# Вопросы для подготовки к экзамену по дисциплине «Математические основы обработки сигналов»

#### ЗНАТЬ:

- 1. Разложение сигналов по системам ортогональных функций:
  - представление сигнала в виде ряда с помощью базисных функций;
  - принцип определения коэффициентов ряда;
  - требования к системе базисных функций;
  - примеры систем базисных функций, используемых в теории сигналов.
- 2. Тригонометрический ряд Фурье:
  - первая форма записи ряда и его коэффициентов;
  - запись ряда для нечетных и четных функций;
  - вторая форма записи ряда и его коэффициентов;
  - понятие гармоники;
  - спектральные диаграммы.
- 3. Комплексный (экспоненциальный) ряд Фурье:
  - запись ряда и его коэффициентов;
  - связь коэффициентов комплексного и тригонометрического рядов;
  - понятие отрицательной частоты;
  - спектральные диаграммы.
- 4. Сходимость ряда Фурье:
  - условия Дирихле для периодического сигнала;
  - теорема Дирихле;
  - тип сходимости ряда Фурье;
  - явление Гиббса.
- 5. Прямое и обратное преобразования Фурье. Спектр непериодического сигнала:
  - вывод формул прямого и обратного преобразований Фурье;
  - понятие спектральной характеристики сигнала;
  - определение, графическое представление и свойства амплитудного и фазового спектров;
  - спектр прямоугольного импульса.
- 6. Основные свойства преобразования Фурье.
  - линейность;
  - спектральная характеристика производной;
  - спектральная характеристика интеграла;
  - спектральная характеристика смещенного сигнала;
  - изменение спектральной характеристики при сжатии и растяжении сигналов.
- 7. Распределение мощности и энергии в спектре сигнала.
  - понятие средней мощности периодического сигнала;
  - формула расчета средней мощности периодического сигнала по его спектру;
  - понятие энергии непериодического сигнала;
  - определение энергии сигнала по спектральной характеристике (теорема Парсеваля).
- 8. Разложение сигналов в базисе функций Уолша:
  - особенности функций Уолша;
  - образование функций Уолша из функций Радемахера;
  - способы упорядочения функций Уолша;
  - разложение сигналов в базисе Уолша (формулы ряда и коэффициентов).
- 9. Математические модели линейных стационарных систем:
  - дифференциальные уравнения в обычной и операторной форме записи;
  - определение понятия «передаточная функция»;
  - получение передаточной функции системы по дифференциальному уравнению.
  - импульсная переходная функция, ее связь с передаточной функцией;
  - модели простейших *вс* -цепей.

- 10. Операторный метод определения реакции системы на детерминированные сигналы:
  - постановка задачи:
  - раскрытие и пояснение этапов расчета с записью формул;
  - обратное преобразование с помощью разложения на простые дроби;
  - обратное преобразование с помощью теории вычетов.

# 11. Фильтры Баттерворта:

- формула, описывающая АЧХ фильтра;
- свойства АЧХ фильтра и их зависимость от параметров;
- расположение полюсов фильтра;
- расчет параметров по заданным требованиям к АЧХ для граничных частот.

## 12. Фильтры Чебышева первого рода:

- формула, описывающая АЧХ фильтра;
- свойства АЧХ фильтра и их зависимость от параметров;
- расположение полюсов фильтра;
- расчет параметров по заданных требованиям к АЧХ для граничных частот:

## 13. Образование дискретного сигнала из дискретной последовательности.

- понятие идеального импульсного элемента;
- запись сигнала x \* (t) на выходе идеального импульсного элемента;
- представление идеальной дискретизации в виде импульсной модуляции;
- пример дискретизации экспоненциального импульса  $x(t) = e^{-\alpha t}$ ,  $t \ge 0$  с периодом T.

# 14. Дискретное преобразование Лапласа. Z-преобразование:

- преобразование Лапласа дискретного сигнала  $x^*(t)$ ;
- переход к Z-преобразованию;
- преимущества Z-преобразования перед дискретным преобразованием Лапласа;
- примеры определения Z-изображений.

#### 15. Обратное Z-преобразование.

- содержание задачи и формула обратного Z-преобразования;
- геометрическое пояснение обратного Z-преобразования на комплексной плоскости;
- обратное Z-преобразование методом разложения на простые дроби (с примером);
- обратное Z-преобразование методом разложения в степенной ряд (с примером).

#### 16. Спектральная характеристика дискретного сигнала x \* (t):

- образование сигнала x \* (t) из дискретной последовательности;
- определение спектральной характеристики  $X * (j\omega)$ ;
- свойства спектральной характеристики;
- графическое представление спектральной характеристики.

## 17. Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) на конечном интервале и его свойства.

- образование сигнала x\*(t) из дискретной последовательности;
- определение спектральной характеристики  $X * (j\omega)$ ;
- дискретизация спектральной характеристики;
- формулы прямого и обратного ДПФ;
- запись формул ДПФ с помощью поворачивающего множителя.

## 18. Быстрое преобразование Фурье. Алгоритм БПФ с прореживанием по времени:

- понятие о быстром преобразовании Фурье;
- способ разделения последовательностей в алгоритмах с прореживанием по времени;
- базовая операция алгоритма с прореживанием по времени;
- пример для N = 8: сортировка входной последовательности;
- пример для N = 8: граф вычисления ДПФ.

#### 19. Описание дискретной системы с помощью разностного уравнения:

- понятие разностного уравнения;
- способы записи линейного разностного уравнения;
- использование операторов сдвига для записи разностных уравнений;
- прямой метод решения разностного уравнения первого порядка.

- 20. Передаточная функция и импульсная характеристика дискретной системы:
  - определение понятия «передаточная функция»;
  - получение передаточной функции системы по её разностному уравнению;
  - определение понятия «импульсная характеристика системы»;
  - связь между передаточной функцией и импульсной характеристикой.
- 21. Частотная передаточная функция и частотные характеристики дискретных систем:
  - определение частотной передаточной функции;
  - получение частотных характеристик из частотной передаточной функции;
  - свойства частотных характеристик;
  - способы нормирования частотных характеристик.
- 22. Структурные схемы дискретных систем:
  - определение структурной схемы;
  - элементы структурных схем;
  - первая каноническая форма (с выводом на примере системы 2-го порядка);
  - вторая каноническая форма (на примере системы 2-го порядка).
- 23. Дискретное интегрирование и дифференцирование:
  - задача дискретного интегрирования;
  - разностные уравнения и передаточные функции интеграторов при использовании методов прямоугольников и трапеций;
  - частотные характеристики интеграторов;
  - дискретное дифференцирование по методу простой разности.
- 24. Цифровая фильтрация:
  - понятие о цифровой фильтрации;
  - функциональная схема цифрового фильтра;
  - назначение элементов цифрового фильтра;
  - преимущества цифровой фильтрации (4–5 пунктов).
- 25. Классификация цифровых фильтров:
  - каузальные и некаузальные ЦФ, их свойства и области применения;
  - рекурсивные и нерекурсивные ЦФ, их уравнения, основные отличия и свойства;
  - КИХ-фильтры и БИХ-фильтры;
  - примеры фильтров всех типов.
- 26. Расчет рекурсивных цифровых фильтров по аналоговому прототипу:
  - основные этапы расчета и их содержание;
  - билинейное преобразование, его достоинства и недостатки;
  - определение передаточной функции аналогового фильтра-прототипа;
  - определение передаточной функции цифрового фильтра.
- 27. Нерекурсивные ЦФ (особенности, свойства фильтров с линейной ФЧХ):
  - разностное уравнение и передаточная функция фильтра;
  - структурная схема фильтра;
  - расположение полюсов фильтра и условия устойчивости;
  - вывод условий, при которых фильтр имеет линейную ФЧХ;
  - фильтры с симметричными и антисимметричными импульсными характеристиками.
- 28. Расчет нерекурсивных цифровых фильтров методом взвешивания:
  - разностное уравнение и передаточная функция нерекурсивного цифрового фильтра;
  - определение импульсной характеристики фильтра методом усечения;
  - недостатки фильтра, полученного методом усечения;
  - устранение недостатков при помощи «оконных функций».

#### УМЕТЬ:

- 1. Найти коэффициенты ряда Фурье для заданного периодического сигнала. Построить амплитудную и фазовую спектральные диаграммы.
- 2. Рассчитать среднюю мощность периодического сигнала x(t).
- 3. Рассчитать среднюю мощность периодического сигнала x(t) по известному спектру.
- 4. Определить аналитическое выражение спектральной характеристики одиночного импульса. Построить амплитудную и фазовую спектральные характеристики.
- 5. Рассчитать энергию непериодического сигнала.
- 6. Найти коэффициенты разложения импульса заданной формы по системе функций Уолша.
- 7. Получить дифференциальное уравнение заданной *вс* -цепи первого порядка.
- 8. Записать передаточную функцию системы по заданному дифференциальному уравнению, и наоборот.
- 9. Записать аналитические выражения АЧХ и ФЧХ системы по заданному дифференциальному уравнению (передаточной функции).
- 10. Найти импульсную переходную функцию системы по заданной передаточной функции.
- 11. При помощи операторного метода найти реакцию интегрирующей (дифференцирующей) *RC*-цепи на ступенчатое и экспоненциальное воздействие.
- 12. Найти передаточную функцию и построить АЧХ аналогового ФНЧ (ФВЧ) с заданной частотой среза по передаточной функции нормированного ФНЧ.
- 13. Записать аналитическое выражение дискретной последовательности, полученной в результате дискретизации сигнала x(t) с заданным периодом T.
- 14. Найти и построить спектральную характеристику дискретного сигнала, полученного дискретизацией сигнала x(t) с заданным периодом T.
- 15. Найти Z-преобразование типовых дискретных последовательностей (ступенчатой, экспоненциальной).
- 16. Найти обратное Z-преобразование заданной дробно-рациональной функции X(z) путем разложения ее на простые дроби.
- 17. Найти обратное Z-преобразование заданной дробно-рациональной функции X(z) при помощи теории вычетов.
- 18. Найти по заданному разностному уравнению передаточную функцию дискретной системы
- 19. Найти по заданному разностному уравнению импульсную характеристику цифрового фильтра.
- 20. Записать частотную передаточную функцию дискретной системы по заданной передаточной функции.
- 21. Составить структурную схему дискретной системы по заданной передаточной функции  $H\left(z\right)$  .
- 22. Исследовать дискретную систему на устойчивость.
- 23. Для дискретной системы, описываемой заданной передаточной функцией, рассчитать реакцию на входное воздействие x(n) = 1(n).
- 24. При помощи метода билинейного преобразования найти передаточную функцию Ц $\Phi$ , если заданы передаточная функция аналогового прототипа и период дискретизации T. Составить структурную схему Ц $\Phi$ .

Доцент кафедры. ПМЭ

О.С.Вадутов

6 июня 2016 г.