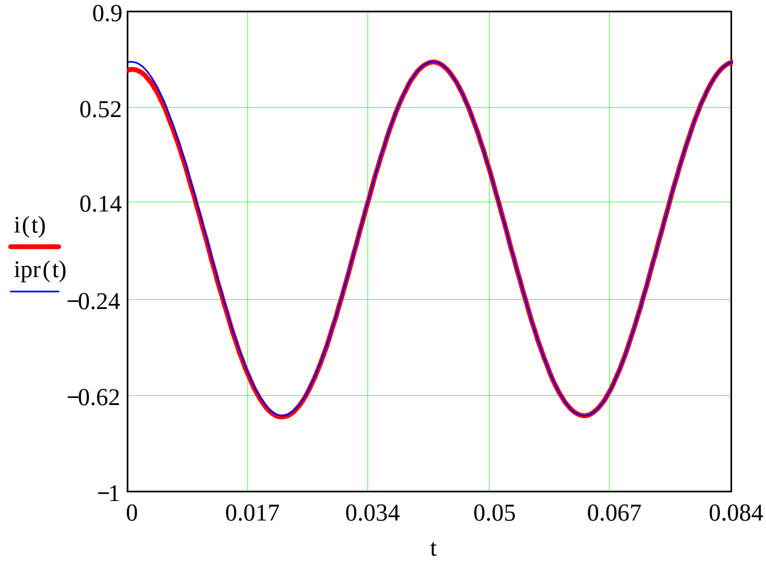
Период

$$T := \frac{2\pi}{\omega}$$

$T = 0.042$

Шаг

$t := 0, 0.01 \cdot T .. 4 \cdot T$




## Цепь 2 порядка

## Классический метод

Дано

$R := 35$ $L := 0.6$ $C := 500\cdot 10^{-6}$ $E := 200$

Решение

Определяем ННУ

$iL0 := \frac{E}{2R}$ $iL0 = 2.857$

$Uc0 := iL0\cdot R$ $Uc0 = 100$

Определяем ЗНУ

$J2k := iL0$

$J1k := \frac{Uc0}{\left(\frac{R\cdot 2R}{3R}\right) + R}$ $J1k = 1.714$

$ic0p := -J1k + J2k$ $ic0p = 1.143$

$UL0p := E - Uc0$ $UL0p = 100$

Определяем принужденные составляющие

$iLpr := \frac{E}{R + \frac{R\cdot 2R}{3R}}$ $iLpr = 3.429$

$Ucpr := E$ $Ucpr = 200$

Определяем корни характеристического уравнения

$$\frac{R\cdot 2R}{3R}+R+\frac{L\cdot p\_\cdot\frac{1}{C\cdot p\_}}{L\cdot p\_+\frac{1}{C\cdot p\_}}\ \Bigg|\begin{matrix}\text{solve}, p\_\\ \text{float}, 4\end{matrix}\rightarrow\begin{bmatrix}(-17.14)-55.13\cdot i\\(-17.14)+55.13\cdot i\end{bmatrix}$$

$$p\_1 := -17.14 - 55.13\cdot i$$

$$p\_2 := -17.14 + 55.13\cdot i$$

Определяем постоянные интегрирования

Для iL(t)

$$Zi := \begin{pmatrix}1 & 1\\ p\_1 & p\_2\end{pmatrix}\qquad Xi := \begin{pmatrix}iL0 - iLpr\\ \dfrac{UL0p}{L}\end{pmatrix}$$

$$A := Zi^{-1}\cdot Xi$$

$$A = \begin{pmatrix}-0.286+1.423i\\ -0.286-1.423i\end{pmatrix}$$

Для Uc(t)

$$Zu := \begin{pmatrix}1 & 1\\ p\_1 & p\_2\end{pmatrix}\qquad Xu := \begin{pmatrix}Uc0 - Ucpr\\ \dfrac{ic0p}{C}\end{pmatrix}$$

$$B := Zu^{-1}\cdot Xu$$

$$B = \begin{pmatrix}-50+5.185i\\ -50-5.185i\end{pmatrix}$$

Окончательное решение

$$iL(t) := 2\cdot \mathrm{Re}\left(A_0\cdot e^{p\_1\cdot t}\right) + iLpr$$

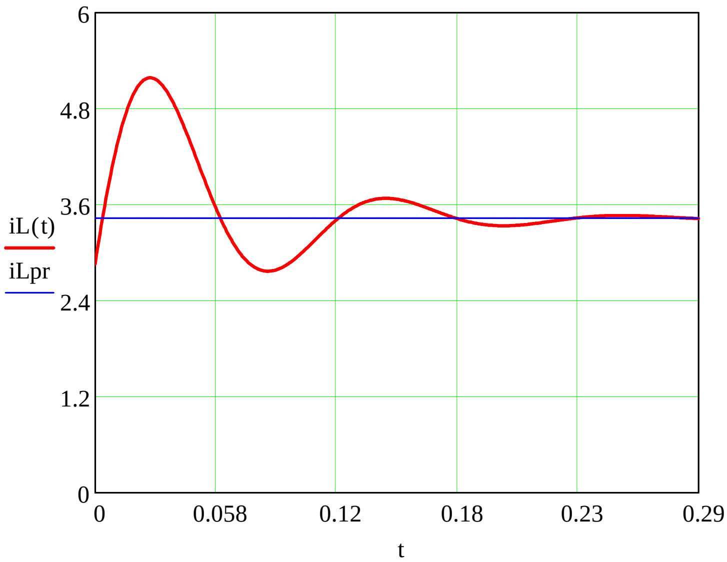
$$Uc(t) := 2\cdot \mathrm{Re}\left(B_0\cdot e^{p\_1\cdot t}\right) + Ucpr$$

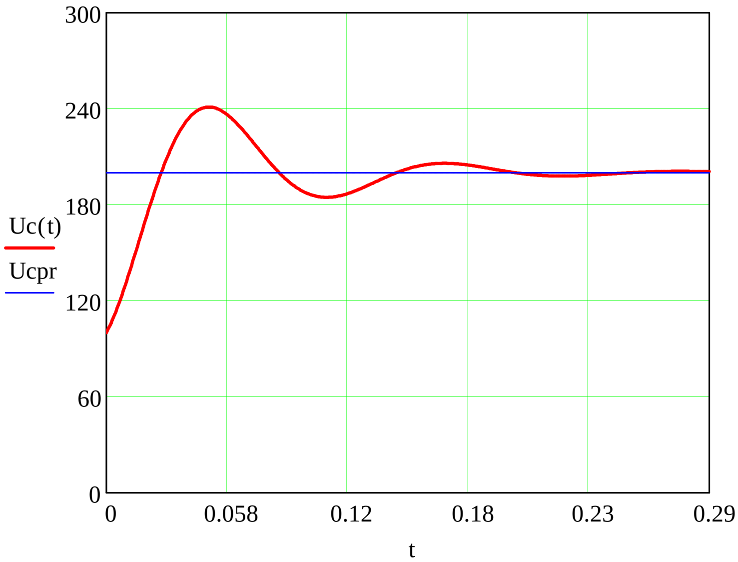
Постоянная времени

$$\tau := \frac{1}{\left|\max(\mathrm{Re}(p\_1))\right|}\qquad \tau = 0.058$$

Шаг

$$t := 0, 0.01\cdot\tau .. 5\cdot\tau$$




**Метод переменных состояния**

$$Rek := \frac{R \cdot 2R}{3R} + R \qquad Rek = 58.333$$

$$iL0 = 2.857 \qquad Uc0 = 100$$

Given

$$UL\_ + (iL\_ - iC\_) \cdot Rek\_ = E\_$$

$$-(iL\_ - iC\_) \cdot Rek\_ + Uc\_ = 0$$

$$Find(iC\_, UL\_) \rightarrow \begin{bmatrix} \dfrac{Rek\_ \cdot iL\_ - Uc\_}{Rek\_} \\ (-Uc\_) + E\_ \end{bmatrix}$$

Матрица состояния

$$A := \begin{pmatrix} \frac{-1}{Rek \cdot C} & \frac{1}{C} \\ \frac{-1}{L} & 0 \end{pmatrix}$$

Вектор правых частей

$$B := \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{E}{L} \end{pmatrix}$$

Проверка принужденных составляющих

$$-A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 200 \\ 3.429 \end{pmatrix}$$

$$Ucpr = 200$$

$$iLpr = 3.429$$

Проверка корней характеристического уравнения

$$\lambda := \text{eigenvals}(A)$$

$$\lambda = \begin{pmatrix} -17.143 + 55.131i \\ -17.143 - 55.131i \end{pmatrix}$$

$$p\_1 = -17.14 - 55.13i$$

$$p\_2 = -17.14 + 55.13i$$

Проверка графиков

Уравнение состояния

$$D(t, x) := A \cdot x + B$$

Количество точек

$$N := 10^3$$

Матрица начальных условий

$$xo := \begin{pmatrix} Uc0 \\ iL0 \end{pmatrix}$$

Постоянная времени

$$\tau := \frac{1}{\left|\max\left(\text{Re}\left(\lambda_1\right)\right)\right|} \qquad \tau = 0.058$$

Период

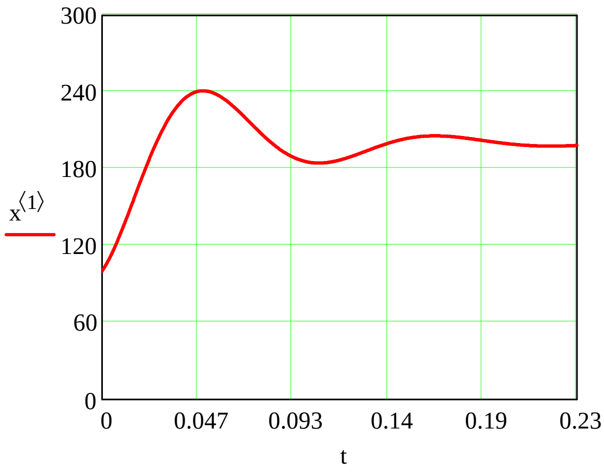
$$T := 4\cdot\tau$$

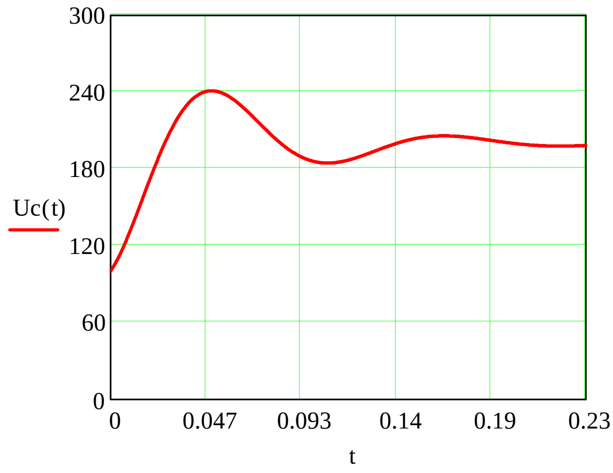
По методу Рунге-Кутта ищем решение в виде

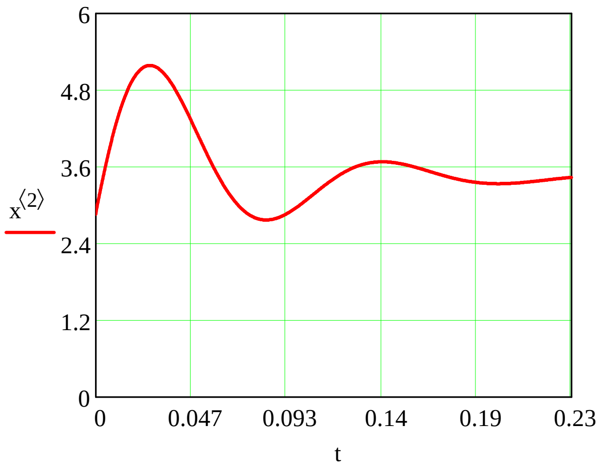
$$x := \mathrm{rkfixed}(xo, 0, T, N, D)$$

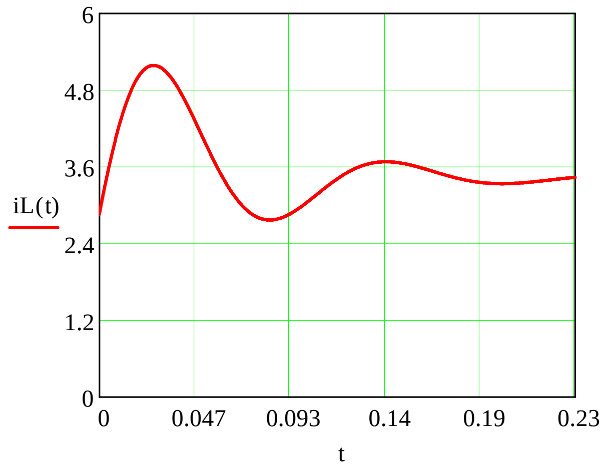
Время

$$t := x^{\langle 0 \rangle}$$



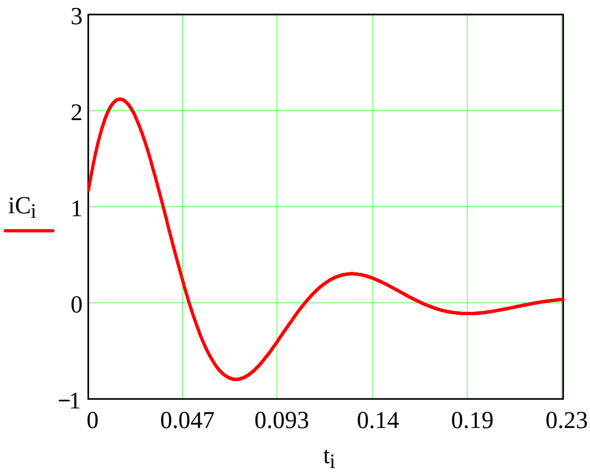



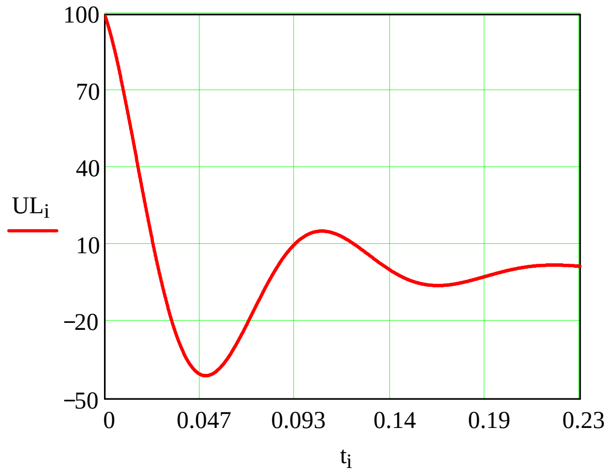

$$i := 1 .. N$$

Ток в емкости и напряжение на индуктивности

$$\begin{pmatrix} iC_i \\ UL_i \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & L \end{pmatrix} \cdot D\left[t_i, \left[\begin{matrix} \left(x^{\langle 1 \rangle}\right)_i \\ \left(x^{\langle 2 \rangle}\right)_i \end{matrix}\right]\right]$$



3
2
$iC_i$
1
0
−1
0
0.047
0.093
0.14
0.19
0.23
$t_i$

100
70
40
$UL_i$
10
−20
−50
0
0.047
0.093
0.14
0.19
0.23
$t_i$