

Практическое занятие 3. Гармонический анализ непериодических сигналов

1. Контрольные вопросы и упражнения для подготовки к практическому занятию

1. При каких условиях можно пользоваться формулой прямого преобразования Фурье?

2. Какими свойствами обладает спектральная характеристика сигнала, описываемого действительной функцией?

3. Даны сигнал, описываемый функцией $x(t)$, и его спектральная характеристика $X(j\omega)$. Покажите, что

$$\mathfrak{F}\left[\frac{dx(t)}{dt}\right] = j\omega \cdot X(j\omega).$$

Указание. Запишите формулу обратного преобразования

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{-j\omega t} d\omega$$

и продифференцируйте обе части этой формулы по t .

4. Что происходит со спектром при сжатии (растяжении) сигнала?

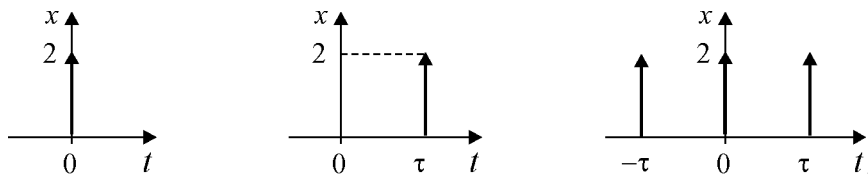
Как изменяются амплитудная и фазовая спектральные характеристики сигнала при его запаздывании?

5. В чем состоит характерная особенность спектра дельта-функции?

6. Какой физический смысл имеет квадрат амплитудной спектральной характеристики $|X(j\omega)|^2$ сигнала?

3. Упражнения и задачи для решения на практическом занятии

Упражнение 1. Запишите выражения для спектральных характеристик сигналов, графики которых показаны на рисунке.



Упражнение 2. Сигнал, описываемый функцией $x(t) = D \cdot e^{-\alpha t} \cdot 1(t)$, имеет спектральную характеристику

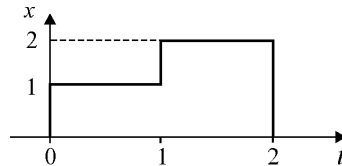
$$X(j\omega) = \frac{D}{j\omega + \alpha}.$$

Запишите выражения для спектральной характеристики сигнала $y(t) = x(k \cdot t)$, полученного:

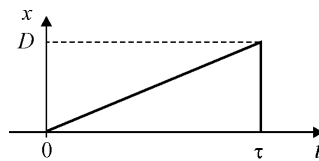
- а) путем растяжения ($k = 0,4$);
- б) сжатия ($k = 2,5$).

Задача 1. Найти спектральную характеристику одиночного импульса (рисунок) двумя способами:

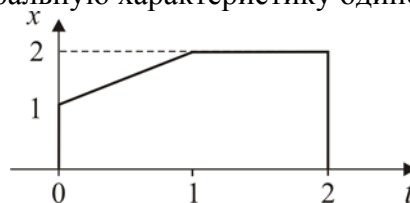
- 1) непосредственно по функции $x(t)$, описывающей заданный сигнал;
- 2) при помощи свойства преобразования Фурье, связывающего спектральные характеристики функции $x(t)$ и ее производной $y(t) = dx(t)/dt$.



Задача 2. Найти спектральную характеристику одиночного треугольного импульса (рисунок).

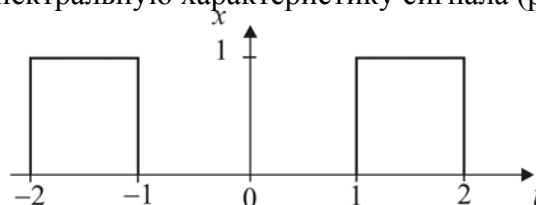


Задача 3. Найти спектральную характеристику одиночного импульса (рисунок).



3. Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Найти спектральную характеристику сигнала (рисунок).



Задача 2. Сигнал, имеющий форму треугольного импульса, описывается следующей функцией

$$x(t) = \begin{cases} 0, & t < -\tau/2, \\ D \cdot (2t/\tau + 1), & -\tau/2 \leq t \leq 0, \\ D \cdot (1 - 2t/\tau), & 0 \leq t \leq \tau/2, \\ 0, & t > \tau/2. \end{cases}$$

Найти спектральную характеристику сигнала.