Тема 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О СИГНАЛАХ

Информация. – Сообщение. – Сигнал. – Математическая модель сигнала. – Аналоговые и дискретные сигналы. – Детерминированные и случайные сигналы. – Периодические сигналы. – Импульсные сигналы. – Энергетические характеристики сигналов – Представление сигналов с помощью ортогональных функций.

1.1. Основные понятия: информация, сообщение, сигнал

С большим основанием наше время можно назвать «веком информации». Все возрастающий поток информации обрушивается на человека. По существу вся деятельность человека неразрывно связана с получением и накоплением новой информации об окружающей среде. В эту среду входят естественные объекты живой и неживой природы и объекты, созданные человеком. Информация необходима человеку для удовлетворения своих все возрастающих потребностей.

Информация отражает одну из сторон реального мира и вместе с энергетическими и вещественными ресурсами образует триаду, необходимую для общественного развития. Если энергетические и вещественные потоки, образно говоря, питают некоторую систему, то потоки информации организуют ее функционирование, управляют ею.

Понятие информации, однако, в отличие от физических категорий массы и энергии, не приобрело однозначного толкования. Имеется большое количество определений понятия «информация», от наиболее простого, имеющего в своей основе конкретную практическую деятельность человека, до самого сложного, характеризующего информацию как философскую категорию.

Будем понимать под *информацией* (от лат. *informatio* – разъяснение, осведомление) совокупность каких-либо сведений, содержащих знания об изучаемом процессе или явлении. Эти сведения представляют определенный интерес для изучающего данный процесс или явление и поэтому становятся объектом хранения, передачи и преобразования. Будем полагать также, что имеется некоторый *источник информации*, обладающий способностью изменять во времени или пространстве свое состояние.

Информацию передают в виде сообщений. *Сообщение* – это сведение о состоянии источника информации, выраженное в определенной форме и предназначенное для передачи от источника информации к адресату. Отправителями и получателями сообщений могут быть как люди, так и технические устройства, которые регистрируют, хранят, преобразуют, передают и принимают информацию.

Для передачи сообщений используются сигналы. *Сигналом* (от лат. *signum* – знак) называется физический процесс, однозначно отображающий передаваемое сообщение о состоянии какого-либо объекта наблюдения и пригодный для передачи и обработки. Другими словами, под сигналом понимают материальный носитель сообщения. Физическая природа сигнала может быть различная: звуковая, механическая, оптическая, электрическая или еще какая-либо.

Сообщения и соответствующие им сигналы могут быть дискретными или непрерывными. *Дискретное сообщение* представляет конечную последовательность отдельных символов. Дискретные сообщения характерны для телеграфии, передачи данных и телеметрии. Последовательность элементов дискретного сообщения преобразуется, например, в последовательность двоичных чисел. Для их передачи по каналу связи необходим сигнал с двумя признаками: 0 и 1. Роль таких сигналов могут выполнять посылки постоянного тока разной полярности, колебания с различными частотами и др.

Непрерывные сообщения представляют собой непрерывные процессы. Примерами непрерывных сообщений служат речь, музыка, телевизионное изображение и др. С помощью специальных устройств непрерывные сообщения преобразуются в электрические непрерывные сигналы. Например, если сообщением является речь, то микрофон преобразует звуковые колебания воздушной среды в электрические колебания, которые и передаются по назначению.

Однако не всякий физический процесс следует считать сигналом. Сигналом является только тот физический процесс, который содержит информацию, то есть некоторую совокупность сведений о состоянии или положении некоторого объекта. В качестве сигнала, таким образом, можно рассматривать любой физический процесс при условии, что некоторые его параметры изменяются в соответствии с переносимым сообщением.

Сигналы можно разделить на естественные и специально создаваемые. К естественным сигналам относят, например, световые сигналы от физических объектов окружающего мира, космические сигналы, электрические поля биологических объектов и др. Примерами специально создаваемых могут служить сигналы, посылаемые радиолокационной станцией, сигналы лазеров для зондирования атмосферы и др.

По количеству физических переменных, характеризующих состояние источника информации, сигналы делят на *одномерные, двумерные и трехмерные*. Примерами одномерных сигналов являются ток в цепи микрофона, напряжение на выходе датчика температуры и др. Двумерные сигналы используются в случае, когда состояние источника определяется двумя переменными (координатами) одновременно. Двумерные сигналы, например, используются при обработке изображений для того, чтобы задать координаты точки на плоскости. При помощи трехмерных сигналов можно определить положение пространственных объектов или описать цветные изображения.

Передача информации заключается в переносе ее на расстояние при помощи сигналов различной физической природы.

Для того чтобы сделать сигнал объектом теоретического изучения или практических расчетов, необходимо указать способ его математического описания или, другими словами, создать математическую модель сигнала. Математической моделью называют совокупность математических соотношений, описывающих изучаемый процесс или явление. Математические модели позволяют анализировать свойства сигналов и синтезировать сигналы с требуемыми свойствами.

В простейшем случае математическая модель сигнала устанавливает соответствие между любым моментом времени $t \in T$ и величиной сигнала $x \in X$, где T – ограниченный или бесконечный интервал времени, называемый областью определения сигнала, X – множество возможных значений сигнала. Это соответствие может быть задано в форме скалярной функции $x(t)$. В более сложных случаях модель содержит математические соотношения, которые характеризуют некоторые обобщенные свойства сигнала.

Создание математической модели – это первый и очень важный этап изучения физического процесса или явления. Во-первых, математическая модель позволяет абстрагироваться от конкретной физической природы носителя сигнала. При этом она приобретает определенную универсальность, то есть способность описывать различные по своей физической природе процессы или по техническому назначению объекты. Одна и та же математическая модель может описывать изменение тока, напряжения, давления, температуры и т.д.

Во-вторых, математическая модель создается так, чтобы она описывала именно те свойства сигнала, которые наиболее важны для конкретного исследования. Необходимо учитывать, что математическая модель может хорошо работать в одних условиях и быть совершенно неприемлемой в других. Любая математическая модель имеет свою область применения и эта область, как правило, может быть определена только в результате многократного применения модели. Поэтому при составлении математической модели большое значение приобретают экспериментальные исследования и практический опыт.

Большое значение при выборе математической модели сигнала имеет ее сложность. Математическая модель, с одной стороны, должна быть достаточно сложна, чтобы отображать существенные свойства изучаемого процесса или явления, а, с другой стороны, достаточно проста, чтобы использовать более простые математические методы анализа.

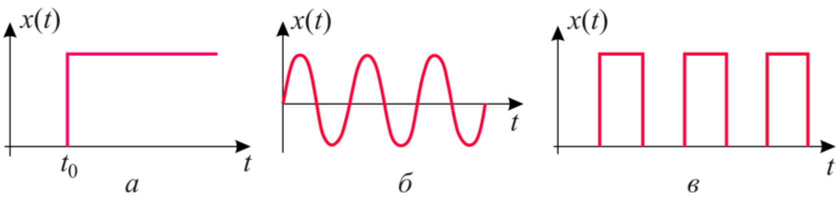
Очевидно, чем полнее математическая модель отражает свойства сигнала, тем шире область ее применения, тем больший круг задач позволяет она решать. В то же самое время, чем полнее математическая модель, тем она сложнее, тем больше трудностей следует ожидать при исследовании из-за необходимости привлекать более сложные математические методы. Поэтому математическая модель сигнала не должна содержать больше подробностей, чем это необходимо для решения данной задачи.

1.2. Классификация сигналов

1.2.1. Детерминированные и случайные сигналы

Детерминированными или регулярными называются такие сигналы, значения которых в любой точке интервала их определения можно рассчитать заранее, имея математическую модель. Математической моделью детерминированного сигнала является детерминированная функция $x(t)$. Такая модель позволяет для любого заданного момента времени t_i однозначно определить значение сигнала $x(t_i)$.

На рис.1.1 в качестве примера приведены графики некоторых широко распространенных детерминированных сигналов.



а *б* *в*

Рис.1.1. Графики детерминированных сигналов:
а – ступенчатого сигнала $x(t) = 1(t - t_0)$; *б* – синусоидального сигнала $x(t) = A \cdot \sin \omega t$; *в* – импульсного сигнала.

Строго говоря, детерминированные сигналы в чистом виде в природе существовать не могут. Такие сигналы могли бы возникнуть только в изолированных системах. Любая же система находится в некоторой среде, и эта среда влияет на процессы, происходящие в системе. Поэтому детерминированные сигналы являются определенной идеализацией реальных сигналов и не содержат информации. И периодическая последовательность импульсов, и синусоидальный сигнал, а тем более единичный ступенчатый сигнал очень далеки по своим свойствам от реально действующих на системы сигналов. Однако при помощи детерминированных сигналов можно изучить многие существенные особенности установившихся и переходных процессов в линейных и нелинейных системах. Поэтому они широко используются при исследовании систем различного назначения.

Случайными или стохастическими называются такие сигналы, изменение которых во времени предсказать невозможно. Такие сигналы описываются случайными функциями. *Случайной функцией* некоторой независимой переменной x называют такую функцию $y(x)$, значение которой при любом заданном x является случайной величиной. Случайные функции, для которых независимой переменной является время t, обычно называют *случайными* (или *стохастическими*) процессами (сигналами).

Случайность процесса проявляется в том, что вид функции $x(t)$ случайным образом меняется от одного опыта к другому. Функцию, получаемую в результате каждого отдельного опыта, называют *реализацией случайного процесса.*

Для его количественной оценки вводится понятие случайной функции $X(t)$. Значение $X(t_i)$ случайной функции при фиксированном значении аргумента t_i представляет собой случайную величину. Поэтому можно говорить лишь о вероятности того, что в данный момент времени $t = t_i$ значение $X(t_i)$ случайной функции заключено в интервале между значениями x и $x + dx$. В этом случае при неизменных условиях эксперимента случайная функция $X(t)$ может принимать различные конкретные формы $x_j(t)$, которые называются реализациями случайного процесса (рис.1.2). Множество реализаций образуют ансамбль реализаций, который полностью определяет случайный сигнал $X(t)$.

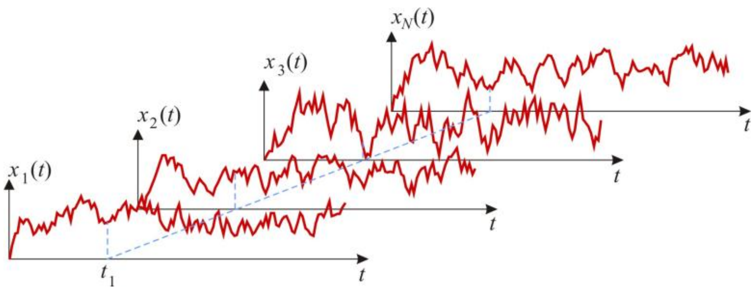


Рис.1.2. Ансамбль реализаций случайного сигнала

1.2.2. Периодические и непериодические сигналы

На практике часто приходится иметь дело с явлениями, повторяющимися в прежнем виде через определенный промежуток времени T. Сигналы, характеризующие периодические явления, возвращаются к своим прежним значениям через указанный интервал времени. Такие явления и сигналы называются периодическими, а промежуток времени T – периодом. Они описываются периодическими функциями.

Функция $x(t)$ называется периодической, если она определена на всей действительной оси и для всякого $t \in (-\infty, \infty)$ удовлетворяет условию

$$x(t) = x(t + rT), \quad r = \pm 1, \pm 2, \dots . \qquad (1.1)$$

Основная особенность периодического сигнала состоит в том, что его значения периодически повторяются и что периодичность эта существует вечно. Очевидно, что периодических явлений и сигналов в строгом смысле соотношения (1.1) в действительности нет и быть не может из-за физического ограничения времени наблюдения сигналов. Однако периодическая функция – это удобная математическая абстракция, облегчающая теоретический анализ сигналов.

Если для периодической функции $x(t)$ существует интеграл (собственный или несобственный), то при любом действительном числе a выполняется условие

$$\int_{a}^{a+T} x(t)\,dt = \int_{0}^{T} x(t)\,dt .$$

1.2.3. Импульсные сигналы

Импульсными называют сигналы, которые существуют на ограниченном отрезке времени или на некоторой совокупности ограниченных чередующихся отрезков времени, называемых областями существования.

Импульсный сигнал, имеющий единственную область существования, называется импульсом (например, на рис.1.3,а показан прямоугольный импульс). В общем случае импульсный сигнал представляет собой последовательность импульсов, продолжающихся на конечном или бесконечном интервале времени (рис.1.3,б).

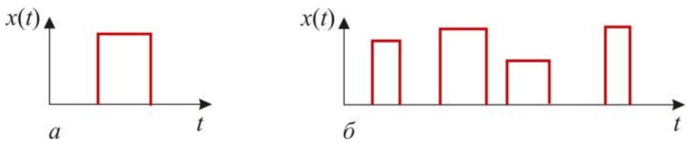


Рис. 1.3. Графики импульсных сигналов:
а – одиночного импульса; *б* – последовательности импульсов.

1.3. Энергетические характеристики сигналов

В теории сигналов широко используются энергетические характеристики. Пусть сигнал представляет изменение напряжения $U(t)$ или тока $i(t)$. Тогда на резисторе с сопротивлением R выделяется мгновенная (текущая) мощность

$$p(t) = \frac{U^2(t)}{R} = R \cdot i^2(t) . \tag{1.2}$$

Если мгновенная мощность сигнала используется для сравнения различных сигналов, то можно принять $R = 1\ \text{Ом}$ («нормировать» мощность). Тогда выражения для мгновенной мощности в (1.2) имеют одинаковый вид. Поэтому в теории сигналов принято определять мгновенную мощность следующим образом:

$$p(t) = x^2(t) .$$

Энергия и средняя мощность сигнала, заданного на интервале $[t_1, t_2]$, соответственно определяются выражениями:

$$E = \int_{t_1}^{t_2} p(t)\,dt = \int_{t_1}^{t_2} x^2(t)\,dt ;$$

$$P_{\text{ср}} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x^2(t)\,dt .$$

Если сигнал определен на интервале $0 < t < \infty$, то средняя мощность

$$P_{\text{ср}} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{0}^{T} x^2(t)\,dt .$$

1.4. Представление детерминированного сигнала с помощью простейших функций

Реальный сигнал приближенно заменяется суммой сигналов, описываемых некоторыми простейшими функциями. Может быть предложено много вариантов такого представления сигнала. Рассмотрим те из них, в которых используемые простейшие сигналы возникают в последовательные, равностоящие друг от друга, моменты времени.

Вариант 1. Пусть в качестве простейших сигналов используются ступенчатые сигналы, возникающие через равные интервалы времени T (рис. 1.4,*а*). В дискретные моменты времени $0, T, 2T, \ldots$ сигнал принимает значения $x(0), x(T), x(2T), \ldots$ Высота каждой ступеньки равна приращению сигнала на интервале времени T .

Текущее значение сигнала при любом t приближенно равно сумме ступенчатых функций:

$$x(t) = x(0)\cdot 1(t) + \sum_{i=1}^{\infty} [x(iT) - x((i-1)T)]\cdot 1(t - iT)\,.$$

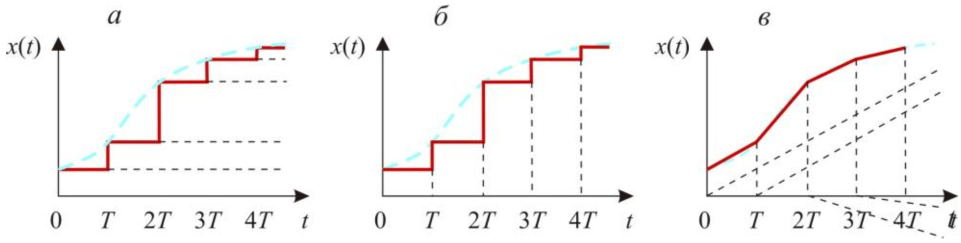


Рис. 1.4. Представление сигналов с помощью простейших функций:
а – ступенчатых сигналов; *б* – прямоугольных импульсов; *в* – линейно изменяющихся сигналов

Вариант 2. В качестве простейших сигналов могут быть использованы прямоугольные импульсы. Каждый импульс имеет длительность T и амплитуду, равную значению сигнала в соответствующий дискретный момент времени (рис. 1.4,*б*). Эти импульсы непосредственно примыкают друг к другу и образуют последовательность, вписанную в кривую $x(t)$.

Текущее значение сигнала при $t \in (iT, (i+1)T)$ приближенно равно

$$x(t) = x(iT)\cdot[1(t - iT) - 1(t - (i+1)T)]\,.$$

Вариант 3. Сигнал $x(t)$ можно аппроксимировать кусочно-линейной функцией (рис. 1.4,*в*), которая будет представлена в виде суммы ступенчатой функции и смещенных линейных функций. Текущее значение сигнала при любом t приближенно равно

$$x(t) = x(0)\cdot 1(t) + \sum_{i=0}^{\infty} A_i\cdot(t - iT)\cdot 1(t - iT)\,.$$

где

$$A_i = \frac{x((i+1)T) - x(iT)}{T}\,.$$

1.5. Представление детерминированного сигнала с помощью ортогональных функций

В общем случае сигнал требует для своего описания достаточно сложных функций. Поэтому возникает необходимость представить сложную функцию $x(t)$, используемую в качестве математической модели сигнала, комбинацией более простых функций. Простейшей с практической точки зрения формой представления сигнала является линейная комбинация некоторых элементарных функций.

Пусть функция $x(t)$ абсолютно интегрируема на рассматриваемом интервале времени [0,*T*]. На практике это требование, как правило, выполняется. Такая функция может быть разложена по некоторой системе базисных функций $\{\phi_i(t)\}$, абсолютно интегрируемых на том же интервале, то есть представлена в виде

$$x(t) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i \, \phi_i(t) . \qquad (1.3)$$

Система функций $\{\phi_i(t)\}$ носит название *базисной системы*, а представление сигнала (1.3) называют *разложением* сигнала по системе базисных функций. Если выбрана базисная система функций, то сигнал полностью определяется совокупностью коэффициентов $\{c_i\}$, которую называют *спектральной характеристикой*, или просто *спектром*, сигнала.

При изучении линейных систем такое представление сигнала весьма удобно. Оно позволяет решение многих задач расчленить на части, применяя принцип наложения. Например, чтобы определить реакцию линейной системы на входное воздействие $x(t)$, представленное в виде (1.3), вычисляют реакцию системы на каждое элементарное воздействие $\phi_i(t), i = 0,1,2,\ldots$, а затем результаты, умноженные на соответствующие коэффициенты c_i, складывают.

При решении практических задач приходится учитывать в (1.3) конечное число N членов. При этом заданная функция $x(t)$ будет представлена приближенной функцией

$$x^*(t) = \sum_{i=0}^{N-1} c_i \, \phi_i(t) . \qquad (1.4)$$

Базисные функции $\phi_i(t), i = 0,1,\ldots, N-1,$ выбираются исходя из априорной информации об исследуемом сигнале так, чтобы они имели более простое аналитическое выражение, обеспечивали быструю сходимость ряда (1.0) и позволяли легко вычислять значения коэффициентов $c_i, i = 0,1,2,\ldots, N-1.$.

Коэффициенты $c_i, i = 0,1,2,\ldots, N-1.$ рассчитываются из условия, чтобы некоторый заранее выбранный критерий приближения принимал минимальное значение. Приведем критерии приближения, получившие наибольшее распространение.

1. В качестве меры расхождения исходной $x(t)$ и аппроксимирующей $x^*(t)$ функций принимается минимум среднеквадратической погрешности

$$J = \int_0^T [x(t) - x^*(t)]^2 \, dt . \qquad (1.5)$$

Такая аппроксимация называется *приближением в среднеквадратическом*.

2. Можно потребовать, чтобы максимальное значение погрешности аппроксимации

$$\delta x(t) = x(t) - x^*(t)$$

было минимальным на заданном интервале определения функции $x(t)$. Такое приближение называется равномерным приближением.

3. Если в качестве меры приближения выбрать среднюю погрешность

$$P(\mathbf{c}) = \frac{1}{T}\int_0^T \left| x(t) - x^*(t) \right| dt ,$$

то говорят, что имеет место приближение в среднем.

Чаще всего в качестве критерия приближения используется квадратичный критерий вида (1.5). Запишем его в следующем виде

$$J(\mathbf{c}) = \int_0^T [x(t) - \sum_{i=0}^{N-1} c_i \phi_i(t)]^2 dt$$

и рассмотрим, как он может быть использован для расчета численных значений коэффициентов c_i, $i = 0,1, \ldots, N-1$.

Известно, что функция принимает экстремальное значение, только в том случае, когда частные производные по ее аргументам обращаются в нуль. Отсюда имеем

$$\frac{\partial J(\mathbf{c})}{\partial c_i} = 0, \quad i = 0,1,\ldots,N-1. \qquad (1.6)$$

Условия (1.6) приводят к системе линейных алгебраических, так называемых нормальных, уравнений вида

$$\int_0^T [x(t) - \sum_{j=0}^{N-1} c_j \phi_j(t)]\, \phi_i(t)\, dt = 0, \quad i = 0,1,\ldots,N-1. \qquad (1.7)$$

Введем следующие обозначения для коэффициентов этой системы уравнений:

$$a_{ij} = \int_0^T \phi_i(t)\,\phi_j(t)\,dt; \qquad (1.8)$$

$$b_i = \int_0^T \phi_i(t)\,x(t)\,dt; \qquad (1.9)$$

Тогда систему уравнений (1.7) можно записать в виде

$$\sum_{j=0}^{N-1} a_{ij} c_j = b_i, \quad i = 0,1,\ldots,N-1. \qquad (1.10)$$

Для расчета численных значений коэффициентов c_i, $i = 0,1, \ldots, N-1$, можно использовать известные в алгебре формулы Крамера:

$$c_i = \Delta_i / \Delta, \quad i = 0,1,\ldots,N-1,$$

где $\Delta = \det\left\| a_{ij} \right\|$ – определитель, составленный из коэффициентов системы уравнений (1.10), а определители Δ_i, $i = 0,1, \ldots, N-1$, получают из определителя Δ заменой i-го столбца столбцом свободных членов уравнений (1.10).

Система уравнений (1.10) имеет единственное решение, если определитель $\Delta \neq 0$. Если не предъявлять к базисной системе функций $\{\phi_i(t)\}$ никаких дополнительных требований, кроме абсолютной интегрируемости и линейной независимости, то использование модели сигнала в виде разложения (1.4) наталкивается на некоторые трудности. Во-первых, для решения системы уравнений (1.10) необходимо вычислить $N(N+1)/2$ интегралов вида (1.8), (1.9). Во-вторых, каждый из коэффициентов c_i зависит от всех остальных, и добавление новых членов ряда требует пересчета всех коэффициентов.

Для упрощения решения системы уравнений (1.10) функции $\phi_i(t), i = 0,1,\ldots, N-1,$ целесообразно выбрать ортогональными на интервале $[0, T]$. Счетный набор ортогональных функций $\phi_i(t), i = 0,1,\ldots, N-1,$ на интервале $[0, T]$ удовлетворяет условиям

$$\int \phi_i(t)\,\phi_j(t)\,dt = \begin{cases} d_i & при\ i = j, \\ 0 & при\ i \neq j, \end{cases}$$

где d_i – некоторая постоянная.

Если функции $\phi_i(t), i = 0,1,\ldots, N-1,$ ортогональны, то система уравнений (1.10) приобретает вид

$$d_i\, c_i = b_i\,, \quad i = 0, 1, \ldots, N-1.$$

Формулы для вычисления коэффициентов $c_i, i = 0,1, \ldots, N-1$, упрощаются:

$$c_i = \frac{b_i}{d_i} = \frac{1}{d_i}\int_0^T \phi_i(t)\,x(t)\,dt,\ i = 0, 1, \ldots, N-1., \tag{1.11}$$

Если постоянные $d_i \equiv 1,\ i = 0,1,\ldots, N-1$, то система функций $\{\phi_i(t)\}$ называется *ортонормированной*. Тогда выражение (1.11) для вычисления коэффициентов $c_i, i = 0,1, \ldots, N-1$ принимает наиболее простой вид

$$c_i = \int_0^T \phi_i(t)\,x(t)\,dt\,,\ i = 0, 1, \ldots, N-1.$$

Коэффициенты c_i разложения сигнала по выбранной базисной системе однозначно определяют весь сигнал. Поэтому при решении многих задач вместо функции времени $x(t)$ можно использовать только коэффициенты c_i разложения.

Для того чтобы по выбранной базисной системе функций можно было разложить любой сигнал из заданного множества, необходимо, чтобы система была полной. Система ортогональных функций называется *полной*, если к ней нельзя добавить ни одной новой функции, которая была бы ортогональна ко всем другим функциям этой системы. Если система ортогональных функций является неполной, то по ней нельзя разложить любой сигнал (в частности сигнал, который совпадает с ортогональной функцией, отсутствующей в системе).

Методы представления сигналов в виде (1.3) составляют основу обобщенной спектральной теории сигналов. Обобщенная спектральная теория исследует общие закономерности спектрального анализа для различных систем базисных функций и рассматривает особенности выбора базисных систем при решении задач передачи и обработки сигналов

Для разложения сигналов можно использовать многие разработанные к настоящему времени системы базисных функций, такие как тригонометрические функции, полиномы Эрмита, Лежандра, Чебышева, функции Бесселя, Лагерра, Уолша, Хаара и другие. При выборе системы базисных функций необходимо выполнить следующие требования:

1) область определения сигналов и базисной системы должна быть одна и та же;
2) базисная система должна быть линейно независимой;
3) базисная система должна быть полной, а образующие ее функции – ортогональными.

Обычно для анализа сигналов рекомендуют выбирать систему базисных функций, обеспечивающую наиболее быструю сходимость ряда (1.3), то есть требующую наименьшего числа членов ряда для заданной точности представления сигнала. В ряде случаев решающим при выборе системы функций является простота физического генерирования базисных функций, образующих систему.

1.6. Дискретизация аналоговых сигналов. Дискретные и цифровые последовательности

Большинство сигналов имеют аналоговую природу. Они изменяются непрерывно во времени и могут принимать любые значения в некоторой области. Ввести такой сигнал в компьютер и обработать его невозможно, так как на любом интервале времени он имеет бесконечное множество значений. Поэтому в системах цифровой обработки сигнал представлен значениями сигнала, взятыми в отдельные дискретные моменты времени (рис. 1.5). Эти значения называются *отсчетами.*

Отсчеты могут быть взяты в произвольные моменты времени t_n, $n = 0, 1, \dots, N$ (рис. 1.5, *а*). Тогда сигнал будет представлен двумя последовательностями чисел: последовательностью $t_0, t_1, \dots, t_N$ и последовательностью отсчетов $x(t_0), x(t_1), \dots, x(t_N)$. Меняя длительность интервала между отсчетами в зависимости от свойств аналогового сигнала, можно повысить точность их сохранения. Однако в виду сложности реализации данный способ не нашел широкого применения в системах обработки сигналов.

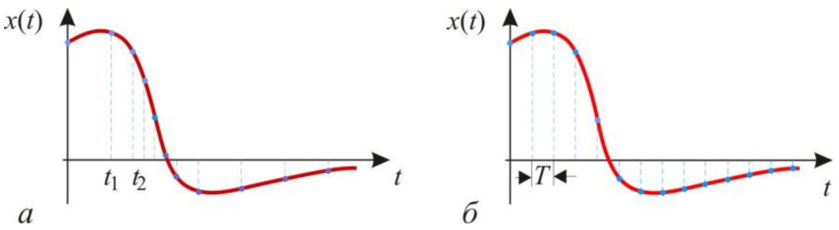


Рис. 1.5. Представление сигнала последовательностью отсчетов:
а – в произвольные дискретные моменты времени t_i;
б – в дискретные моменты времени $T \cdot n$, $n = 0, 1, 2, \dots$, $T = \mathrm{const}$.

На практике получил распространение другой способ представления сигнала последовательностью, в которой отсчеты располагаются через равные промежутки времени T (рис. 1.5, *б*).

● В этом случае сигнал определяется последовательностью его значений $x(0), x(T), x(2T), \dots$. Эту последовательность называют *дискретной последовательностью*. Обозначают дискретную последовательность $x(n)$.

● Аналитически дискретная последовательность $x(n)$ может быть описана функцией, которая называется *решетчатой*.

● Интервал T называют *периодом дискретизации*, или интервалом дискретизации. Величина, обратная периоду дискретизации, называется *частотой дискретизации*, или частотой взятия отсчетов $f_д$.

● Преобразование аналогового сигнала в последовательность отсчетов называется *дискретизацией* (*квантованием*) по времени.

Очевидно, что представление сигнала дискретной последовательностью отсчетов приводит к потере информации о поведении сигнала в промежутках между отсчетами. Чтобы эти потери были минимальны, период дискретизации T необходимо уменьшать. Однако уменьшение периода дискретности приводит к увеличению числа отсчетов и, как следствие, к увеличению объема вычислений. Поэтому при выборе периода дискретизации приходится искать компромиссное решение.

Для точного представления значения сигнала в дискретные моменты времени требуются числа бесконечной разрядности. В системах обработки сигналов разрядность чисел ограничена. Представление дискретной последовательности числами конечной разрядности называется *квантованием по уровню*. Вся область значений сигнала при этом разбивается на уровни, количество которых зависит от числа разрядов. Эти уровни называются *уровнями квантования*. Расстояние между ними называется *шагом квантования*. Квантование сигнала по уровню – принципиально нелинейная операция.

Операции дискретизации по времени и квантования по уровню выполняются в аналого-цифровых преобразователях (АЦП). Если пренебречь явлениями гистерезиса и запаздывания, АЦП можно представить в виде последовательного соединения импульсного элемента, осуществляющего квантование по времени, и многоступенчатого симметричного релейного элемента со статической характеристикой $\Phi[x(n)]$, осуществляющего квантование по уровню (рис. 1.6).

Элементы цифровой последовательности $x_{\text{ц}}(n)$ могут принимать лишь ряд дискретных значений $h_0, h_1, h_2, ..., h_l, ..., h_{N-1}$, число которых зависит от количества используемых разрядов.

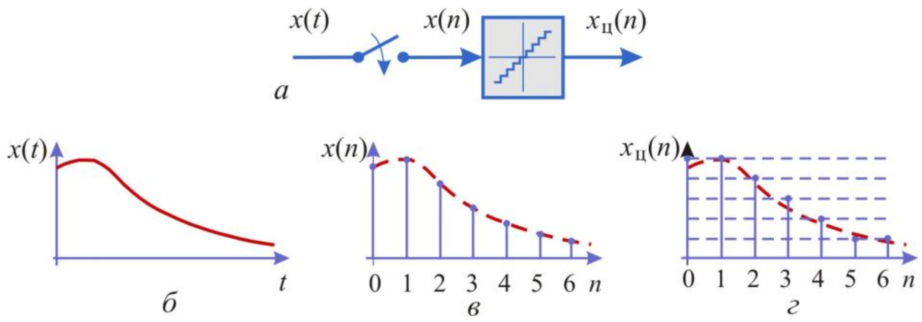


Рис.1.6. Образование дискретной и цифровой последовательности:
а – схема замещения аналого-цифрового преобразователя; б – аналоговый сигнал;
в – дискретная последовательность; г – цифровая последовательность, полученная округлением

Известны способы квантования по уровню с использованием усечения или округления значения дискретного отсчета сигнала. Если осуществляется усечение, то дискретный отсчет, находящийся между уровнями h_{l-1} и h_l, заменяется нижним значением h_{l-1}. Усечение приводит к погрешности, максимальное значение которой равно весу младшего из удерживаемых разрядов. При этом ошибка всегда имеет один и тот же знак (усеченное значение не может быть больше исходного).

При округлении дискретному отсчету, находящемуся между уровнями h_{l-1} и h_l, присваивается ближайшее значение. Ошибка для этого способа квантования может быть как положительной, так и отрицательной, а ее модуль не превосходит веса старшего из отброшенных разрядов.

Дискретные последовательности, подвергнутые процедуре квантования по уровню, принято называть цифровыми дискретными последовательностями. Примером цифровой последовательности могут служить сведения о температуре, передаваемые несколько раз в сутки по радио.

1.8. Обработка сигналов

Сигналы, в любой форме материального представления, содержат определенную полезную информацию. Главная цель обработки физических сигналов заключается в необходимости получения содержащейся в них информации. Эта информация обычно присутствует в амплитуде сигнала (абсолютной или относительной), в частоте или в спектральном составе, в фазе или в относительных временных зависимостях нескольких сигналов.

Приведем некоторые примеры сигналов и необходимости их обработки с целью извлечения содержащейся в них информации.

- Параметры перехваченного радиосигнала (частоты излучения, типа модуляции, начала и конца посылок) позволяет идентифицировать объект наблюдения.
- Анализ сейсмических сигналов помогает получить представление о конфигурации геологических объектов и предсказать землетрясения.
- Изучение отклика геодезического зонда позволяет обнаружить полезные ископаемые и определить характеристики залежей.
- Анализ электрокардиограммы способствует диагностированию болезней сердца, в том числе на ранних стадиях их возникновения.

Как правило, весь процесс обработки сигнала делится на первичную обработку и вторичную – интерпретацию полученных результатов. Например, при анализе электрокардиограмм первичная обработка заключается в усилении сигналов датчиков, фильтрации помех и аналого-цифровом преобразовании. Вторичная обработка может состоять в определении длительностей RR-интервалов и построении RR-интервалограммы, которая характеризует не только функциональное состояние сердца, но и общее состояние систем организма.

Одну из самых распространенных операций первичной обработки сигналов представляет фильтрация. Цель фильтрации состоит в подавлении помех, содержащихся в сигнале, или в выделении отдельных составляющих сигнала. Другой широко распространенной задачей обработки сигналов является оценка спектра, которая позволяет получить представление о внутренней структуре наблюдаемого явления.

До недавнего времени обработка сигналов, как правило, выполнялась при помощи аналоговых методов и устройств. Цифровая обработка сигналов заявила о себе в начале второй половины прошлого века и вызвала оживленные дискуссии, вплоть до полного отрицания со стороны некоторых ученых.

Основной предметной областью теории и практики во второй половине XX века стали цифровая фильтрация и спектральный анализ, причем оба направления рассматривались с общей позиции частотных представлений. В это время появились алгоритмы быстрого преобразования Фурье (БПФ), прибавившие оптимизма сторонникам методов цифровой обработки. За последние десятилетия благодаря интенсивному развитию микроэлектроники цифровая обработка сигналов вышла на передовые позиции и во многих прикладных областях вытеснила аналоговую.

Цифровая обработка сигналов – одна из самых динамичных и быстро развивающихся технологий в мире. Сегодня обработка аналоговых сигналов с использованием цифровых методов все шире используется для решения множества прикладных задач в связи, радиолокации, звуковой локации, акустике, измерительной технике, медицине, ядерной энергетике и других областях науки и техники, в которых прежде доминировали аналоговые системы.

Процесс цифровой обработки сигналов состоит из трех этапов:

- преобразование аналогового сигнала $x(t)$ в дискретную последовательность $x(n)$, каждый отсчет которой представлен в виде двоичного числа;
- преобразование дискретной последовательности $x(n)$ по заданному алгоритму в дискретную последовательность $y(n)$;
- преобразование дискретной последовательности $y(n)$ в аналоговый сигнал $y(t)$.

На практике цифровая обработка сигналов реализуется в виде программы на компьютере, либо в виде специализированного устройства, содержащего микропроцессор и электронные схемы ввода-вывода.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение понятия информации.
2. Приведите пример сообщения о состоянии какого-либо технологического процесса.
3. Поясните характер связи, существующей между сигналом и сообщением.
4. Приведите примеры природных физических процессов, используемых человеком в качестве сигналов.
5. На конкретном примере поясните понятия информации, сообщения и сигнала.
6. Поясните утверждение о том, что детерминированный сигнал не несет информации.
7. Приведите пример периодического природного процесса.
8. Приведите классификацию сигналов в зависимости от области определения и области возможных значений.
9. Запишите условия ортогональности и ортонормированности функций.
10. Дайте понятие среднеквадратической погрешности (ошибки) аппроксимации.
11. Запишите решетчатую функцию, полученную в результате дискретизации с периодом *T*=0,1 с экспоненциального сигнала $x(t) = 4 \cdot e^{-0,5 \cdot t}, \quad t \geq 0$.