

Практическое занятие 2. Гармонический анализ периодических сигналов

1. Контрольные вопросы и упражнения для подготовки к практическому занятию

1. Какая функция называется периодической?
2. Какими основными свойствами характеризуется периодическая функция?
3. Как появляется понятие отрицательной частоты?
4. Дана гармоническая функция $x(t) = a \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$. Разложите функцию на синусную и косинусную составляющие и определите их амплитуды.
5. Дана гармоническая функция $x(t) = a \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$. Разложите функцию на экспоненциальные составляющие.

6. Вычислите интегралы:

$$\text{а) } \int_{-0,5}^{0,5} 5 \cdot \sin(n\pi t) \cdot dt = \dots;$$

$$\text{б) } \int_{-0,5}^{0,5} 5 \cdot \cos(n\pi t) \cdot dt = \dots;$$

7. Нарисуйте графики первых трех усеченных рядов Фурье

$$x(t) = \frac{2}{\pi} \left(\cos \omega_1 t - \frac{1}{3} \cos 3\omega_1 t + \frac{1}{5} \cos 5\omega_1 t - \dots \right).$$

8. Докажите соотношения:

$$\int_{t_0}^{t_0+T} \sin n\omega_1 t \cdot \cos m\omega_1 t \cdot dt = 0;$$

$$\int \cos n\omega_1 t \cdot \cos m\omega_1 t \cdot dt = \begin{cases} 0, & n \neq m, \\ T/2, & n = m. \end{cases}$$

3. Упражнения и задачи для решения на практическом занятии

Упражнение 1. Дан периодический сигнал, описываемый функцией
 $x(t) = 5 \cdot \cos(20\pi \cdot t + \pi/3) + 3 \cdot \cos(30\pi \cdot t - \pi)$.

Определите период сигнала. Постройте амплитудный и фазовый спектры.

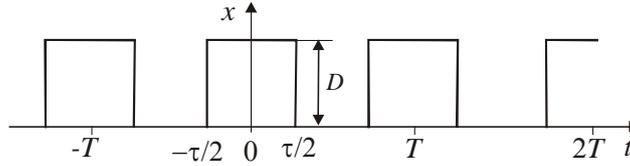
Упражнение 2. Дан периодический сигнал, описываемый функцией
 $x(t) = 2 \cdot \cos(5 \cdot t) - \sin(10 \cdot t) + 0,5 \sin(15 \cdot t)$.

Постройте амплитудную и фазовую спектральные диаграммы.

Упражнение 3. Рассчитайте среднюю мощность периодического сигнала, описываемого функцией

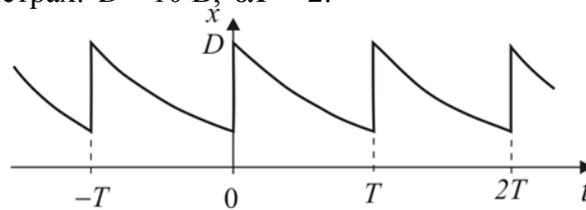
$$x(t) = 2 \cdot \cos(5 \cdot t) - \sin(10 \cdot t) + 0,5 \sin(15 \cdot t).$$

Задача 1. Дан периодический сигнал в виде последовательности прямоугольных импульсов с амплитудой D , длительностью τ и периодом T (рисунок).



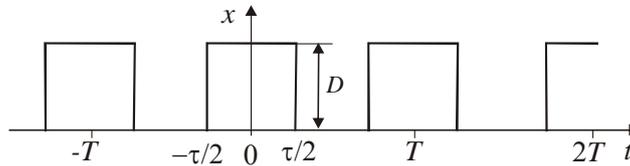
Найти аналитические выражения для коэффициентов тригонометрического ряда Фурье. Рассчитать и построить амплитудные и фазовые спектральные диаграммы для трех вариантов, например: а) $\tau/T = 0,25$; б) $\tau/T = 0,5$; в) $\tau/T = 0,75$.

Задача 2. Дан периодический сигнал, описываемый на интервале $0 \leq t < T$ функцией $x(t) = D \cdot e^{-\alpha t}$ (рисунок). Найдите выражения для коэффициентов c_n комплексного ряда Фурье. Рассчитайте постоянную составляющую и амплитуду первой гармоники при следующих параметрах: $D = 10 \text{ В}$, $\alpha T = 2$.



3. Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Дан периодический сигнал в виде последовательности прямоугольных импульсов с амплитудой D , длительностью τ и периодом T (рисунок).



Найти аналитические выражения для коэффициентов c_n экспоненциального ряда Фурье.

Задача 2. Периодический сигнал $x(t)$ с периодом T на отрезке $-T/2 \leq t \leq T/2$ описывается функцией $x(t) = D \cdot \cos\left(\frac{\pi}{T}t\right)$ (рисунок). Найдите выражения для коэффициентов ряда Фурье.

