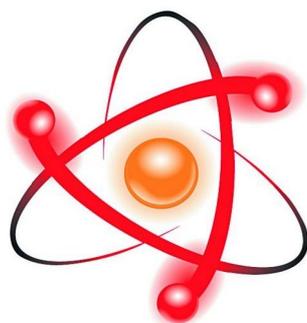


НПО УЧЕБНОЙ ТЕХНИКИ «ТУЛАНАУЧПРИБОР»

МЕТОДИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ
ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ



ФЭЛ-20

ИЗУЧЕНИЕ СКИН-ЭФФЕКТА РЕЗОНАНСНЫМ МЕТОДОМ.

Тула, 2011 г

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА.

ИЗУЧЕНИЕ СКИН-ЭФФЕКТА РЕЗОНАНСНЫМ МЕТОДОМ.

Цель работы: изучить физическую сущность скин-эффекта, исследовать зависимость активного сопротивления цилиндрического проводника от частоты переменного тока, протекающего через него и оценить глубину скин-слоя для различных частот, определить удельную проводимость образца

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ.

Введение. Физические свойства полупроводников.

Начало современной, классической, макроскопической электродинамики сплошных сред было положено открытием двух экспериментальных законов: в 1820 году Ампер установил закон взаимодействия электрических токов. Одной из формулировок этого закона является теорема о циркуляции вектора напряжённости магнитного поля \vec{H} (здесь и далее будем использовать для обозначения векторов как стандартную стрелку « \rightarrow » над векторной величиной так и **жирный шрифт**):

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \, dl = I.$$

где I — полный ток через замкнутый контур Γ , а в 1831 году Фарадей экспериментально открыл и сформулировал явление электромагнитной индукции:

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \, dl = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \, dS.$$

Максвелл постулировал, что эти законы имеют силу совершенно независимо от присутствия в пространстве проводящих пробных контуров, т. е. магнитное поле и вихревое электрическое поле являются объективной реальностью. Этот постулат лежит в основе теории электромагнитного поля, а вытекающие из него уравнения Максвелла — фундамент современной электродинамики сплошных сред. В системе СИ эти уравнения имеют следующий вид:

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho, \quad \oint \mathbf{D} d\mathbf{S} = q, \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \oint \mathbf{E} dl = -\int \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d\mathbf{S}, \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \oint \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0, \quad (3)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad \oint \mathbf{H} dl = \int \mathbf{j} d\mathbf{S} + \int \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} d\mathbf{S}. \quad (4)$$

Уравнение (1) — это одна из форм записи закона Кулона. Уравнение (2) — формулировка закона электромагнитной индукции Фарадея: изменяющееся во времени магнитное поле порождает вихревое электрическое поле. Уравнение (3) утверждает факт отсутствия магнитных зарядов, и, наконец, уравнение (4) показывает, что магнитное поле порождается не только движущимися зарядами (первый член в правой части уравнения), но и изменяющимся во времени электрическим полем. Этот член был введён Максвеллом. Величина $\frac{\partial \vec{\mathbf{D}}}{\partial t}$ по аналогии с $\vec{\mathbf{j}}$ называется плотностью токов смещения. Фигурирующие в уравнениях (1) - (4) векторы $\vec{\mathbf{D}}$ (электрическая индукция) и $\vec{\mathbf{E}}$ (напряжённость электрического поля), $\vec{\mathbf{B}}$ (магнитная индукция) и $\vec{\mathbf{H}}$ (напряжённость магнитного поля), $\vec{\mathbf{j}}$ и $\vec{\mathbf{E}}$ попарно связаны между собой. Эта связь определяется средой, в которой происходит электромагнитный процесс. Если можно пренебречь электрическими и магнитными потерями в среде, то уравнения, описывающие связь этих векторов (материальные уравнения), будут иметь вид

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}, \quad (5)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}, \quad (6)$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}, \quad (7)$$

где ε_0 и μ_0 — электрическая и магнитная постоянные вакуума, а ε и μ — электрическая и магнитная проницаемости среды. Характерная для электродинамики величина:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

имеет размерность скорости и называется электродинамической постоянной, а численно она равна скорости света в вакууме.

Электромагнитные волны в проводящей среде.

В проводящей среде из-за высокой проводимости можно считать, что токи смещения равны нулю, а основную роль играет ток проводимости. Будем полагать, что объёмные свободные заряды отсутствуют по всему объёму проводника. Поскольку током смещения мы пренебрегаем, то $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$, а $\vec{j} = \sigma \vec{E}$, то уравнение (4) приобретает вид:

$$\text{rot} \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E}.$$

Продифференцируем это уравнение по времени:

$$\text{rot} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (8)$$

Уравнение (2) с учётом материального уравнения (6) запишется в виде:

$$\text{rot} \mathbf{E} = -\mu_0 \mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}.$$

Возьмём от обеих частей этого уравнения rot:

$$\text{rot rot} \mathbf{E} = -\mu_0 \mu \text{rot} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}. \quad (9)$$

Из векторного анализа известно, что:

$$\text{rot rot} \mathbf{E} = \text{grad div} \mathbf{E} - \Delta \mathbf{E}. \quad (10)$$

Подставляя (10) в (9) и учитывая, что $\text{div} \mathbf{E} = 0$, получим:

$$\Delta \mathbf{E} = \mu_0 \mu \text{rot} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}. \quad (11)$$

Исключая из уравнений (8) и (11) $\text{rot} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$, получим:

$$\Delta \mathbf{E} = \mu_0 \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (12)$$

Совершенно аналогично взяв rot от обеих частей уравнения (4), а затем сравнив полученное уравнение с уравнением (2), найдём, что

$$\Delta \mathbf{H} = \mu_0 \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}. \quad (13)$$

Рассмотрим одномерный случай, когда вектор \vec{E} направлен, например, вдоль оси x (рис. 1), т. е. $E_y = E_z = 0$. В этом случае уравнение для электрического поля в проводящей среде будет иметь вид:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} = \mu_0 \mu \sigma \frac{\partial E_x}{\partial t}. \quad (14)$$

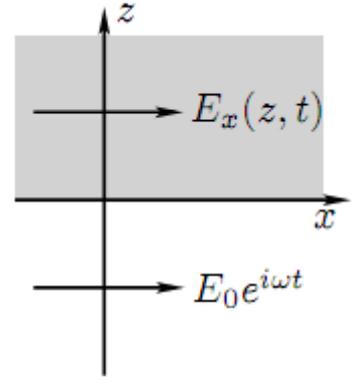


Рис. 1

Пусть полупространство $z > 0$ заполнено проводящей средой с проводимостью σ , а полупространство $z < 0$ является свободным пространством, в котором электрическое поле изменяется по гармоническому закону: $E_x = E_0 \cdot e^{i\omega t}$. Будем искать решение уравнения (14) в виде:

$$E_x(z, t) = E(z) e^{i\omega t}. \quad (15)$$

После подстановки этого решения в (14) получим уравнение для функции $E(z)$:

$$\frac{\partial^2 E(z)}{\partial z^2} = i \mu_0 \mu \sigma \omega E(z). \quad (16)$$

Решение этого уравнения будем искать в виде:

$$E(z) = A e^{\alpha z}, \quad (17)$$

где A — константа. Подставляя (17) в (16), получим уравнение для α :

$$\alpha^2 = i \mu_0 \mu \sigma \omega. \quad (18)$$

Отсюда:

$$\alpha = -\sqrt{i} \sqrt{\mu_0 \mu \sigma \omega} = -\sqrt{\mu_0 \mu \sigma \omega} e^{i\frac{\pi}{4}} = -\sqrt{\frac{\mu_0 \mu \sigma \omega}{2}} (1 + i).$$

Второй корень уравнения (18) со знаком плюс соответствует росту амплитуды поля, что противоречит физическому смыслу. Окончательное решение уравнения (14) для нашего случая будет иметь вид:

$$E_x(z, t) = E_0 e^{-\rho z} e^{i(\omega t - \rho z)}, \quad (19)$$

где:

$$\rho = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu \sigma \omega}{2}}.$$

Из полученного решения (19) видно, что по мере проникновения переменного электрического поля с частотой ω и вглубь проводника фаза колебаний поля растёт линейно, а амплитуда убывает по экспоненциальному закону. Такой закон спада характеризуется расстоянием, на котором амплитуда поля уменьшается в $e \approx 2,72$ раз. Это расстояние называется глубиной проникновения поля:

$$\delta = \frac{1}{\rho} = \sqrt{\frac{2}{\mu \mu_0 \sigma \omega}} \quad (20)$$

Как видно из этого выражения, с ростом частоты и электрическое поле всё более «вытесняется» к поверхности проводника. Это явление называется скин-эффектом. Поскольку уравнение для магнитного поля (13) совершенно аналогично уравнению для напряжённости электрического поля (12), то очевидно, что магнитное поле убывает вглубь проводника точно по такому же закону, как и $E_x(z)$.

Отметим, что формула (20) будет давать тем более точную оценку глубины скин-слоя в проводниках конечного сечения, чем более их поперечные размеры превышают глубину скин-слоя δ .

На рис. 3 изображено распределение плотности тока по сечению цилиндрического проводника радиуса r_0 . Вследствие скин-эффекта большая часть переменного тока протекает в поверхностном слое толщиной δ , поэтому можно приближенно считать, что при протекании тока задействовано лишь сечение проводника $S_{\text{перем}} = 2\pi r_0 \delta$, т.е. значительная часть поперечного сечения проводника оказывается неиспользуемой. Как следствие

этого, увеличивается активное сопротивление проводника переменному току.

В случае сильно выраженного скин-эффекта сопротивление проводника эквивалентно сопротивлению полого цилиндра со стенками, толщина которых равна глубине скин-слоя δ .

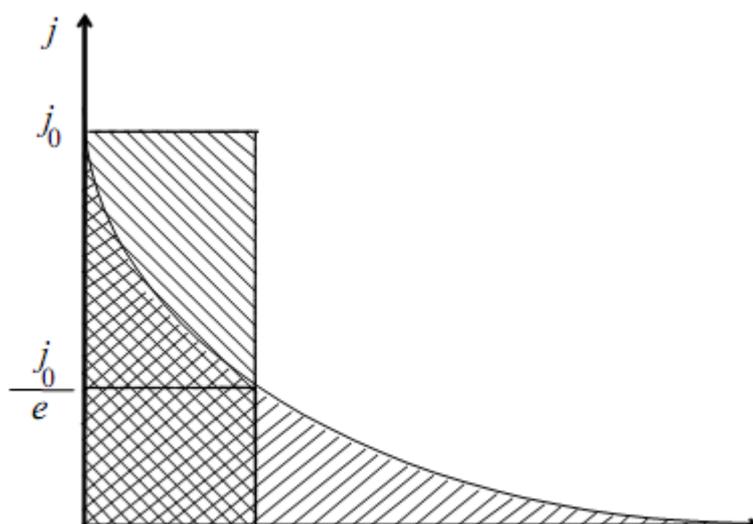


Рис. 2. Изменение плотности переменного тока в проводнике с расстоянием от поверхности.

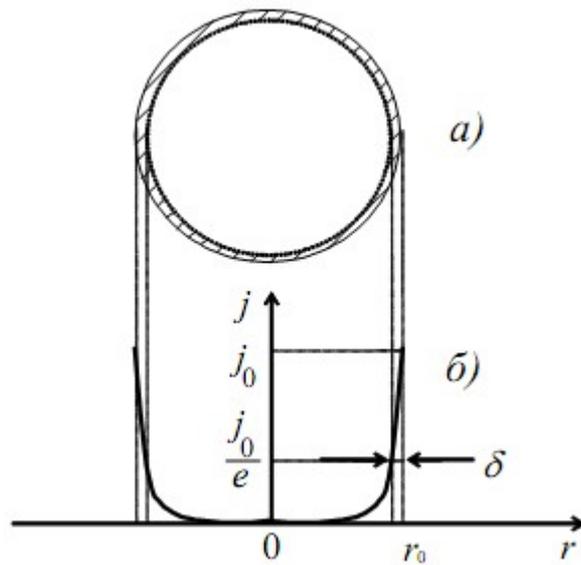


Рис. 3. а) – поперечное сечение цилиндрического проводника радиуса r_0 (заштрихован скин-слой), б) распределение плотности переменного тока вдоль радиуса r проводника (для некоторой конкретной частоты переменного тока).

В случае цилиндрического сплошного или полого проводника следует решать уравнения (12) и (13), записанные в цилиндрической системе координат. Решение таких уравнений выражается уже не экспоненциальной функцией, а через функции Бесселя первого и нулевого порядков. Однако, анализ решений уравнений (12) и (13) показывает, что выражение (20) для глубины проникновения поля δ в данном случае не изменяется.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ.

Методика проведения эксперимента. Резонансный метод исследования.

В лабораторной работе используется метод, состоящий в экспериментальном определении активного сопротивления цилиндрического проводника переменному току различной частоты. Цилиндрический проводник (провод) свернут в катушку (соленоид), коэффициент самоиндукции которой L и не изменяется в ходе эксперимента, а активное сопротивление катушки R_L . Последовательно с катушкой подключен конденсатор с емкостью C . Колебательный контур, образованный таким образом, подключен к генератору высокочастотного синусоидального напряжения (рис. 4).

При совпадении частоты напряжения, подаваемого на контур, с его собственной частотой, имеет место резонанс. При этом напряжение на емкости C в контуре оказывается наибольшим и во много раз превосходящим напряжение источника ε . В случае резонанса, можно считать $U_C = Q \cdot \varepsilon$, где величина Q называется добротностью контура

Добротность контура связана с его параметрами следующим образом:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (21)$$

Здесь сопротивление R является полным, т.е. учитывающим все потери энергии в контуре (в катушке, в конденсаторе и в соединительных проводах). Представим это сопротивление в виде:

$$R = R_L + R_x \quad (22)$$

где R_L - активное сопротивление катушки, меняющееся с изменением частоты вследствие скин-эффекта; R_x - сопротивление, учитывающее все остальные потери в контуре и не зависящее от частоты.

Для того, чтобы в сопротивлении R выделить его часть, относящуюся только к активному сопротивлению катушки R_L , последняя намотана "в два провода", бифилярно (при этом "начало" одной обмотки соединено с "началом" другой и, соответственно, "конец" одной обмотки соединен с "концом" другой обмотки – таким образом, по этим обмоткам текут параллельные токи). В данном случае можно пропускать ток либо по обмотке из одного провода, либо по двум одинаковым параллельным проводам.

Такая конструкция катушки позволяет изменять её активное сопротивление в два раза путем использования одной или двух ее обмоток. При этом индуктивность катушки практически не изменяется.

Поясним, почему индуктивность катушки L не изменяется при подключении параллельно дополнительного провода.

Индуктивность катушки равна:

$$L = \mu \mu_0 n^2 V \quad (23)$$

где плотность намотки $n = N/l$, N – число витков соленоида, l – его длина, $V = l \cdot S$ – объем соленоида, S – площадь его поперечного сечения, и не зависит от сечения проводника σ (при $\sigma \ll S$, что соблюдается здесь). Пропускание тока через два параллельных провода эквивалентно увеличению площади поперечного сечения этого провода (провод становится «толще», выдерживает больший ток), а согласно формуле (23) индуктивность L не зависит от площади поперечного сечения провода.

Впредь символом R_L будем обозначать сопротивление одной обмотки соленоида. Тогда сопротивление при включении двух параллельных обмоток будет $R_L/2$. Если на какой-либо частоте экспериментально измерить добротность контура с одной обмоткой (Q_1) и добротность контура с двумя обмотками (Q_2) и использовать формулы:

$$Q_1 = \frac{1}{R_1} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{и} \quad Q_2 = \frac{1}{R_2} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (24)$$

где $R_1 = R_L + R_X$, а $R_2 = \frac{R_L}{2} + R_X$, то для интересующей нас величины активного сопротивления одной обмотки R_L получается:

$$R_L = 2 \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \left(\frac{1}{Q_1} - \frac{1}{Q_2} \right) \quad (25)$$

Комбинированный измерительный прибор, встроенный в установку, измеряет напряжение U на конденсаторе C на данной установленной частоте, которая совпадает с резонансной частотой для контура. При этом ёмкости конденсаторов C подобраны таким образом, чтобы контур на каждой из доступных для установки частот всегда находился в резонансе. Таким образом, для вычисления добротности следует использовать простую формулу:

$$Q = \frac{U}{\varepsilon} \quad (26)$$

где U – напряжение на конденсаторе при резонансе по показаниям встроенного вольтметра, $\varepsilon = 60 \text{ мВ} = 0,06 \text{ В}$ – напряжение с выхода генератора ВЧ, которое автоматически поддерживается неизменным в течении всего опыта.

Сопротивление одной обмотки на постоянном токе можно рассчитать по формуле:

$$R_{L \text{ пост}} = \rho \frac{l}{S} \quad (27)$$

где удельное сопротивление меди $\rho = 1.7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м; $l = N \pi D$ длина провода обмотки, $N = 115$ число витков обмотки, $D = 5$ см = 0,05 м – диаметр витка; площадь сечения провода $S = \frac{\pi d^2}{4}$, $d = 2,26$ мм = $2,26 \cdot 10^{-3}$ м – его диаметр. Индуктивность катушки $L \approx 400$ мкГн = $400 \cdot 10^{-6}$ Гн считать постоянной для всего эксперимента. Значение магнитной проницаемости образца (медный провод) принять равной $\mu = 1$.

Заменим экспоненциальное распределение плотности тока эквивалентным значением $j = j_0$ независимым от координаты r . Тогда переменный ток в цилиндрическом проводнике радиусом r_0 имеет плотность $j = j_0$ независимо от координаты r и для его протекания (см. рис. 3), хватило бы слоя, ограниченного радиусами r_0 и $r_0 - \delta$.

Скин-эффект можно интерпретировать как увеличение сопротивления проводника переменному току вследствие уменьшения эффективной площади поперечного сечения проводника, т. е.

$$\frac{R_{\text{пер}}}{R_{\text{пост}}} = \frac{\rho \frac{l}{S_{\text{пер}}}}{\rho \frac{l}{S_{\text{пост}}}} = \frac{S_{\text{пост}}}{S_{\text{пер}}} \quad (28)$$

где $R_{\text{перем}}$ и $R_{\text{пост}}$ – сопротивление проводника на переменном и постоянном токе соответственно, $S_{\text{пост}} = \pi r_0^2$ – площадь полного поперечного сечения проводника радиусом r_0 , $S_{\text{перем}}$ – площадь поперечного сечения цилиндрического слоя, ограниченного окружностями с радиусами r_0 и $r_0 - \delta$.

На основании этого соотношение (28) можно переписать:

$$\frac{R_{\text{пер}}}{R_{\text{пост}}} = \frac{r_0^2}{r_0^2 - (r_0 - \delta)^2} \quad (29)$$

Выражая отсюда интересующую нас величину δ , получим

$$\delta = r_0 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{R_{L \text{ пост}}}{R_{L \text{ перем}}}} \right) \quad (30)$$

В формуле (30) введены обозначения $R_{\text{перем}} = R_{L \text{ перем}}$; $R_{\text{пост}} = R_{L \text{ пост}}$. При решении квадратного уравнения (29) мы оставляем лишь один корень, имеющий физический смысл $\delta < r_0$. (глубина проникновения, естественно, должна быть меньше радиуса цилиндрического проводника с током).

При $R_{L \text{ пост}} \ll R_{L \text{ перем}}$ выражение (30) можно переписать в упрощенном виде:

$$\delta \approx \frac{r_0}{2} \cdot \frac{R_{L, \text{пост}}}{R_{L, \text{перем}}} \quad (31)$$

По формуле (31) вычисляется глубина эффективного скин-слоя $\delta_{\text{эксп}}$ для ранее определенных значений $R_L = R_{L \text{ перем}}$ и $R_{L \text{ пост}}$ из формул (25) и (27) и сравнивается с глубиной скин-слоя $\delta_{\text{расч}}$, найденной по формуле (20), далее строится график зависимости глубины проникновения скин-слоя от частоты $\delta_{\text{эксп}} = \delta_{\text{эксп}}(\nu)$. Как следует из (27) $R_{L \text{ пост}}$ является рассчитываемой константой для данной установки и не изменяется в ходе опыта.

Для исследуемого образца медного провода при расчетах следует принять:

- значение магнитной проницаемости образца $\mu=1$
- удельное сопротивление меди $\rho = 1.7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$
- удельная проводимость меди $\sigma = \frac{1}{\rho} = 5,88 \cdot 10^7 (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}$
- $D = 5 \text{ см} = 0,05 \text{ м}$ – диаметр витка
- $N = 115$ число витков обмотки
- площадь сечения провода $S = \frac{\pi d^2}{4}$, $d = 2,26 \text{ мм} = 2,26 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ – его

диаметр

- индуктивность катушки $L \approx 400 \text{ мкГн} = 400 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}$
- напряжение с выхода генератора $\varepsilon = 60 \text{ мВ} = 0,06 \text{ В}$

Приборы и оборудование.

Лабораторная работа выполняется на учебной установке ФЭЛ-20, принципиальная электрическая схема которой приведена на рис. 4.

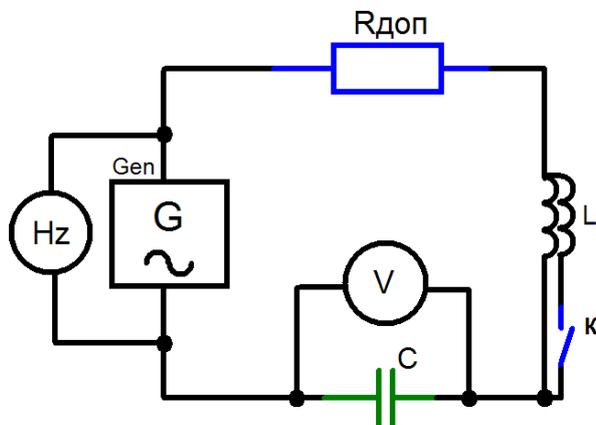


Рис. 4. Принципиальная электрическая схема учебной установки ФЭЛ-20 для изучения скин эффекта.

Напряжение (с частотой в пределах 16 кГц - 1100 кГц) подается на контур LC от генератора G. Ключ К «КАТУШКА» позволяет включать в контур либо одну обмотку катушки (индикация L1 на ЖКД индикаторе) либо две параллельные обмотки (индикация L2 на ЖКД индикаторе).

Перестройка контура на разные частоты осуществляется подключением конденсаторов различной емкости с помощью кнопок «ЧАСТОТА» (не показаны на рисунке), при этом от генератора гармонического сигнала G автоматически подаётся сигнал, соответствующий резонансной частоте контура. Таким образом при данном установленном значении ёмкости С контур всегда настроен на резонансную частоту, совпадающую с частотой сигнала, подаваемого с генератора.

Текущая установленная частота сигнала и соответствующее ей установленное значение ёмкости С отображаются на LCD ЖКД дисплее. Резистор $R_{\text{доп}}$ обозначает общее сопротивление потерь в контуре.

Порядок выполнения.

1. Перед включением следует проверить целостность всех соединительных и сетевых проводов устройств.
2. Включите лабораторный модуль в сеть ~ 220 В.
3. Перевести переключатель СЕТЬ на панели установки в положение «ВКЛ» при этом должен загореться соответствующий сигнальный светодиод. Дать прибору прогреться не менее 5-7 минут.
4. Рассчитать по формуле (27) сопротивление одной обмотки на постоянном токе $R_{L \text{ пост.}}$.
5. Подготовить таблицу 1 для записи результатов эксперимента.

Таблица 1

Частота, ν Гц	Частота, ω $\omega = 2\pi\nu$ Радиан	Ёмкость, С	U1 (одна обмотка), В	U2 (две обмотки), В	Добротность (одна обмотка) $Q_1 = \frac{U_1}{\epsilon}$	Добротность (две обмотки) $Q_2 = \frac{U_2}{\epsilon}$	$R_{L \text{ перем}}$ Ом	$\delta_{\text{эксп.}}$ м

6. Записать в таблицу 1 первое значение установленной частоты ν , Гц по показаниям частотомера на «ИЗМЕРИТЕЛЬНОМ ПРИБОРЕ». Вычислить значение круговой частоты $\omega = 2\pi\nu$. Записать установленное значение ёмкости контура С (отображаемое на «ИЗМЕРИТЕЛЬНОМ ПРИБОРЕ» значение ёмкости перевести в единицы СИ $1 \text{ нФ} = 1 \text{ нФ} = 10^{-9} \text{ Ф}$, $1 \text{ пФ} = 1 \text{ пФ} = 10^{-12} \text{ Ф}$).
7. Записать в таблицу 1 измеренное значение напряжения на конденсаторе U1 при включенной одной обмотке (при этом на LCD ЖКД индикаторе отображается L1).
8. Кнопками «КАТУШКА» подключить параллельную обмотку и записать в таблицу 1 измеренное значение напряжения на конденсаторе U2 при включенных двух параллельных обмотках (при этом на LCD ЖКД индикаторе отображается L2).
9. Вычислить по формуле (26) добротности контуров Q_1 и Q_2 при включенной одной обмотке и двух параллельных обмотках соответственно.
10. По формуле (31) вычислить экспериментальное значение глубины скин-слоя $\delta_{\text{эксп.}}$.
11. Установить другую ёмкость контура С и соответствующую ей другую резонансную частоту ν , Гц с помощью кнопок «ЧАСТОТА» и повторить действия пп. 6 — 10.
12. Повторить пп. 6 — 10 для всех других доступных частот.
13. Рассчитать для 3 — 4 экспериментальных частот теоретическое значение глубины скин-слоя $\delta_{\text{расч}}$ по формуле (20) и сравнить эти значения с полученными вами экспериментальными $\delta_{\text{эксп.}}$. Значение магнитной

проницаемости образца (медного провода) принять $\mu=1$.

14. Для каждой частоты ω рассчитайте значение $\frac{1}{\omega}$ и величину $\delta_{\text{эксп}}^2$. Из формулы (20) легко получить линейную зависимость $\delta_{\text{эксп}}^2 \left(\frac{1}{\omega} \right)$:

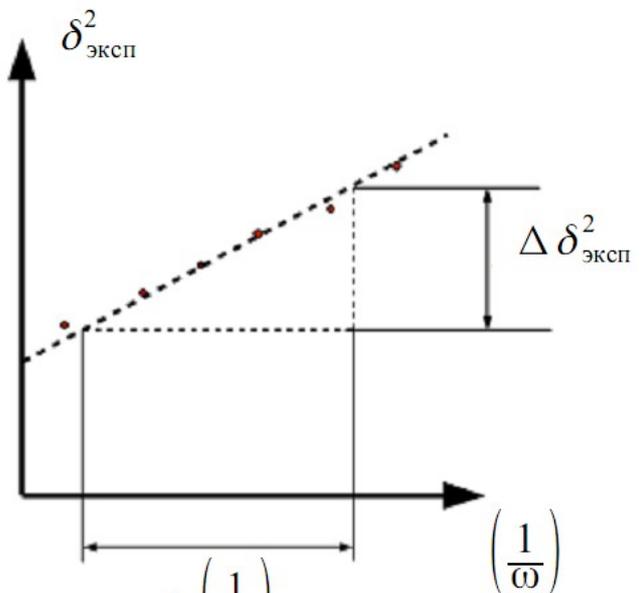
$$\delta_{\text{эксп}}^2 = \frac{2}{\mu_0 \sigma} \cdot \frac{1}{\omega} . \text{ Сравнивая полученное выражение с уравнением}$$

линейной функции $y(x)=k \cdot x$, найдем $y = \delta_{\text{эксп}}^2$, $x = \frac{1}{\omega}$, $k = \frac{2}{\mu_0 \sigma}$.

Откуда получим $\sigma = \frac{2}{k \mu_0}$.

15. Построить график зависимости $\delta_{\text{эксп}}^2 \left(\frac{1}{\omega} \right)$. График должен иметь вид прямой линии. Коэффициент k можно определить графически как тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс:

$$k = \text{tg}(\alpha) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta \delta_{\text{эксп}}^2}{\Delta \left(\frac{1}{\omega} \right)}$$



16. В качестве $\Delta \delta_{\text{эксп}}^2$ и $\Delta \left(\frac{1}{\omega} \right)$ при расчёте коэффициента k для повышения точности рекомендуется брать максимально возможные приращения. Для повышения точности расчетов рекомендуется также воспользоваться методом наименьших квадратов (см. приложение).

1. и с. 15. 1. график зависимости $\delta_{\text{эксп}}^2 \left(\frac{1}{\omega} \right)$ и вычисление коэффициента наклона прямой.

17. Вычислив коэффициент k , рассчитать по формуле $\sigma = \frac{2}{k \mu_0}$ значение удельной проводимости медного провода, и сравнить полученное значение с теоретическим значением удельной проводимости меди $\sigma = \frac{1}{\rho} = 5,88 \cdot 10^7 (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}$.

18. По окончании работы поставить переключатель «СЕТЬ» в положение «выкл», при этом должен погаснуть сигнальный индикатор и вынуть вилку из розетки.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.

1. Что такое скин-эффект ?
2. Как количественно оценивается величина скин-эффекта ?
3. Написать формулу, выражающую глубину скин-слоя для пластины.
4. Изобразить графически распределение плотности переменного тока в сечении проводника.
5. Как проявляется скин-эффект в случае цилиндрического проводника ?
6. В чем идея резонансного метода изучения скин-эффекта ?
7. Нарисовать схему экспериментальной установки.
8. Что такое добротность резонансного контура ? Как ее можно определить экспериментально ?
9. Как вычислить активное сопротивление катушки индуктивности (по результатам измерений) ?
10. Как рассчитать глубину скин-слоя (по результатам измерений) ?

ПРИЛОЖЕНИЕ.

Совместные измерения. Понятие о методе наименьших квадратов (МНК)
Рассмотрим случай совместных измерений двух величин β и α . Если уравнения измерения, связывающие эти величины, линейны, то для определения β и α в результате многократных измерений некоторых других величин x_i и y_i получится линейная система условных уравнений, каждое из которых имеет вид

$$y_i = \beta x_i + \alpha \quad (1)$$

где x_i, y_i - результаты i -го измерения величин x и y ; β и α - искомые величины.

Система уравнений (1) будет, вообще говоря, несовместна, так как результаты измерений x и y неизбежно содержат погрешности. Поэтому из этих уравнений можно определить только оценки величин β и α (соответственно B и A), которые являются случай-

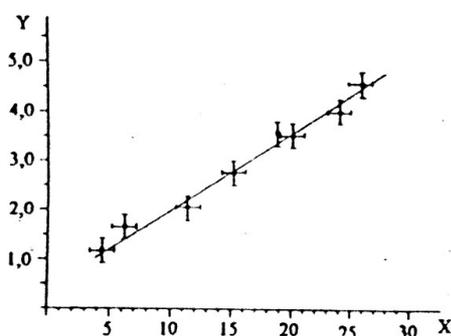


рис. 1

ными величинами.

Для наглядности изложения представим все опытные данные x_i и y_i на графике (см. рис. 1).

Геометрически задача измерения α и β состоит в определении параметров некоторой прямой: значения ординаты при нулевом значении абсциссы и тангенса угла наклона соответственно.

Так как между точками на графике можно провести не одну прямую, возникает задача - провести прямую наилучшим образом. Такая прямая характеризуется наиболее точными оцен-

ками коэффициентов β и α , т.е. наиболее вероятным.

Оценка β (значение B) определяется выражением

$$B = \frac{n \sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_i) - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}$$

Оценка α (значение A) определяется выражением

$$A = \bar{y} - B\bar{x}$$

Можно показать, что оценка стандартного отклонения коэффициента B выражается следующим образом:

$$S_B = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - Bx_i - A)^2}{(n-2) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}$$

Интервал, в котором с установленной вероятностью α_0 может находиться коэффициент β , записывается в виде $\Delta B = t_{\alpha_0, (n-2)} \cdot S_B$

Тогда можно записать:

$$\beta = B \pm \Delta B$$

Стандартное отклонение коэффициента A определяется по формуле

$$S_A = \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - Bx_i - A)^2}{n-2}}$$

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА.

1. Калашников С.Г. Электричество. М.: Наука, 2008.
2. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм. М.: Наука, 2005.
3. Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: Наука, 2003.

ДЛЯ СВОБОДНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ,

НПО учебной техники «ТУЛАНАУЧПРИБОР»