

Практическое занятие 6. Дискретные модели сигналов. Z-преобразование

1. Контрольные вопросы и упражнения для подготовки к практическому занятию

1. Дайте понятие дискретной последовательности.
2. Как определяются первая и обратная разности?
3. Поясните принципиальное отличие между прямой и обратной разностями дискретной последовательности.
4. Запишите формулу прямого Z-преобразования.
5. Дана ступенчатая функция $x(n) = 1(n)$. Найдите ее Z-изображение.
6. Дана экспоненциальная решетчатая функция
$$x(n) = e^{-a \cdot n}, \quad n \geq 0.$$
 Найдите: а) Z-изображение; б) спектральную характеристику $X^*(j\omega)$.
7. В чем заключается обратное Z-преобразование. Назовите методы обратного преобразования.

2. Упражнения и задачи для решения на практическом занятии

Упражнение 1. Записать дискретные функции $x(n)$, получающиеся в результате дискретизации с периодом $T = 0,1$ с сигналов, описываемых функциями:

$$x(t) = 5 \cdot e^{-2,5t} \cdot 1(t)$$

$$x(t) = 2 \cdot \cos(2\pi t) \cdot 1(t).$$

Упражнение 2. Сигнал, описываемый функцией $x(t) = 2 \cdot \cos(2\pi t) \cdot 1(t)$, подвергнут дискретизации так, что на одном периоде данного периодического сигнала располагается 8 интервалов дискретизации. Записать дискретную функцию $x(n)$.

Упражнение 3. Найдите прямые первую $\Delta x(n)$ и вторую $\Delta^2 x(n)$ разности дискретных функций:

$$x(n) = a \cdot n + b;$$

$$x(n) = e^{-a \cdot n}.$$

Упражнение 4. Найдите обратные первую $\nabla x(n)$ и вторую $\nabla^2 x(n)$ разности дискретных функций:

$$x(n) = a \cdot n + b;$$

$$x(n) = e^{-a \cdot n}.$$

Упражнение 5. Найдите Z-изображения дискретной функции $x(n)$, полученной дискретизацией сигналов:

а) $x(t) = 10e^{-2t} \cdot 1(t)$ с периодом $T = 0,01$ с;

б) $x(t) = 3 \cdot t \cdot 1(t)$ с периодом $T = 0,03$ с.

Упражнение 6. Найдите ее Z-изображение дискретных функций:

а) $x(n) = \delta(n-1) + 2 \cdot \delta(n-2) + 3 \cdot \delta(n-3)$;

б) $x(n) = 0,1 \cdot 1(n) + 0,1 \cdot \delta(n) + 0,1 \cdot \delta(n-1)$.

Упражнение 7. На рисунке показана дискретная последовательность. Найдите ее Z-изображение.



Задача 1. Найдите обратное Z-преобразование функции

$$X(z) = \frac{1 + z^{-1}}{1 - z^{-1}}.$$

Задача 2. Найдите обратное Z-преобразование функции разложением её в степенной ряд:

$$X(z) = \frac{z^{-3}}{z + 0,8}.$$

Задача 3. При помощи метода разложения на простые дроби найдите обратное Z-преобразование

$$X(z) = \frac{z}{(z-1)(z-2)}.$$

Задача 4. Дана дискретная последовательность

$$x(n) = \delta(n) + 0,5 \cdot \delta(n-1) + 0,25 \cdot \delta(n-2).$$

Запишите аналитическое выражение для спектральной характеристики $X(e^{j\omega T})$.

Задача 5. Сигнал описывается функцией $x(t) = 10e^{-4t} \cdot 1(t)$. Запишите дискретную последовательность $x(n)$, если период дискретизации $T = 0,05$ с. Получите спектральную характеристику $X(e^{j\omega T})$ дискретной последовательности $x(n)$.