

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

по дисциплине

«Методы оптимизации»

№ лабораторной	стр.
1	1 – 10
2,3	11 – 12
4	13 – 14
5	15 – 16
6	17 – 30

Лабораторная работа №1.

Вычислить и напечатать таблицу трёх функций y , z , w .

Аргумент x меняется от x_0 до x_k с шагом h . Функция y задана сходящимся рядом, сумму которого надо считать до тех пор, пока его очередной член не станет по модулю меньше заданного малого положительного ϵ . (Рассмотреть случаи $\epsilon=10^{-3}$, 10^{-5} , 10^{-7}).

Таблицу представить в следующем виде:

x	y	z	w
—	—	—	—
—	—	—	—
...
—	—	—	—

Выровнять данные в таблице с помощью функций `cout.width()`, `cout.precision()`.

Варианты заданий:

1.

$$y = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots;$$

$$z = \operatorname{arctg} x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.5, \quad x_k = 0.5, \quad h = 0.1.$$

2.

$$y = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} - \frac{x^4}{4!} + \dots;$$

$$z = e^{-x};$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -1, \quad x_k = 1, \quad h = 0.2.$$

3.

$$y = 2x - \frac{2^3 x^3}{3!} + \frac{2^5 x^5}{5!} - \frac{2^7 x^7}{7!} + \dots;$$

$$z = \sin 2x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -\frac{\pi}{4}, \quad x_k = \frac{\pi}{4}, \quad h = \frac{\pi}{20}.$$

4.

$$y = 1 - \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{2^4 x^4}{4!} - \frac{2^6 x^6}{6!} + \dots;$$

$$z = \cos 2x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = 0, \quad x_k = \frac{\pi}{2}, \quad h = 0.05\pi.$$

5.

$$y = 2x + \frac{2^3 x^3}{3!} + \frac{2^5 x^5}{5!} + \frac{2^7 x^7}{7!} + \dots;$$

$$z = \operatorname{sh} 2x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.5, \quad x_k = 0.5, \quad h = 0.1.$$

6.

$$y = 1 + \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{2^4 x^4}{4!} + \frac{2^6 x^6}{6!} + \dots;$$

$$z = \operatorname{ch} 2x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.5, \quad x_k = 0.5, \quad h = 0.1.$$

7.

$$y = -\left(2x + \frac{2^2 x^2}{2} + \frac{2^3 x^3}{3} + \frac{2^4 x^4}{4} + \dots\right);$$

$$z = \ln(1 - 2x);$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.25, \quad x_k = 0.25, \quad h = 0.05.$$

8.

$$y = 2x - \frac{2^2 x^2}{2} + \frac{2^3 x^3}{3} - \frac{2^4 x^4}{4} + \dots;$$

$$z = \ln(1 + 2x);$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.25, \quad x_k = 0.25, \quad h = 0.05.$$

9.

$$y = x^2 + \frac{x^4}{2} + \frac{x^6}{3} + \frac{x^8}{4} + \dots;$$

$$z = \ln \frac{1}{1 - x^2};$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.5, \quad x_k = 0.5, \quad h = 0.1.$$

10.

$$y = 2x - \frac{2^3 x^3}{3} + \frac{2^5 x^5}{5} - \frac{2^7 x^7}{7} + \dots;$$

$$z = \operatorname{arctg} 2x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.25, \quad x_k = 0.25, \quad h = 0.05.$$

11.

$$y = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots;$$

$$z = \cos x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = 0;$$

$$x_k = \pi;$$

$$h = 0,1\pi.$$

12.

$$y = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots;$$

$$z = \operatorname{sh} x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -2;$$

$$x_k = 2;$$

$$h = 0,4.$$

13.

$$y = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots;$$

$$z = \operatorname{ch} x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -2;$$

$$x_k = 2;$$

$$h = 0,04.$$

14.

$$y = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots;$$

$$z = \ln(1+x);$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0,5;$$

$$x_k = 0,5;$$

$$h = 0,1.$$

15.

$$y = -(x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots);$$

$$z = \ln(1 - x);$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0,5;$$

$$x_k = 0,5;$$

$$h = 0,1.$$

16.

$$y = x^2 + \frac{x^4}{2} + \frac{x^6}{3} + \frac{x^8}{4} \dots;$$

$$z = \ln \frac{1}{1 - x^2};$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0,5;$$

$$x_k = 0,5;$$

$$h = 0,1.$$

17.

$$y = x - \frac{2^3 x^3}{3} + \frac{2^5 x^5}{5} - \dots;$$

$$z = \arctg 2x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0,25;$$

$$x_k = 0,25;$$

$$h = 0,05.$$

18.

$$y = 2^2 x^2 + \frac{2^4 x^4}{2} + \frac{2^6 x^6}{3} + \frac{2^8 x^8}{4} \dots;$$

$$z = \ln \frac{1}{1 - 4x^2};$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0,25;$$

$$x_k = 0,25;$$

$$h = 0,05.$$

19.

$$y = 1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2^2 2!} + \frac{x^3}{2^3 3!} + \dots;$$

$$z = e^{\frac{x}{2}};$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0,5;$$

$$x_k = 1,5;$$

$$h = 0,2.$$

20.

$$y = \frac{x}{2} - \frac{x^3}{2^3 3!} + \frac{x^5}{2^5 5!} + \dots;$$

$$z = \sin \frac{x}{2};$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = 0;$$

$$x_k = 2\pi;$$

$$h = \frac{\pi}{5}.$$

21.

$$y = 1 - \frac{x^2}{2^2 2!} + \frac{x^4}{2^4 4!} - \dots;$$

$$z = \cos \frac{x}{2};$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = 0;$$

$$x_k = 2\pi;$$

$$h = \frac{\pi}{5}.$$

22.

$$y = \frac{x}{2} + \frac{x^3}{2^3 3!} + \frac{x^5}{2^5 5!} + \dots;$$

$$z = \operatorname{sh} \frac{x}{2};$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0,5;$$

$$x_k = 0,5;$$

$$h = 0,1.$$

23.

$$y = 1 + \frac{x^2}{2^2 2!} + \frac{x^4}{2^4 4!} + \dots;$$

$$z = \operatorname{ch} \frac{x}{2};$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0,5;$$

$$x_k = 0,5;$$

$$h = 0,1.$$

24.

$$y = \frac{x}{2} - \frac{x^3}{2^3 3} + \frac{x^5}{2^5 5} - \dots;$$

$$z = \operatorname{arctg} \frac{x}{2};$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0,5;$$

$$x_k = 0,5;$$

$$h = 0,1.$$

25.

$$y = 1 - \frac{x}{3} - \frac{1 \cdot 2x^2}{3 \cdot 6} - \frac{1 \cdot 2 \cdot 5x^3}{3 \cdot 6 \cdot 9} - \frac{1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 8x^4}{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 12} - \dots;$$

$$z = (1-x)^{\frac{1}{3}};$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0,5;$$

$$x_k = 0,5;$$

$$h = 0,1.$$

26.

$$y = 1 + \frac{x}{2} - \frac{1x^2}{2 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3x^3}{2 \cdot 4 \cdot 6} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5x^4}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} + \dots;$$

$$z = \sqrt{1+x};$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0,5;$$

$$x_k = 0,5;$$

$$h = 0,1.$$

27.

$$y = 2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} + \frac{1}{7x^7} + \dots\right);$$

$$z = \ln \frac{x+1}{x-1};$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = 2;$$

$$x_k = 3;$$

$$h = 0,1.$$

28.

$$y = 2\left(\frac{x-1}{x+1} + \frac{(x-1)^3}{3(x+1)^3} + \frac{(x-1)^5}{5(x+1)^5} + \dots\right);$$

$$z = \ln x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = 3;$$

$$x_k = 4;$$

$$h = 0,1.$$

29.

$$y = 1 - \frac{x}{4} + \frac{1 \cdot 5x^2}{4 \cdot 8} - \frac{1 \cdot 5 \cdot 9x^3}{4 \cdot 8 \cdot 12} + \frac{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 13x^4}{4 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 16} - \dots;$$

$$z = (1+x)^{-\frac{1}{4}};$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0,5;$$

$$x_k = 0,5;$$

$$h = 0,1.$$

30.

$$y = 1 - \frac{3x}{2} + \frac{3 \cdot 5x^2}{2 \cdot 4} - \frac{3 \cdot 5 \cdot 7x^3}{2 \cdot 4 \cdot 6} + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9x^4}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} - \dots;$$

$$z = (1+x)^{-\frac{3}{2}};$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0,5;$$

$$x_k = 0,5;$$

$$h = 0,1.$$

Лабораторные работы №2, 3

Найти точку минимума x^* функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$ с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$ и минимальное значение $f(x^*)$.

Применить методы

Лаб. 2:

1. Общего поиска;
2. Деления пополам;
3. Золотого сечения;

Подсчитать число итераций и число вычислений функции $f(x)$.

Сравнить результаты.

Лаб. 3:

Найти точку минимума x^* функции $f(x)$ с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$ и минимальное значение $f(x^*)$ (выбрать начальное приближение на отрезке $[a, b]$) следующими методами:

1. Ньютона-Рафсона;
2. Квазиньютоновским (с аппроксимацией производной).

Подсчитать число итераций и число вычислений функции $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$.

Сравнить результаты.

1. $f(x) = x^2 - 2x + e^{-x}$, $[1; 1,5]$

2. $f(x) = \operatorname{tg} x - 2 \sin x$, $[0; \pi/4]$

3. $f(x) = \sqrt{1+x^2} + e^{-2x}$, $[0; 1]$ $f(x) = x^4 + 4x^2 - 32x + 1$, $[1,5; 2]$

4.

5. $f(x) = \frac{1}{7}x^7 - x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x$, $[1; 1,5]$

6. $f(x) = x^3 - 3 \sin x$, $[0,5; 1]$

7. $f(x) = 5x^2 - 8x^{5/4} - 20x$, $[3; 3,5]$

8. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x + x \ln x$, $[1,5; 2]$

9. $f(x) = x \sin x + 2 \cos x$, $[-5; -4]$

10. $f(x) = x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 72x + 90, [1,5;2]$
11. $f(x) = x^6 + 3x^2 + 6x - 1, [-1;0]$
12. $f(x) = 10x \ln x - \frac{x^2}{2}, [0,5;1]$
13. $f(x) = x^2 + 2 \left(x \operatorname{Ig} \frac{x}{e} - 2 \right), [1,5;2]$
14. $f(x) = \frac{2x}{\ln 2} - 2x^2, [3,5;4,5]$
15. $f(x) = e^x - \frac{1}{3}x^3 + 2x, [-1,5;-1]$
16. $f(x) = x^4 + 2x^2 + 4x + 1, [-1;0]$
17. $f(x) = x^5 - 5x^3 + 10x^2 - 5x, [-3;-2]$
18. $f(x) = x^2 + 3x(\ln x - 1), [0,5;1]$
19. $f(x) = x^2 - 2x - 2 \cos x, [0,5;1]$
20. $f(x) = (x+1)^4 - 2x^2, [-3;-2]$
21. $f(x) = 3(5-x)^{4/3} + 2x^2, [1,5;2]$
22. $f(x) = -x^3 + 3(1+x)[\ln(1+x) - 1], [-0,5;0,5]$
23. $f(x) = 2 + x^2 + x^{2/3} - \ln(1+x^{2/3}) - 2x \operatorname{arctg} x^{1/3}, [0,5;1]$
24. $f(x) = x - \ln x, [0,1;2]$
25. $f(x) = x^2 - \sin x, [0; \pi/2]$
26. $f(x) = x^4 + x^2 + x + 1, [-1;2]$
27. $f(x) = \sqrt{1+x^2} + e^{-2x}, [0;1]$
28. $f(x) = e^x + \frac{1}{x}, [0,1;2]$
29. $f(x) = (x-4)^2 + \ln x, [3;5]$
30. $f(x) = x^4 + e^{-x}, [0;1]$

Лабораторная работа №4

Многомерная безусловная оптимизация

Найти минимум функции $f(x)$ с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$

А) Методом градиентного спуска;

Б) Методом Марквардта.

Сравнить методы, для чего найти число итераций, число вычислений функции и ее производных.

№ варианта.	Функция
1.	$f(x) = x_1^2 + 2x_2^2 + e^{x_1^2+x_2^2} - x_1 + 2x_2.$
2.	$f(x) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + 1} + 0.5x_1 - 0.5x_2.$
3.	$f(x) = x_1^4 + 2x_2^4 + x_1^2x_2^2 + 2x_1 + x_2.$
4.	$f(x) = x_1^2 + 3x_2^2 + \cos(x_1 + x_2).$
5.	$f(x) = \sqrt{1 + 2x_1^2 + x_2^2} + e^{x_1^2+2x_2^2} - x_1 - x_2.$
6.	$f(x) = x_1 + 5x_2 + e^{x_1^2+x_2^2}.$
7.	$f(x) = x_1^4 + x_2^4 + \sqrt{2 + x_1^2 + x_2^2} - 2x_1 + 3x_2.$
8.	$f(x) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - \sin\left(\frac{x_1 - x_2}{2}\right) + x_2.$
9.	$f(x) = \ln(1 + 3x_1^2 + 5x_2^2 + \cos(x_1 - x_2)).$
10.	$f(x) = x_1^2 + e^{x_1^2+x_2^2} + 4x_1 + 3x_2.$
11.	$f(x) = x_1 + 2x_2 + 4\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + 1}.$
12.	$f(x) = 2x_1 - 5x_2 + e^{x_1^2+0.5x_2^2}.$
13.	$f(x) = 2\sqrt{3 + x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2} - x_1 - x_3.$
14.	$f(x) = x_1^2 + 2x_2^2 + x_1^2x_2^2 + 2x_3 - x_2 + e^{x_2^2+x_3^2}.$
15.	$f(x) = 4\sqrt{1 + x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2} + x_1 - 2x_2.$
16.	$f(x) = 2x_1^4 + x_2^4 + x_1^2x_2^2 + x_3^4 + x_1^2x_3^2 + x_1 + x_2.$
17.	$f(x) = x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 + \cos(x_1 - x_2 + x_3).$
18.	$f(x) = e^{x_1^2+x_2^2} + \ln(4 + x_2^2 + 2x_3^2).$
19.	$f(x) = x_1 + x_2 - 5x_3 + e^{x_1^2+2x_2^2+x_3^2}.$

20.	$f(x) = x_1^4 + x_2^4 + x_1^2 x_2^2 + \sqrt{5 + x_2^2 + 2x_3^2} + x_1 + x_3.$
21.	$f(x) = 2x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 - 2\sin \frac{x_1 + x_2 - x_3}{2}.$
22.	$f(x) = 2\sqrt{x_1^2 + 3x_2^2 + 3} + x_2^2 x_3^2 - x_1 - x_2.$
23.	$f(x) = x_1 - x_2 + x_2^2 + x_3^2 + e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}.$
24.	$f(x) = x_1 + x_2 + x_3 + 3\sqrt{x_1^2 + x_3^2 + 1} + e^{x_1^2 + x_2^2}.$
25.	$f(x) = \sqrt{x_2^2 + x_3^2 + 3} + x_1^2 + x_2^2 + \sin(x_1 + x_2).$
26.	$f(x) = x_1 + 10x_2 - 3x_3 + e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}.$
27.	$f(x) = e^{x_1^2} + (x_1 + x_2 + x_3)^2.$
28.	$f(x) = 3x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 - 2\cos \frac{x_1 - x_2 + x_3}{2}.$
29.	$f(x) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - \sin(x_1 + 2x_2).$
30.	$f(x) = 3x_1^2 + x_2^2 + e^{x_1^2 + x_3^2} - x_2 + 3x_3.$

Лабораторная работа №5

Многомерная условная оптимизация

Найти минимум функции $f(x)$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$:

А) Методом штрафных функций или методом барьерных функций.

Б) Методом факторов.

Сравнить методы, для чего найти число итераций, число вычислений функции и т.д.

№ вар.	Функция и ограничения
1.	$f(x) = 10x_1 - x_2,$ $x_1^2 - 4x_1 + x_2^2 + 3 \leq 0,$ $x_1^2 + 4x_2^2 - 4x_2 - 4 \leq 0.$
2.	$f(x) = x_1^2 - 3x_1 + x_2^2,$ $x_1^2 - 2x_2 \leq 0,$ $-x_1 + x_2 \leq 0.$
3.	$f(x) = x_1^2 + 9x_2^2 - 12x_1 - 36x_2,$ $-1 \leq x_1 \leq 4, \quad 1 \leq x_2 \leq 2.$
4.	$f(x) = 2x_1 + x_2,$ $(x_1 - 4)^2 + (x_2 - 2)^2 \leq 1.$
5.	$f(x) = 2\sqrt{1 + x_1^2 + 2x_2^2} + x_1 + x_2,$ $5 \leq x_1 \leq 8, \quad 1 \leq x_2 \leq 10.$
6.	$f(x) = x_1^2 - 8x_1 + x_2^2,$ $x_1 + (x_2 - 4)^2 \leq 9.$
7.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_1 + x_2 + x_3,$ $x_1 + x_2 - x_3 = 3.$
8.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4x_1 - 6x_2 - 2x_3,$ $2x_1 + x_3 = 2.$
9.	$f(x) = (x_1 - 2)^4 + (x_2 - 1)^4,$ $2x_1 + x_2 \leq 2.$
10.	$f(x) = x_1^2 - x_2,$ $2x_1 - 2x_2 \leq 1.$

11.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 20x_1 - 30x_2,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 13,$ $2x_1 + x_2 \leq 10.$
12.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 10x_1 - 15x_2,$ $5x_1 + 13x_2 \leq 51,$ $15x_1 + 7x_2 \leq 107.$
13.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 5x_1 - 4x_2,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 6.$
14.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 5x_1 - 10x_2,$ $9x_1 + 8x_2 \leq 72,$ $x_1 + 2x_2 \leq 10.$
15.	$f(x) = x_1^2 - 2x_1 - 2x_2,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 6,$ $2x_1 + x_2 \leq 4.$
16.	$f(x) = x_2^2 + 2x_1 - 2x_2 + x_3,$ $x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 6,$ $3x_1 + x_2 + x_3 \leq 2.$
17.	$f(x) = x_2^2 - x_1 - 2x_2,$ $2x_1^2 + 2x_2^2 \leq 6.$
18.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1 - 3x_2,$ $x_1^2 + x_2^2 \leq 9.$
19.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 3x_2,$ $-2x_1 + x_2^2 \leq 0,$ $x_1 - 2x_2 \leq 0.$

Работа №6

Линейное программирование

Варианты заданий

Вариант 1

Для производства столов и шкафов мебельная фабрика использует необходимые ресурсы. Нормы затрат ресурсов на одно изделие данного вида, прибыль от реализации и общее количество имеющихся ресурсов каждого вида приведены в следующей таблице:

Ресурсы	Нормы затрат ресурсов на одно изделие		Общее количество ресурсов
	стол	шкаф	
Древесина I вида (куб. м)	0.2	0.1	40
Древесина II вида (куб. м)	0.1	0.3	60
Трудоемкость (человеко-часов)	1.2	1.5	371.4
Прибыль от реализации одного изделия (тыс. руб.)	600	800	

Определить, сколько столов и шкафов фабрике следует изготовить, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.

Вариант 2

Для выпуска двух видов продукции требуются затраты сырья, рабочего времени и оборудования. Исходные данные приведены в таблице.

Тип ресурса	Нормы затрат ресурсов на единицу продукции		Наличие ресурсов
	1	2	
Сырьё	3	5	60
Рабочее время	22	14	400
Оборудование	10	14	128
Прибыль на единицу продукции	30	25	

Найти оптимальный план выпуска продукции, обеспечивающий максимальную прибыль.

Вариант 3

Для изготовления двух видов изделий А, В используется токарное, фрезерное и сварочное и шлифовальное оборудование. Затраты времени на обработку одного изделия для каждого из типов оборудования указаны в таблице. В ней же указан общий фонд рабочего времени каждого из типов используемого оборудования, а также прибыль от реализации одного изделия данного вида.

Тип оборудования	Затраты времени (станко-часов) на обработку одного изделия вида		Общий фонд рабочего времени оборудования (ч)
	А	В	
Фрезерное	2	4	120
Токарное	1	8	280
Сварочное	7	4	240
Шлифовальное	4	6	360
Прибыль от реализации (руб.)	100	140	

Определить, сколько изделий каждого вида следует изготовить предприятию, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.

Вариант 4

Для выпуска двух видов продукции требуются затраты сырья, рабочего времени и оборудования. Исходные данные приведены в таблице.

Тип ресурса	Нормы затрат ресурсов на единицу продукции		Наличие ресурса в
	1	2	
Сырьё	4	3	200
Рабочее время	1	2	80
Оборудование	2	2	130
Прибыль на единицу продукции	60	80	

Найти оптимальный план выпуска продукции, обеспечивающий максимальную прибыль.

Вариант 5

Для обработки деталей А, В используются станки I, II и III. В таблице указаны нормы затрат времени на обработку станком соответствующей детали, продажная цена единицы детали (в руб.), стоимость 1 ч работы станка и предельное время работы станка:

Детали	Нормы времени		Стоимость	Время работы станка
	А	В		
Станки				
I	0,2	0,1	30	40
II	0,6	0,3	10	60
III	0,2	0,1	20	30
Цена	10	16		

Решить задачу определения оптимальной производственной программы, максимизирующей стоимость продукции.

Вариант 6

Кондитерская фабрика для производства двух видов карамели А, В использует три вида основного сырья: сахар, патоку и фруктовое пюре. Нормы расхода сырья каждого вида на производство 1т карамели приведены в таблице. В ней же указано общее количество сырья каждого вида, которое может быть использовано фабрикой, а также приведена прибыль от реализации 1т карамели данного вида.

Вид сырья	Нормы расхода сырья (т) на 1 т карамели		Общее количество сырья (т)
	А	В	
Сахар	0.8	0.5	800
Патока	0.4	0.4	600
Фруктовое пюре	-	0.1	120
Прибыль от реализации 1т продукции (руб.)	108	112	

Найти план производства карамели, обеспечивающий максимальную прибыль от ее реализации.

Вариант 7

На швейной фабрике для изготовления двух видов изделий может быть использована ткань трех артикулов. Нормы расхода ткани на пошив одного изделия приведены в таблице. В ней же указаны имеющиеся в распоряжении фабрики общее количество тканей каждого артикула и цена одного изделия данного вида.

Артикул ткани	Норма расхода ткани (м) на одно изделие вида		Общее количество ткани (м)
	1	2	
I	1	-	180
II	-	1	210
III	4	2	800
Цена одного изделия (руб.)	9	6	

Определить, сколько изделий каждого вида должна произвести фабрика, чтобы стоимость изготовленной продукции была максимальной.

Вариант 8

Предприятие выпускает два вида продукции и использует три типа основного оборудования: токарное, фрезерное и шлифовальное. Затраты времени на изготовление единицы продукции для каждого из типов оборудования приведены в таблице. В ней же указаны общий фонд рабочего времени каждого из типов оборудования, а также прибыль от реализации одного изделия данного вида. Определить такой объем выпуска каждого из изделий, при котором общая прибыль от их реализации является максимальной.

Тип оборудования	Затраты времени (станко-часов) на единицу продукции вида		Общий ресурс рабочего времени (станко-часов)
	1	2	
Токарное	1	3	300
Фрезерное	2	1	70
Шлифовальное	1	-	340
Прибыль от реализации (руб.)	2	1	

Вариант 9

Торговое предприятие планирует организовать продажу двух видов товара А, В используя при этом только 2 вида ресурсов: рабочее время продавцов в количестве 840 ч и площадь торгового зала 180 кв.м. При этом известны плановые нормативы затрат этих ресурсов в расчете на единицу товаров А, В и прибыль от их продажи, которые приведены в таблице:

Требуется определить оптимальную структуру товарооборота, обеспечивающую торговому предприятию максимум прибыли. Нормативы затрат приведены в таблице:

Показатели	Товар		Общее количество ресурсов
	А	В	
Расход рабочего времени на единицу товара (ч)	0.6	0.8	840
Использование площади торгового зала на единицу товара (кв.м)	0.1	0.2	180
Прибыль от продажи единицы товара (руб.)	5	8	

Вариант 10

На производстве двух видов изделий А, В используется три различных вида сырья. Ресурсы сырья ограничены. Нормы затрат каждого из видов сырья на единицу продукции данного вида и цена единицы продукции каждого вида приведены в таблице:

Вид сырья	Нормы затрат сырья (кг) на единицу продукции		Общее количество ресурса
	А	В	
I	4	2	180
II	3	1	210
III	1	2	244
Цена единицы продукции (руб.)	10	14	

Составить план производства изделий, при котором общая стоимость всей произведенной предприятием продукции является максимальной.

Вариант 11

Фирма производит два вида продукции А, В, для выпуска каждого из которых требуется определённое время обработки на всех четырёх устройствах I, II, III, IV.

Вид продукции	Время обработки, ч				Прибыль, \$
	I	II	III	IV	
А	1	3	1	2	3
В	6	1	3	3	6

Максимально возможное время работы на устройствах - соответственно 84, 42, 21, 42 часа. Определите, какую продукцию и в каких количествах следует производить.

Вариант 12

На производстве двух видов изделий А, В используется три различных вида сырья. Ресурсы сырья ограничены. Нормы затрат каждого из видов сырья на единицу продукции данного вида и цена единицы продукции каждого вида приведены в таблице:

Вид сырья	Нормы затрат сырья (кг) на единицу продукции		Общее количество ресурса
	А	В	
I	18	15	360
II	6	4	192
III	5	3	180
Цена единицы продукции (руб.)	9	10	

Составить план производства изделий, при котором общая стоимость всей произведенной предприятием продукции является максимальной.

Вариант 13

Для выпуска двух видов продукции требуются затраты сырья, рабочего времени и оборудования. Исходные данные приведены в таблице.

Тип ресурса	Нормы затрат ресурсов на единицу продукции		Наличие ресурсов
	1	2	
Сырьё	2	1	280
Рабочее время	1	1	80
Оборудование	1	-	250
Прибыль на единицу продукции	4	7	

Найти оптимальный план выпуска продукции, обеспечивающий максимальную прибыль.

Вариант 14

На производстве трех видов изделий А, В используется три различных вида сырья. Ресурсы сырья ограничены. Нормы затрат каждого из видов сырья на единицу продукции данного вида и цена единицы продукции каждого вида приведены в таблице:

Вид сырья	Нормы затрат сырья (кг) на единицу продукции		Общее количество ресурса
	А	В	
I	1	3	250
II	2	1	100
III	1	2	150
Цена единицы продукции (руб.)	40	50	

Составить план производства изделий, при котором общая стоимость всей произведенной предприятием продукции является максимальной.

Вариант 15

На обувной фабрике можно производить два вида обуви: мужскую и женскую. На каждую пару мужской и женской соответственно требуется клея 22 и 20 г, кожи 4 и 2 дм². Стоимость мужской и женской обуви с учётом всех работ соответственно равна 200 и 300 руб. Запасы клея составляют 3т, а кожи – 4000 м². Найти план производства обуви, при котором стоимость выпущенной продукции будет максимальна.

Вариант 16

Производитель элементов центрального отопления изготавливает радиаторы двух моделей А, В. Ограничения на производство обусловленных количеством рабочей силы и количеством стальных листов, из которых изготавливаются радиаторы.

Модель радиатора	А	В
Необходимое количество рабочей силы, человеко-часы	0,5	1,5
Необходимое количество стального листа, м ²	4	2
Прибыль от продажи одного радиатора, \$	5	5

Решите эту задачу с максимизацией прибыли в качестве целевой функции.

Вариант 17

Детали А, В можно обрабатывать на трёх станках (I, II, III). В таблице указаны нормы затрат времени на обработку станком соответствующей детали, стоимость одного часа работы станка и предельное время работы станка.

Станки	Норма времени обработки		Стоимость 1 ч. работы	Время работы станка
	А	В		
I	0.3	0.1	30	50
II	0.5	0.2	20	60
III	0.4	0.5	15	40

Определить оптимальную производственную программу, обеспечивающую максимальный суммарный выпуск деталей.

Вариант 18

Фабрика выпускает два вида тканей. Суточные ресурсы фабрики следующие: 700 ед. производственного оборудования, 800 ед. сырья и 600 ед. электроэнергии, расход которых на единицу ткани представлен в таблице:

Ресурсы	Ткани	
	1	2
Оборудование	2	3
Сырье	1	4
Электроэнергия	3	4

Прибыль от реализации одного метра ткани 1 равна 8 усл. ден. ед., ткани 2.7 усл. ден. ед. и ткани 3.6 усл. ден. ед. Сколько надо произвести ткани каждого вида, чтобы прибыль от реализации была наибольшей?

Вариант 19

Для изготовления 2-х видов изделий А, В используется токарное, фрезерное, сварочное и шлифовальное оборудование. Затраты времени на обработку одного изделия для каждого из типов оборудования указаны в таблице. В ней же указан общий фонд рабочего времени, а так же прибыль от реализации 1-го изделия каждого вида:

Тип оборудования	Затраты времени (станко-ч) на обработку 1-го вида изделия		Общий фонд рабочего времени (ч)
	А	В	
Фрезерное	2	4	120
Токарное	1	8	280
Сварочное	7	4	240
Шлифовальное	4	6	360
Прибыль	10	14	

Требуется определить, сколько изделий каждого вида следует изготовить предприятию, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.

Вариант 20

Продукцией городского молочного завода является молоко и кефир, расфасованные в пакеты. На производство 1т молока и кефира требуется соответственно 1010 и 1050 кг молока. При этом затраты рабочего времени при разливе 1т молока и кефира составляют 0.18 и 0.19 машино-часов. Всего для производства цельномолочной продукции завод может использовать 136 000 кг молока. Основное оборудование может быть занято в течение 21.4 машино-часов. Прибыль от реализации 1т молока и кефира соответственно равна 30, 32 усл. ден. ед. Завод должен ежедневно производить не менее

100т молока, расфасованного в пакеты. На производство кефира не имеется никаких ограничений.

Требуется определить, какую продукцию и в каком количестве следует ежедневно изготавливать заводу, чтобы прибыль от ее реализации была максимальной.

Вариант 21

Кондитерская фабрика для производства двух видов карамели А, В использует три вида основного сырья: сахарный песок, патоку, фруктовое пюре. Нормы расхода сырья каждого вида на производство 1т карамели – в таблице. В ней же указано общее количество сырья каждого вида, которое может быть использовано фабрикой, а также приведена прибыль от реализации 1т карамели данного вида.

Вид сырья	Нормы расхода сырья (т) на 1 т карамели		Общее количество сырья (т)
	А	В	
Сахарный песок	0,8	0,5	800
Патока	0,8	0,4	600
Фруктовое пюре	-	0,1	120
Прибыль от реализации 1т продукции (усл.ден.ед.)	108	112	

Найти план производства карамели, обеспечивающий максимальную прибыль от ее реализации.

Вариант 22

Для производства столов и шкафов мебельная фабрика использует необходимые ресурсы. Нормы затрат ресурсов на одно изделие данного вида, прибыль от реализации одного изделия и общее количество имеющихся ресурсов каждого вида приведены в таблице:

Ресурсы	Нормы затрат на одно изделие		Общее количество ресурсов
	стол	шкаф	
Древесина:			
1 вид	0.2	0.1	40
2 вид	0.1	0.3	60
Трудоемкость (чел-ч.)	1.2	1.5	371.4
Прибыль от реализации 1 изделия (усл. ден. ед.)	6	8	

Определить сколько столов и шкафов фабрике следует изготавливать, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.

Вариант 23

На швейной фабрике для изготовления двух видов изделий может быть использована ткань трех артикулов. Нормы расхода тканей всех артикулов на пошив одного изделия приведены в таблице. В ней же указаны имеющиеся в распоряжении фабрики общее количество тканей каждого артикула и цена одного изделия данного вида:

Артикул ткани	Норма расхода ткани (м) на одно изделие вида		Общее количество ткани (м)
	1	2	
<u>I</u>	2	1	180
<u>II</u>	3	2	210
<u>III</u>	-	4	800
Цена одного изделия (усл. ден. ед.)	4	7	

Определить, сколько изделий каждого вида должна произвести фабрика, чтобы стоимость изготовленной продукции была максимальной.

Вариант 24

Предприятие выпускает два вида продукции и использует три типа основного оборудования: токарное, фрезерное и шлифовальное. Затраты времени на изготовление единицы продукции для каждого из типов оборудования приведены в таблице. В ней же указан общий фонд рабочего времени каждого из типов оборудования, а также прибыль от реализации одного изделия данного вида.

Тип оборудования	Затраты рабочего времени (станко-ч) на единицу продукции вида		Общий фонд рабочего времени (станко-ч)
	1	2	
Фрезерное	1	1	70
Токарное	2	3	300
Шлифовальное	1	-	340
Прибыль от реализации одного изделия (усл. ден. ед.)	8	1	

Определить такой объем выпуска каждого из изделий, при котором общая прибыль от их реализации является максимальной.

Вариант 25

Для перевозок груза на двух линиях могут быть использованы суда трех типов. Производительность судов при использовании их на различных линиях характеризуется данными, приведенными в таблице. В ней же указаны общее время, в течение которого суда каждого типа находятся в эксплуатации, и минимально необходимые объемы перевозок на каждой из линий.

Тип судна	Производительность судов (млн. тонно-миль в сутки) на линии		Общее время эксплуатации судов (сут.)
	1	2	
I	8	11	300
II	6	13	300
III	12	4	300
Заданный объем перевозок (млн. тонно-миль)	3000	3300	-

Определите, какие суда, на какой линии и в течение какого времени следует использовать, чтобы обеспечить максимальную загрузку судов с учетом возможного времени их эксплуатации.

Вариант 26

На ткацкой фабрике для изготовления двух артикулов ткани используются станки двух типов, пряжа и красители. В таблице указаны производительность станков каждого типа, нормы расхода пряжи и красителей, цена 1 м ткани данного артикула, общий фонд рабочего времени станков каждого типа, а также имеющиеся в распоряжении фабрики фонды пряжи и красителей и ограничения на возможный выпуск тканей данного артикула:

Ресурсы	Нормы затрат на 1 м ткани артикула		Общее кол-во ресурсов
	1	2	
Производительность станков (станко - ч):			
I типа	0,02	0,04	200
II типа	0,04	0,01	500
Пряжа (кг)	1,0	2,0	15000
Красители (кг)	0,03	0,025	450
Цена 1 м ткани (усл. ден. ед.)	5	8	—
Выпуск ткани (м):			
минимальный	1000	2500	—
максимальный	2000	4000	—

Составить такой план изготовления тканей, согласно которому будет произведено возможное количество тканей данного артикула, а общая стоимость всех тканей максимальна.

Вариант 27

Для производства двух видов продукции предприятие использует два типа технологического оборудования и два вида сырья. Нормы затрат сырья и времени на изготовление одного изделия каждого вида приведены в таблице. В ней же указаны общий фонд рабочего времени каждой из групп технологического оборудования, объемы имеющегося сырья каждого вида, а так же цена одного изделия данного вида и ограничения на возможный выпуск каждого из изделий.

Ресурсы	Нормы затрат на одно изделие вида		Общее кол-во ресурсов
	1	2	
Производительность оборудования (нормо-ч.):			
1 типа	2	4	200
2 типа	4	1	500
Сырье (кг):			
1 вида	10	20	1495
2 вида	30	25	4500
Цена одного изд. (руб.)	10	20	—
Выпуск (шт.):			
минимальн.	10	25	—
максимальный	20	100	

Составить такой план производства продукции, согласно которому будет изготовлено необходимое количество изделий каждого вида, а общая стоимость всей изготавливаемой продукции максимальна.

Вариант 28

При производстве 2 видов кабеля выполняются 5 групп технологических операций. Нормы затрат на 1 км кабеля данного вида на каждую из групп операций, прибыль от реализации 1 км каждого вида кабеля, а также общий фонд рабочего времени, в течение которого могут выполняться эти операции. Данные представлены в таблице:

Технологические операции	Нормы затрат времени (ч) на обработку 1 км кабеля вида		Общий фонд раб. времени (ч)
	1	2	
Волочение	1,2	1,8	7200
Наложение изоляции	1,0	0,4	5600
Скручивание элементов в кабель	6,4	5,6	11176
Освинцование	3,0	–	3600
Испыт. и контроль	2,1	1,5	4200
Прибыль от реализации 1 км кабеля (в усл. ден. ед.)	1,2	0,8	

Определить такой план выпуска кабеля, при котором общая прибыль от реализации изготавливаемой продукции является максимальной.

Вариант 29

Для производства двух видов изделий А, В используется три различных вида сырья. Каждый из видов сырья может быть использован в количестве, соответственно не большем 180, 210 и 244 кг. Нормы затрат каждого из видов сырья на единицу продукции каждого вида приведены в таблице.

Вид сырья	Нормы затрат сырья (кг) на единицу продукции	
	А	В
I	4	2
II	3	1
III	1	2
Цена единицы продукции (усл. ден. ед.)	10	14

Определить план выпуска продукции, при котором обеспечивается ее максимальная стоимость, и оценить каждый из видов сырья, используемых для производства продукции. Оценки, приписываемые каждому из видов сырья, должны быть такими, чтобы оценка всего используемого сырья была минимальной, а суммарная оценка сырья, используемого на производство единицы продукции данного вида, была бы не меньше ее цены.

Вариант 30

Для производства продукции двух видов А, В используется три различных вида сырья. Каждый из видов сырья может быть использован в объеме, соответственно не большем 180, 210 и 236 кг. Нормы затрат каждого из видов сырья на единицу продукции данного вида и цена единицы продукции каждого вида приведены в таблице:

Вид сырья	Нормы затрат сырья (кг) на единицу продукции	
	изделие А	изделие В
I	4	2
II	3	1
III	1	2
Цена единицы продукции (усл. ден. ед.).	10	14

Требуется определить план выпуска продукции, обеспечивающий максимальный ее выпуск в стоимостном выражении.