

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования

**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

---

**Л.К. Бурулько**

**ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ  
ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ**

*Рекомендовано в качестве учебного пособия  
Редакционно-издательским советом  
Томского политехнического университета*

Издательство  
Томского политехнического университета  
2016

УДК 621.31:519.876(075.8)

ББК 31.2:22.1я73

Б91

**Бурулько Л.К.**

Б91

Программные средства профессиональной деятельности. Лабораторный практикум / Л.К. Бурулько; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2016. – с.

В учебном пособии рассмотрены основные принципы и методы математического моделирования электрических схем постоянного и переменного тока.

Пособие подготовлено на кафедре электропривода и электрооборудования, соответствует программе дисциплины «Программные средства профессиональной деятельности» и предназначено для студентов, обучающихся по направлению 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника».

**УДК 621.31:519.876(075.8)**

**ББК 31.2:22.1я73**

*Рецензенты*

Доктор технических наук,  
профессор кафедры ПрЭ ТУСУР  
*А.В. Кобзев*

Кандидат технических наук  
13-го отдела НИИАЭМ ТУСУР  
*Н.А. Михневич*

© ФГАОУВО НИ ТПУ, 2016

© Бурулько Л.К., 2016

© Оформление. Издательство Томского  
политехнического университета, 2016

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время активное внедрение компьютерных технологий в процесс подготовки специалистов по различным специальностям реализуется с использованием прикладного программного обеспечения. Основой такого обеспечения являются прикладные программные пакеты (ППП), которые предназначены для выполнения определенных пользовательских задач и рассчитаны на непосредственное взаимодействие с пользователем. Пакеты разрабатываются таким образом, чтобы максимально упростить использование компьютера. При этом пользователю нет необходимости по изучению программирования и других областей знаний, связанных с компьютером.

Целью лабораторного практикума по дисциплине «Программные средства профессиональной деятельности» научить студентов решению различных технических задач. Для направления подготовки 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» основной базовой дисциплиной являются «Теоретические основы электротехники». Поэтому на первом курсе, когда студенты изучают дисциплину «Программные средства профессиональной деятельности» и проходят лабораторные занятия, основной задачей преподавателя является научить их разрабатывать пользовательские программы для решения задач по электротехнике с использованием интегрированных прикладных пакетов.

В лабораторный практикум включены следующие пакеты, а именно: Electronics Workbench, MathCAD, MatLAB/Simulink, Excel, ELCUT. Кроме этого при оформлении отчетов по лабораторным работам студенты должны использовать такие популярные офисные программы, как Word, PowerPoint.

При разработке пользовательских программ в ППП основное внимание уделяется инженерным методам исследования процессов и расчета электрических цепей, основанных на упрощенных моделях, схемах замещения. Студентам же при дальнейшем обучении необходимо использовать готовые компьютерные программы при решении задач по другим дисциплинам. Поэтому с помощью математических моделей, разрабатываемых в ППП, студенты изучают статические и динамические режимы работы электрических цепей. При этом исследование процессов осуществляется во временной и частотной областях. Это формирует у них представления о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий.

# 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

При расчете электрических цепей и исследовании процессов в них с использованием прикладных программных пакетов в соответствии с основным методом теории цепей реальные элементы цепи заменяются их упрощенными моделями, *идеализированными элементами* [3,14].

В зависимости от числа внешних выводов различают идеализированные двухполюсные и многополюсные элементы. Каждый элемент цепи полностью характеризуется зависимостью между токами и напряжениями на его зажимах. При этом процессы внутри элементов не рассматриваются. При разработке пользовательских программ в ППП используют обычно пять основных типов идеализированных двухполюсных элементов: *сопротивление, емкость, индуктивность, идеальный источник напряжения и идеальный источник тока*.

Электрическую цепь, полученную из исходной *электрической цепи* при замене каждого реального элемента его упрощенной моделью, называют *моделирующей цепью*.

В целом в теории цепей пользуются следующими понятиями схем электрической цепи: *электрическая схема, структурная электрическая схема, принципиальная электрическая схема, эквивалентная (расчетная) электрическая схема, схема замещения*.

Каждое из этих понятий представляют собой условное графическое изображение реальной электрической цепи, используемое для решения поставленных перед исследователем и разработчиком задач.

Поэтому при математическом моделировании с использованием прикладных программных пакетов, в целях компактности изложения схему замещения рассматривают как расчетную модель цепи.

## 1.1. Идеализированные элементы схем замещения

Используемые в теории цепей идеализированные двухполюсные элементы – сопротивление, емкость и индуктивность – являются *пассивными*, так как энергия, потребляемая ими от остальной части цепи в любой момент времени, положительна или равна нулю [3,4,14].

Идеальные источники тока и напряжения относятся к идеализированным *активным элементам*. Они обладают способностью отдавать энергию подключенным к ним участкам электрической цепи. Потребляемая ими энергия может быть отрицательной.

*Сопротивление* – идеализированный пассивный элемент, в котором электрическая энергия необратимо преобразуется в другой вид энергии, например в тепловую энергию, механическую или световую. Термин *сопротивление* используют, как количественную характеристику

способности этого элемента преобразовывать электрическую энергию в другие виды энергии. Уловное графическое обозначение сопротивления приведено на рис. 1.1,а. Рядом с условным графическим обозначением сопротивления ставят его буквенное обозначение  $R$ .

*Емкостью* называется идеализированный пассивный элемент, обладающий свойством запасать энергию электрического поля, при этом запасенная энергия магнитного поля или преобразование электрической энергии в другие виды энергии не происходит. Уловное графическое обозначение емкости приведено на рис. 1.1,б. Рядом с условным графическим обозначением емкости ставят его буквенное обозначение  $C$ .

*Индуктивность* – идеализированный пассивный элемент, обладающий свойством запасать энергию магнитного поля, при этом запасенная энергия электрического поля или преобразование электрической энергии в другие виды энергии не происходит. Уловное графическое обозначение индуктивности приведено на рис. 1.1,в. Рядом с условным графическим обозначением емкости ставят его буквенное обозначение  $L$ . В отличие от индуктивности в индуктивной катушке имеет место запасание энергии электрического поля и преобразование электрической энергии в тепловую энергию. Поэтому чаще всего в схемах замещения индуктивную катушку представляют в виде следующего условного графического обозначения (рис.1 г).

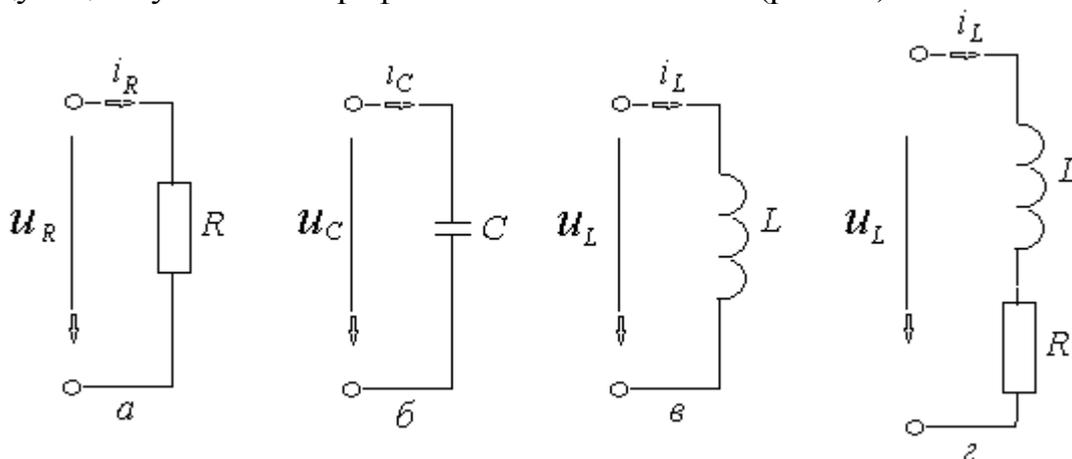


Рис. 1.1 Условные графические обозначения пассивных элементов

Зависимости между током и напряжением на зажимах сопротивления подчиняется закону Ома, который можно записать в виде:

$$u_R = R \cdot i_R \text{ или } i_R = G \cdot u_R, \quad (1.1)$$

где  $G = 1/R$  – проводимость.

Мгновенную мощность сопротивления определяют через значения сопротивления  $R$  или проводимости  $G$ :

$$p_R = u_R \cdot i_R = R \cdot i_R^2 = G \cdot u_R^2. \quad (1.2)$$

Электрическая энергия, поступающая в сопротивление и преобразуемая в нем в другие формы энергии всегда положительна (кроме случая  $u_R = i_R = 0$ ). Таким образом, в любой момент времени сопротивление только потребляет энергию от источника и ни в какие моменты времени сопротивление не может отдавать электрическую энергию другим элементам цепи [14].

Зависимость между мгновенными значениями тока и напряжения на зажимах *линейной емкости* определяется зависимостью заряда накопленного в емкости от напряжения. Всякое изменение напряжения на зажимах емкости приводит к изменению заряда, а производная заряда по времени определяет ток емкости

$$i_C = dq / dt = (dq / du_C) \cdot (du_C / dt); \quad (1.3)$$

Так как для линейной емкости  $C = dq / du_C = q / u_C$ , то выражение для емкости можно записать в виде:

$$i_C = C \frac{du_C}{dt}. \quad (1.4)$$

Тогда зависимость напряжения от тока находим:

$$u_C = \frac{1}{C} \int i_C \cdot dt. \quad (1.5)$$

Мгновенная мощность емкости

$$p_C = u_C \cdot i_C = C \cdot u_C \frac{du_C}{dt} \quad (1.6)$$

Если напряжение на емкости (см. рис. 1 а) положительно (т. е. его направление совпадает с условно-положительным направлением указанным стрелкой) и продолжает возрастать, то мгновенная мощность будет положительной и емкость в данном случае заряжается. Если  $u_C > 0$  и убывает, т. е.  $\frac{du_C}{dt} < 0$ , то мгновенная мощность емкости отрицательна и емкость в данном случае разряжается.

Энергия электрического поля, запасенная емкостью в произвольный момент времени  $t$ , определяется напряжением емкости или ее зарядом:

$$w_C = w_C(t) = \int p_C \cdot dt = C \cdot \int_0^{u_C} u \cdot du = C \frac{u_C^2}{2} = \frac{q^2}{2C}. \quad (1.7)$$

Таким образом, емкость является пассивным идеализированным элементом электрической цепи, который в зависимости от режима работы запасает энергию, получаемую от источника, или отдает накопленную энергию во внешнюю цепь.

Связь между напряжением и током в индуктивной катушке определяется законом электромагнитной индукции.

Из закона электромагнитной индукции следует, что при изменении магнитного потока, пронизывающего индуктивную катушку, в ней наводится электродвижущая сила  $e$ , пропорциональная скорости изменения потокосцепления катушки  $\Psi$  и направленная таким образом, чтобы вызываемый ею ток стремился воспрепятствовать изменению магнитного потока [3,4,14]:

$$e = -d\Psi / dt. \quad (1.8)$$

В общем, потокосцепление катушки может быть представлено в виде суммы двух составляющих: потокосцепления самоиндукции  $\Psi_{\text{си}}$  и потокосцепления внешних магнитных полей  $\Psi_{\text{вп}}$ . При расчете и анализе процессов в катушке индуктивности потокосцепления внешних магнитных полей считают равными нулю. Поэтому в катушке наводится только э.д.с. самоиндукции

$$e = -d\Psi_{\text{си}} / dt. \quad (1.9)$$

Потокосцепления самоиндукции  $\Psi_{\text{си}}$  зависит от протекающего по катушке тока  $i_L$ . Количественно зависимость потокосцепления для катушки без магнитного сердечника от тока определяется в виде:

$$L = \Psi_{\text{си}} / i_L. \quad (1.20)$$

В этом случае выражение (1.9) может быть преобразовано к виду

$$e = -\frac{d\Psi_{\text{си}}}{dt} = -\frac{d\Psi_{\text{си}}}{di_L} \cdot \frac{di_L}{dt} = -\frac{\Psi_{\text{си}}}{i_L} \cdot \frac{di_L}{dt} = -L \frac{di_L}{dt}. \quad (1.21)$$

При анализе цепей обычно рассматривают не значение э.д.с., наведенной в катушке, а напряжение  $u_L$  на ее зажимах, положительное направление которого совпадает с положительным направлением тока (см. рис. 1 в, г):

$$u_L = -e = L \frac{di_L}{dt}. \quad (1.22)$$

Зависимость тока индуктивности  $i_L$  от напряжения в этом случае можно определить путем интегрирования выражения (1.22)

$$i_L = \frac{1}{L} \int u_L dt. \quad (1.23)$$

*Идеальный источник напряжения* (источник напряжения, источник э. д. с.) – это идеализированный активный элемент, напряжение, на зажимах которого не зависит от протекающего через него тока. Напряжение  $u$  на зажимах источника равно электродвижущей силе  $e(t)$  и может быть произвольной функцией времени. В частном случае  $e(t) = E$  и не зависит от времени. Такой тип источника называют *источником постоянного напряжения* (источником постоянной э. д. с.).

Зависимость напряжения на зажимах любого источника от тока, протекающего в источнике, называется *внешней характеристикой*. Условное графическое представление источника напряжения, его внешняя характеристика и схема его подключения к сопротивлению нагрузки  $R_H$  приведены на рис. 1.2.

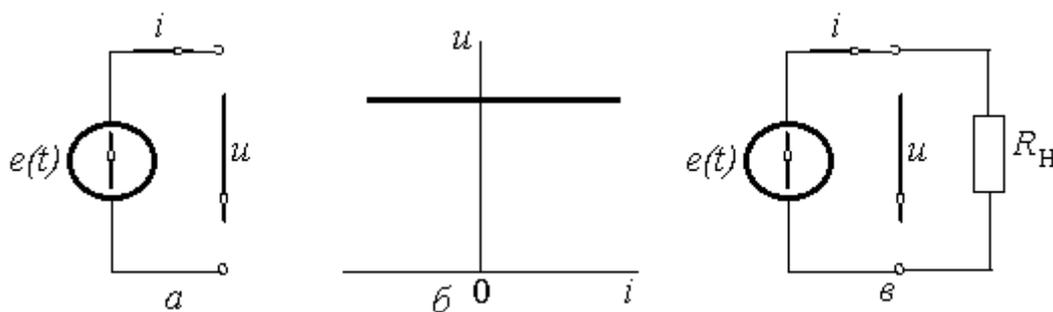


Рис.1.2. Идеальный источник напряжения

*a* – условное графическое обозначение; *б* – внешняя характеристика источника постоянного напряжения, *в* – идеальный источник напряжения с нагрузкой

Если подключить к зажимам источника э. д. с. сопротивление нагрузки  $R_H$ , то протекающий через него ток и выделяемую в нем мощность можно представить в виде:

$$i = u / R_H = (1 / R_H)e(t); \quad p = (1 / R_H) \cdot u^2 = (1 / R_H) \cdot e^2(t). \quad (1.24)$$

*Идеальный источник тока* (источник тока) – это идеализированный активный элемент, ток которого не зависит от напряжения на его зажимах. Ток источника  $i = j(t)$  может быть произвольной функцией времени, а в частном случае он может не зависеть от времени  $i = J$  – источник постоянного тока.

Условное графическое представление источника тока, его внешняя характеристика и схема его подключения к сопротивлению нагрузки  $R_H$  приведены на рис. 1.3.

Если подключить к зажимам источника тока сопротивление нагрузки  $R_H$ , то напряжение на сопротивление и выделяемую в нем мощность можно представить в виде:

$$u = R_H \cdot i = R_H \cdot j(t); \quad p = R_H \cdot i^2 = R_H \cdot j^2(t). \quad (1.25)$$

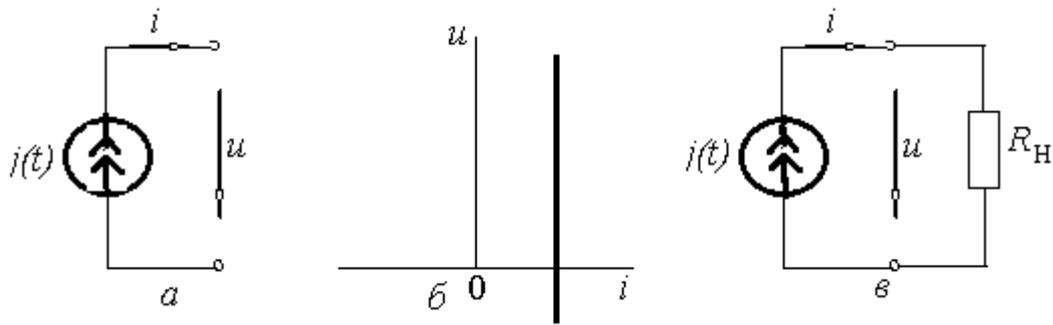


Рис.3. Идеальный источник напряжения

*а – условное графическое обозначение; б – внешняя характеристика источника постоянного тока, в – идеальный источник тока с нагрузкой*

С уменьшением сопротивления  $R_H$  ток нагрузки и мощность, выделяемая в нагрузке у идеального источника напряжения, неограниченно возрастает, а в идеальном источнике тока при увеличении сопротивления  $R_H$  напряжение на нагрузке и мощность, выделяемая в нагрузке, также неограниченно возрастает. Поэтому эти источники считают источниками бесконечной мощности.

Идеализированные источники напряжения и тока – это упрощенные модели реальных источников энергии, так как реальные источники энергии обладают конечной мощностью. Внешние характеристики этих источников не параллельны оси тока или оси напряжения, а пересекают эти оси в двух характерных точках, соответствующих режимам холостого хода и короткого замыкания.

**Схемы замещения реальных источников.** При моделировании внешние характеристики реальные источники энергии приближенно представляют прямой линией, пересекающей оси токов и напряжений в точках 1 и 2 (рис. 1.4, а). Источники, имеющие линейную внешнюю характеристики, называются линеаризованными источниками энергии.

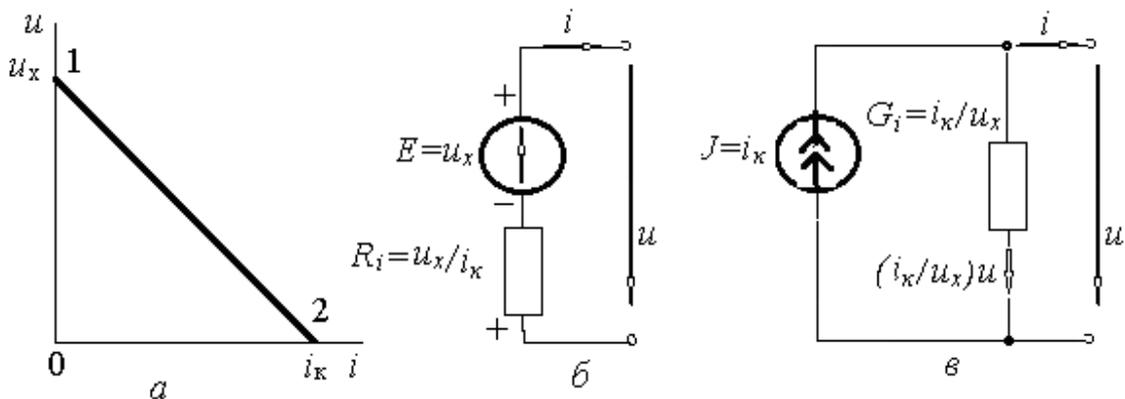


Рис. 1.4. Внешняя характеристика (а), последовательная (б) и параллельная (в) схемы замещения линеаризованного источника

Для внешней характеристики (рис. 1.4, а) можно в точках 1 и 2 определить следующие соотношения:

точка 1 (режим холостого хода)

$$u_1 = u_x, \quad i_1 = 0; \quad (1.26)$$

точка 2 (режим короткого замыкания)

$$u_2 = 0, \quad i_2 = i_k. \quad (1.27)$$

Тогда уравнение прямой, проходящей через две точки с координатами  $u_1$  и  $i_1$  и  $u_2$  и  $i_2$  имеет следующий вид

$$(u - u_1) / (u_2 - u_1) = (i - i_1) / (i_2 - i_1). \quad (1.28)$$

Подставляя в это уравнение соотношения (1.26) и (1.27) можно выразить напряжение  $u$  как функцию тока  $i$  в виде аналитического выражения для внешней характеристики линеаризованного источника напряжения

$$u = u_x - (u_x / i_k) \cdot i. \quad (1.29)$$

Выразив ток  $i$  как функцию напряжения  $u$  при подстановке в уравнение (1.28) соотношения (1.26) и (1.27) можно получить аналитическое выражение для внешней характеристики линеаризованного источника тока

$$i = i_k - (i_k / u_x) \cdot u. \quad (1.30)$$

Анализируя полученные уравнения (1.29) и (1.30) можно представить схемы замещения линеаризованных источников в следующем виде (рис. 4, б) и (рис. 4, в). В соответствие с этими схемами замещения делают вывод [1]:

- реальный источник напряжения можно интерпретировать как совокупность идеального источника напряжения с э. д. с.  $E = u_x$  и внутреннего сопротивления  $R_i = u_x / i_k$ , через которое протекает ток  $i$ ;
- реальный источник тока можно рассматривать как ток некоторого идеального источника тока  $J = i_k$  и некоторой (внутренней) проводимости, к которой приложено напряжение  $u$ .

## 1.2. Решение основных задач теории электрических цепей

Любую электрическую цепь можно рассматривать как систему с одним или несколькими входами и одним или несколькими выходами (рис. 1.5). Если к входам цепи приложить внешнее воздействие  $x(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)\}$ , то на выходах можно обнаружить реакцию или отклик  $y(t) = \{y_1(t), y_2(t), \dots, y_M(t)\}$ , где  $N$  и  $M$  – число входов и выходов схемы. В зависимости от исходных данных и конечной цели

исследования в теории цепей различают задачи анализа и задачи синтеза.



Рис. 1.5. Представление электрической цепи

Задача анализа электрической цепи состоит в определении реакции  $y(t)$  на заданное внешнее воздействие  $x(t)$ .

Задача синтеза электрической цепи заключается в нахождении по заданной реакции  $y(t)$  на некоторое внешнее воздействие  $x(t)$ .

Исходными данными в задаче анализа является схема замещения цепи с параметрами всех входящих в нее элементов и описание внешних воздействий  $x(t)$ , задаваемого в виде совокупности токов и напряжений идеализированных источников. В результате определяется отклик  $y(t)$  в виде совокупности токов и напряжений всех или некоторых ветвей цепи. В частном случае задача анализа сводится к определению соотношений между реакциями цепи на отдельных выходах  $y_i(t)$  и воздействиями,  $x(t)$  приложенными к определенным входам.

Такие соотношения называются *характеристиками (системными функциями, функциями)* цепи. В зависимости от того, какая величина частота или время является аргументом в выражениях, описывающих соотношение между откликом и внешним воздействием, различают *частотные и временные характеристики* цепи. Определение и исследование частотных характеристик представляют задачу анализа цепи в *частотной области*; нахождение временных характеристик – задача анализа цепи во *временной области*.

Задачам синтеза цепей предшествуют решение задач анализа. Поэтому в прикладных программных пакетах данного пособия будут показаны их возможности по решению задач анализа.

### 1.2.1. Параметры электрических цепей

Упрощенные модели элементов реальных электрических цепей имеют конечные значения параметров, определяемые одним из основных эффектов – запасание энергии электрического (емкость) или магнитного полей (индуктивность), преобразование электрической

энергии в другие виды энергии (пассивные элементы) или преобразование энергии сторонних сил в электрическую энергию (источники).

*Параметры элементов реальных электрических цепей являются, как правило, исходными данными при любом виде моделирования [3,4].*

Анализ процессов в теории цепей базируется на понятии синусоидального тока. Синусоидальный ток представляет собой ток, изменяющийся по синусоидальному закону

$$i = I_m \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right) = I_m \sin(\omega t + \varphi); \quad (1.31)$$

где  $I_m$  – максимальное значение функции называют амплитудой тока;

- $T$  – это время, за которое совершается одно полное колебание (период);  $f = 1/T$  – частота равна числу колебаний в 1 секунду (измеряется в герцах (Гц)) или  $s^{-1}$ ;  $\omega = 2\pi f = 2\pi / T$  – угловая частота;

- $(\omega t + \varphi)$  – аргумент синуса, называемый фазой, характеризует состояние колебаний (численное значение функции) в данный момент времени  $t$ ;  $\varphi$  – начальная фаза.

*Любая синусоидально изменяющаяся функция определяется тремя величинами: амплитудой, угловой частотой, и начальной фазой.*

При анализе процессов в цепях синусоидального тока и их расчете выделяют *активные и реактивные сопротивления*. Активными сопротивлениями обладают все элементы цепи, в которых энергия выделяется в виде тепла. Реактивными сопротивлениями обладают индуктивности и емкости, т. е. элементы цепи, в которых энергия периодически запасается в магнитном и электрическом полях.

*Активное сопротивление*, как параметр электрической цепи переменного тока, определяется через активную мощность  $R = P / I^2$ . Где мощность  $P$  электрического тока равна отношению работы тока  $\Delta A$  к интервалу времени  $\Delta t$ , за которое эта работа была совершена:

$$P = \frac{\Delta A}{\Delta t} = U \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R}, \quad (1.32)$$

а  $U = U_m / \sqrt{2}$  и  $I = I_m / \sqrt{2}$  – действующие значения синусоидального напряжения и тока.

*Индуктивное (реактивное) сопротивление  $X_L$*  определяется из условия, что по идеальной индуктивности течет ток  $i = I_m \sin \omega t$  и в ней наводится э. д. с. самоиндукции

$$e_L = -L \frac{di}{dt} = -\omega L I_m \cos \omega t = \omega L I_m \sin(\omega t + 90^\circ), \quad (1.33)$$

где  $U_m = \omega L I_m$  – амплитуда мгновенного значения напряжения на индуктивности, а падение напряжения опережает по фазе, протекающий по индуктивности ток на  $90^0$ .

Произведение  $\omega L$  обозначают  $X_L$  и называют индуктивным сопротивлением:

$$X_L = \omega L; \quad (1.34)$$

размерность этого сопротивления, как и у активного сопротивления,  $[X_L] = [\omega][L] = \text{с}^{-1} \cdot \text{Ом} \cdot \text{с} = \text{Ом}$ .

При постоянном токе, когда  $\omega = 2\pi f = 0$ , сопротивление идеальной индуктивности  $X_L = 0$ .

*Емкостное (реактивное) сопротивление*  $X_C$  определяется из условия, что напряжение на конденсаторе меняется по синусоидальному закону

$$u = U_m \sin \omega t, \quad (1.35)$$

а поэтому по синусоидальному закону будет меняться и заряд  $q$  конденсатора:

$$q = Cu = CU_m \sin \omega t \quad (1.35)$$

Это указывает на то, что конденсатор периодически перезаряжается. Периодическая перезарядка конденсатора сопровождается протеканием через него зарядного тока

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(CU_m \sin \omega t) = \omega CU_m \cos \omega t = \omega CU_m \sin(\omega t + 90^0). \quad (1.36)$$

Анализ данного выражения показывает, что зарядный ток опережает по фазе напряжение на конденсаторе на  $90^0$ . Амплитуда тока  $I_m$  равна амплитуде напряжения  $U_m$ , деленной на *емкостное сопротивление*:

$$X_C = 1/\omega C. \quad (1.37)$$

Действительно,

$$I_m = \omega CU_m = \frac{U_m}{1/\omega C} = \frac{U_m}{X_C}. \quad (1.38)$$

Емкостное сопротивление обратно пропорционально частоте и измеряется в омах. При частоте  $f = 0$ ,  $\omega = 2\pi f = 0$ ,  $X_C = 1/2\pi f C = \infty$ , это указывает на то, что при постоянном неизменном напряжении ток через конденсатор не протекает. При этом на одной из обкладок конденсатора формируется заряд  $q = Cu$ , а на другой заряд  $-q = -Cu$ .

Таким образом, основными параметрами пассивных элементов электрических цепей являются активное, индуктивное и емкостное

сопротивления. Активные элементы электрических цепей при моделировании задаются с помощью значений э. д. с. и внутреннего сопротивления (модель реального источника напряжения рис. 4,б) и с помощью значений тока и внутренней проводимости (модель реального источника тока рис. 4,в).

### 1.2.2. Уравнения электрического равновесия электрических цепей

С математической точки зрения задача анализа электрической сводится к составлению и решению системы линейно независимых уравнений, в которых в качестве неизвестных фигурируют токи и напряжения ветвей исследуемой цепи. Основой для составления систем уравнений являются первый и второй законы Кирхгофа. Число уравнений, составляемых с использованием законов Кирхгофа, всегда равно количеству неизвестных токов и напряжений.

Электрические цепи, составленные из идеализированных элементов, классифицируют по виду уравнений, описывающих протекающие в них процессы. При этом выделяют системы *алгебраических уравнений*, описывающие статические (установившиеся) режимы работы цепи. В общем случае в электрических цепях протекают переходные (неустановившиеся) процессы, связанные с изменением режимов работы цепи. Математическое описание таких процессов осуществляется с помощью *обыкновенных дифференциальных уравнений*.

На формирование моделей и на математическое описание процессов в цепи оказывает существенное влияние топологические особенности реальных цепей. Схемы электрических цепей подразделяют на *неразветвленные*, *разветвленные* и схемы со *смешанным соединением* элементов, с одним или несколькими источниками. В зависимости от характера, протекающего в цепи тока, их подразделяют на *электрические цепи постоянного и переменного тока*.

Рассмотрим математическое описание процессов в линейных электрических цепях с сосредоточенными параметрами, находящихся под монохроматическим (одночастотным) гармоническим воздействием.

Схемы замещения таких цепей при последовательном, параллельном и смешанном соединении элементов представлены на (рис. 1.6). В схеме замещения при последовательном соединении элементов выделены в виде ветвей резистивный элемент с сопротивлением  $R$  (условные узлы  $a$  и  $b$ ), индуктивная катушка, представленная сопротивлением  $R_L$  и идеальной индуктивностью  $L$  (условные узлы  $b$  и  $c$ ) и емкость  $C$  (условные узлы  $c$  и  $d$ ).

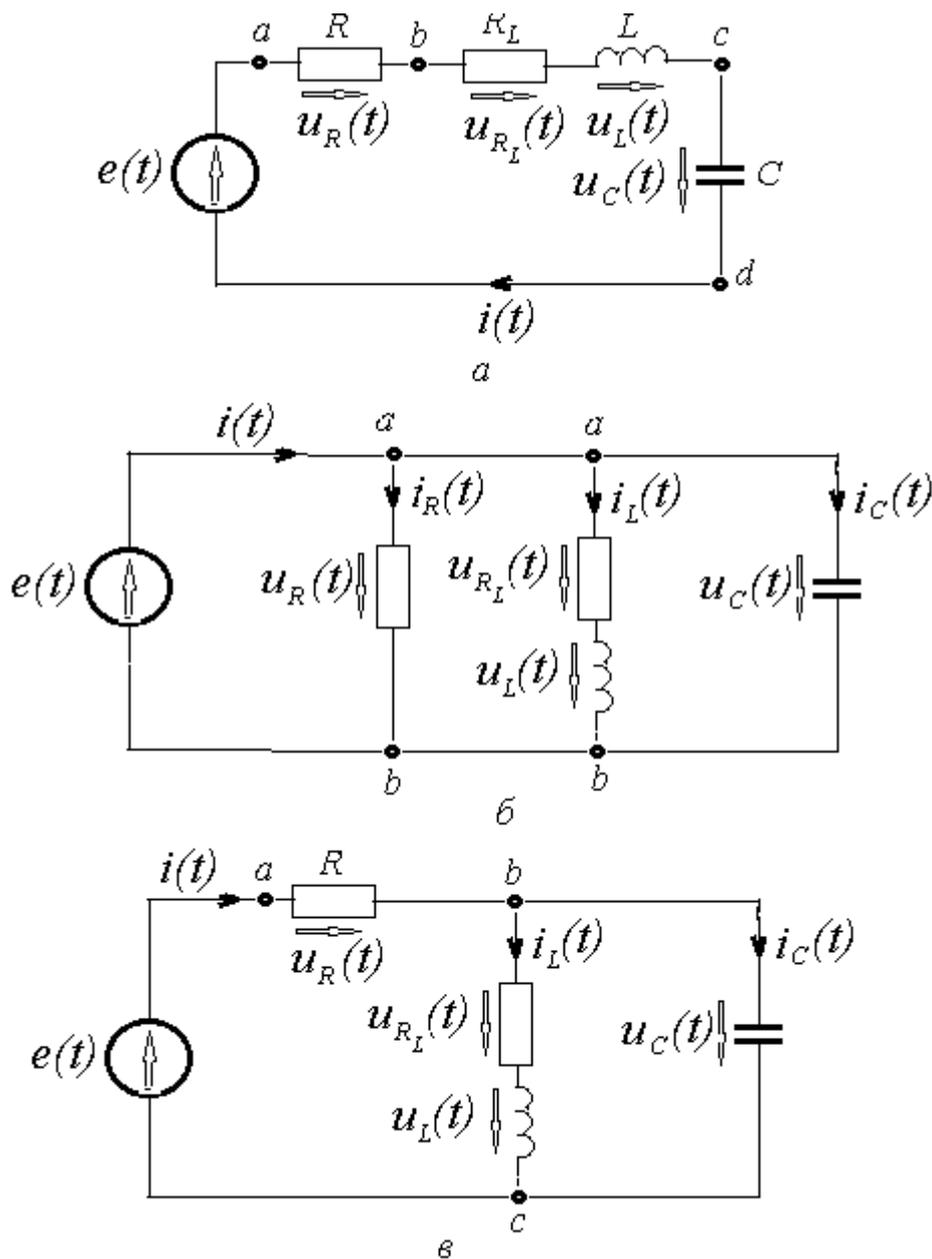


Рис. 1.6. Схемы замещения электрических цепей  
 а – с последовательным, б – с параллельным, в – смешанным соединением элементов

В приведенных на рис. 6 схемах э. д.с. источников напряжения являются гармоническими функциями времени частоты  $\omega$ . Поэтому все неизвестные токи в ветвях схем и падения напряжений на сопротивлениях так же являются гармоническими функциями.

Для определения и расчета всех неизвестных токов и напряжений на элементах схемы составляются компонентные уравнения (уравнения электрического равновесия) электрических цепей, с использованием первого и второго законов Кирхгофа. Эти уравнения для мгновенных значений токов и напряжений можно записать так:

- для схемы рис. 6, а в соответствии со вторым законом Кирхгофа

$$e = u_R + u_{R_L} + u_L + u_C, \quad (1.39)$$

или учитывая выражения (1.4, 1.5) для емкости и (1.22, 1.23) для индуктивности

$$e = iR + iR_L + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt, \quad (1.40)$$

где  $i$  общий ток, протекающий по все последовательно соединенным элементам схемы;

- для схемы рис. 6, б в соответствии с первым законом Кирхгофа

$$i = i_R + i_L + i_C, \quad (1.41)$$

при этом для всех параллельно включенных ветвей между узлами  $a$  и  $b$  напряжение  $u_{ab} = u_R = u_C$ , а для ветви, содержащей катушку индуктивности  $u_{ab} = u_{R_L} + u_L$ ;

- для схемы рис. 6, в необходимо составить систему уравнений пользуясь первым и вторым законами Кирхгофа.

$$i = i_L + i_C, \quad (1.42)$$

$$e = iR + i_L R_L + L \frac{di_L}{dt}, \quad (1.43)$$

$$0 = i_L R_L + L \frac{di_L}{dt} + \frac{1}{C} \int i_C dt. \quad (1.44)$$

Полученные уравнения электрического равновесия (1.39 ÷ 1.44) представляют с математической точки зрения интегро-дифференциальные уравнения, для решения которых необходимо их преобразование к единому виду, а именно: к дифференциальным уравнениям или к интегральным уравнениям.

*Прикладные программные пакеты разработаны в основном на базе, так называемой **компьютерной математике**, основой которой являются численные методы решения дифференциальных уравнений. Поэтому при разработке пользовательских программ в ППП математическое описание процессов и объектов исследований реализуется с помощью дифференциальных уравнений [1,3,4,5,6].*

## 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ В ELEKTRONICS WORKBENCH

Физическое моделирование связано с большими материальными затратами, поскольку требуется изготовление макетов и их исследование, которое может быть весьма трудоемким. Поэтому часто применяют математическое моделирование с использованием средств и методов вычислительной техники. Одной из таких программ является электронная система моделирования Electronics Workbench (EWB).

EWB имитирует реальное рабочее место исследователя – лабораторию, оборудованную измерительными приборами, с помощью которой можно создавать простые и сложные электрические цепи и исследовать процессы, протекающие в них.

### 2.1. Основные принципы создания схемы

Работа с системой моделирования EWB включает следующие этапы: создание схемы; выбор и подключение измерительных приборов; активация схемы и расчет процессов, протекающих в исследуемом устройстве.

Создания схемы начинается с размещения на рабочем поле (рис. 2.1) EWB компонентов из библиотеки программы.

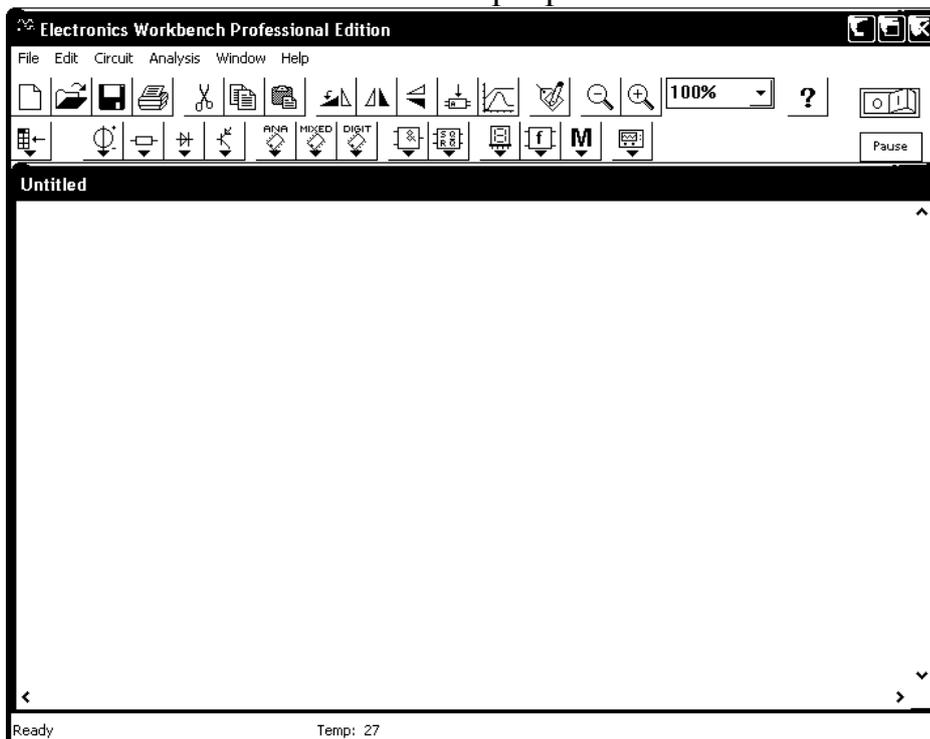


Рис.2.1. Окно программы Electronics Workbench

В верхней части окна программы расположена строка меню. Она содержит шесть заголовков (рис. 2.2):

## Electronics Workbench

File Edit Circuit Analysis Window Help

Рис. 2.2. Меню программы Electronics Workbench

Под меню в виде строки пиктограмм расположена стандартная панель инструментов (рис. 2.3). Щелчок мышью на той или иной пиктограмме дублирует основные команды меню



Рис.2.3. Стандартная панель инструментов.

Далее расположены раскрывающиеся панели линейки инструментов с компактным представлением библиотек (рис. 2.4).

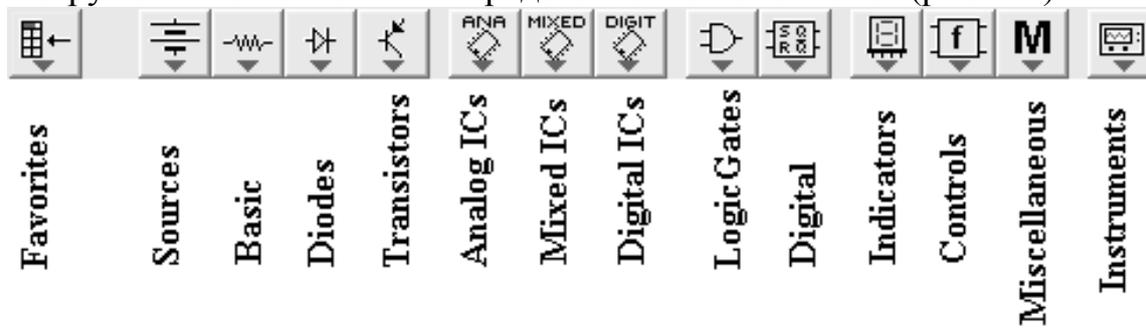


Рис. 2.4. Панели выбора элементов схемы и измерительных инструментов.

Electronics Workbench позволяет строить схемы различной степени сложности при помощи следующих операций:

- выбор элементов и приборов из библиотек;
- перемещение элементов и схем в любое место рабочего поля;
- поворот элементов и групп элементов на углы, кратные  $90^\circ$ ;
- копирование, вставка или удаление элементов, групп элементов, фрагментов схем и целых схем;
- изменение цвета проводников;
- выделение цветом контуров схем для более удобного восприятия;
- одновременное подключение нескольких измерительных приборов и наблюдение их показаний на экране монитора;
- присваивание элементу условного обозначения;
- изменение параметров элементов в широком диапазоне.

Все операции производятся при помощи мыши и клавиатуры. Управление только с клавиатуры невозможно.

После построения схемы и подключения приборов анализ ее работы начинается после нажатия выключателя в правом верхнем углу окна программы.

Процесс создания схемы начинается с размещения на рабочем поле EWB компонентов из библиотек программы в соответствии с подготовленным эскизом. Четырнадцать разделов библиотеки программы EWB поочередно могут быть вызваны с помощью меню Window или с помощью иконок (рис. 2.5).

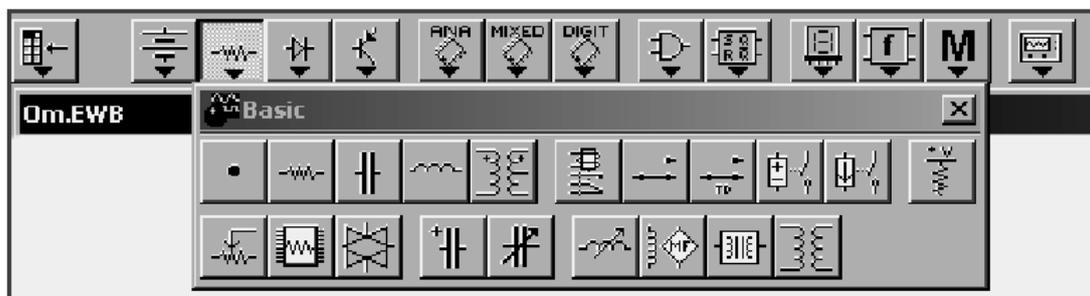


Рис. 2.5. Выбор пассивных компонентов электрической схемы

Для того, чтобы выбрать необходимый компонент, подводят указатель мыши к изображению компонента в библиотеке, нажимают левую кнопку мыши (не отпуская кнопку), перемещают компонент в окно редактирования, и после этого отпускают кнопку.

Разместив на рабочем поле необходимые компоненты для создания исследуемой схемы, приступают к этапу ввода и изменения параметров выбранных компонентов. Для этого подводят указатель мыши к компоненту в окно редактирования, и щелкаем два раза левой кнопкой мыши. Выпадает меню, состоящее из нескольких опций. Рассмотрим две из них:

*Label* – необходима для написания обозначения компонента;

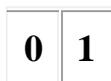
*Value* – необходима для простановки значений компонента.

В контрольно-измерительных приборах в вольтметрах и амперметрах, при внесении параметров в опции *Label*, указывают для какого тока постоянного или переменного; в *Mode* выбираем DC – для постоянного тока, AC – для переменного.

Создания схемы завершается соединением компонентов электрической схемы. При этом необходимо помнить, что к выводу компонента можно подключить только один проводник. Для выполнения подключения указатель мыши подводят к выводу компонента и после появления жирной точки (указатель соединения) нажимают левую кнопку мыши, и появляющийся при этом проводник протягивают к выводу другого компонента до появления на нем такой же жирной точки, после чего кнопку мыши отпускают, соединение готово. Если соединение нужно разорвать или удалить выбранный компонент, указатель мыши подводят к компоненту или к линии соединения и при нажатии правой кнопки, с помощью команды *Delete*

разрывают соединение или удаляют компонент. Если необходимо вывод компонента подключить к имеющемуся на схеме проводнику, то из вывода компонента проводник указателем мыши подводят к указанному проводнику и после появления точки соединения кнопку мыши отпускают. Отметим, что прокладка соединительных проводов производится автоматически, причем препятствия – компоненты и проводники огибаются по ортогональным направлениям (по горизонтали или вертикали).

Завершающим этапом является подключение электрической схемы к питанию. Для этого в правом верхнем углу диалогового окна расположена пиктограмма



0 – отключено питание; 1 – включено питание.

При моделировании электрических и электронных схем в программе EWB для проведения измерений используют следующий набор приборов, а именно: амперметр, вольтметр, осциллограф, мультиметр, Боде Плоттер (**Bode Plotter**) (графопостроитель частотных характеристик схем), функциональный генератор.

При создании схемы EWB автоматически нумерует узлы (Nodes), образуемые в точках соединения элементов. Каждому элементу может быть присвоен персональный идентификатор (Reference ID) с помощью заполнения поля Label в окне свойств элемента. Номера узлов и персональные идентификаторы элементов по умолчанию скрыты. Отобразить их можно, выполнив команду Circuit/Schematic Options/ShowHide и установив флажки Show reference ID и Show nodes в появившемся окне. На рис. 2.6 приведен пример автоматической установки условных узлов в схеме.

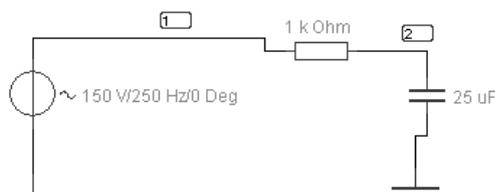


Рис. 2.6. Обозначение условных узлов в схеме

### 2.1.1. Подключение и настройка измерительных приборов

Простейшими приборами в *Electronics Workbench* являются вольтметр и амперметр, которые расположены в поле индикаторов (**Indicators**) Они не требуют настройки, автоматически изменяя диапазон измерений. В одной схеме можно применять несколько таких

приборов одновременно, наблюдая токи в различных ветвях и напряжения на различных элементах.

*Амперметр* – используется для измерения переменного и постоянного тока рис. 2.7. Выделенная толстой линией сторона прямоугольника, изображающего амперметр, соответствует отрицательной клемме. Двойным щелчком мыши на изображении амперметра открывается диалоговое окно для изменения параметров амперметра: вида измеряемого тока, величины внутреннего сопротивления.

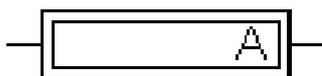


Рис. 2.7. Изображение амперметра

Величина внутреннего сопротивления вводится с клавиатуры в строке **Resistance**, вид измеряемого тока (опция **Mode**) выбирается из списка. При измерении переменного синусоидального тока (АС) амперметр будет показывать его действующее значение  $I$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}},$$

где  $I_m$  – амплитудное значение тока.

Внутреннее сопротивление 1 мОм, установленное по умолчанию, в большинстве случаев оказывает пренебрежимо малое влияние на работу схемы. Его значение можно изменить, однако использование амперметра с очень маленьким внутренним сопротивлением в схемах с высоким выходным импедансом может привести к математической ошибке во время моделирования работы схемы. В качестве амперметра можно использовать мультиметр.

*Вольтметр* используется для измерения переменного и постоянного напряжения рис. 2.8.

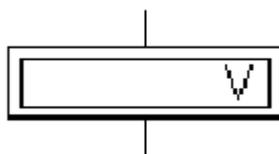


Рис.2.8. Изображение вольтметра

Выделенная толстой линией сторона прямоугольника, изображающего вольтметр, соответствует отрицательной клемме. Двойным щелчком мыши на изображении вольтметра открывается диалоговое окно для изменения параметров вольтметра: вида измеряемого напряжения; величины внутреннего сопротивления. Величина внутреннего сопротивления вводится с клавиатуры в строке

**Resistance**, вид измеряемого напряжения (опция **Mode**) выбирается из списка. При измерении переменного синусоидального напряжения (АС) вольтметр будет показывать действующее значение напряжения  $U$ , определяемое по формуле

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}},$$

где  $U_m$  – амплитудное значение напряжения.

Внутреннее сопротивление вольтметра 1 МОм, установленное по умолчанию, в большинстве случаев оказывает пренебрежимо малое влияние на работу схемы. Его значение можно изменить, однако использование вольтметра с очень высоким внутренним сопротивлением в схемах с низким выходным импедансом может привести к математической ошибке во время моделирования работы схемы. В качестве вольтметра можно использовать мультиметр.

Кроме амперметра и вольтметра в *Electronics Workbench* имеется ряд приборов, каждый из которых можно использовать в схеме только один раз. Эти приборы расположены на панели приборов **Instruments**. Слева на панели расположены приборы для формирования и наблюдения аналоговых величин: мультиметр, функциональный генератор, осциллограф, Боде-плоттер рис. 2.9:

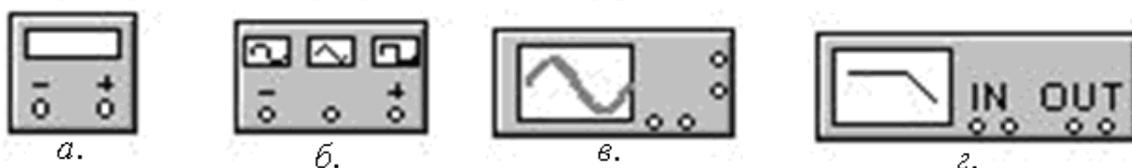


Рис 2.9. Аналоговые измерительные приборы.

а – мультиметр, б – функциональный генератор, в – осциллограф,  
г – Боде-плоттер

**Мультиметр** используется для измерения: напряжения (постоянного и переменного), тока (постоянного и переменного), сопротивления, уровня напряжения в децибелах.

**Функциональный генератор** – это идеальный источник напряжения, вырабатывающий сигналы синусоидальной, прямоугольной или треугольной формы.

**Осциллограф**, имитируемый программой *Workbench*, представляет собой аналог двухлучевого запоминающего осциллографа.

**Боде-плоттер (графопостроитель)** используется для получения амплитудно-частотных (АЧХ) и фазочастотных (ФЧХ) характеристик схемы.

Подключение этих приборов в схему виртуальной лабораторной установки осуществляется в их уменьшенном виде, представленном на

рис. 2.9. Для настройки этих приборов пользуются их увеличенными изображениями, которые открывают двойным щелчком мыши на них уменьшенному изображению (рис. 2.10.).

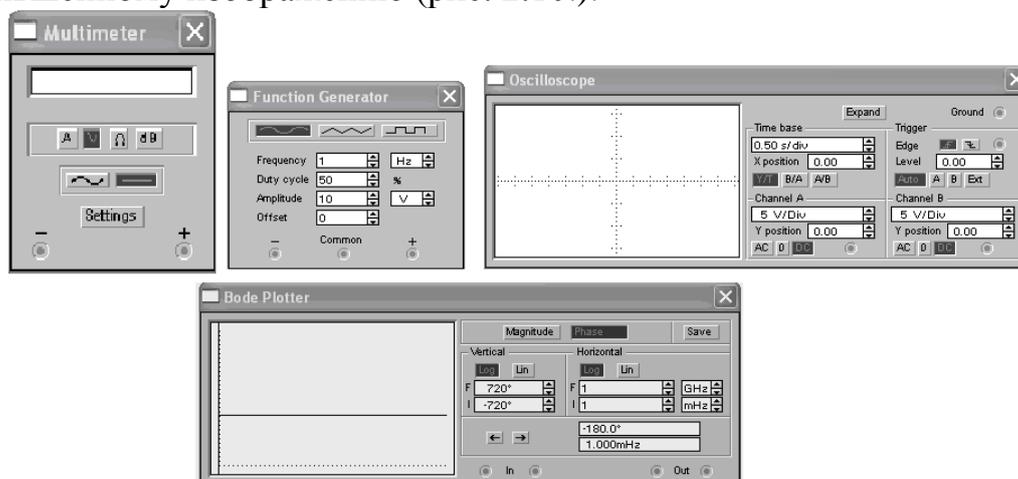


Рис. 2.10. Увеличенные изображения приборов.

**Настройка мультиметра** Мультиметр – единственный в Electronics Workbench стандартный прибор, предназначенный для измерения сопротивления. Для использования мультиметра в качестве омметра его следует подсоединить параллельно участку цепи, сопротивление которого нужно измерить, на увеличенном изображении мультиметра нажать кнопку  $\Omega$  и кнопку с символом « $\leftarrow$ » переключения в режим измерения постоянного тока. Включить схему. На табло мультиметра при этом появится измеренное значение сопротивления.

Чтобы избежать ошибочных показаний, схема должна иметь соединение с землей и не иметь контакта с источниками питания, которые должны быть исключены из схемы, причем *идеальный источник тока* должен быть заменен *разрывом цепи*, а *идеальный источник напряжения* – *короткозамкнутым участком*.

**Настройка генератора.** При подключении к схеме *функционального генератора* (ФГ) и его настройке средний вывод обеспечивает общую точку для отсчета амплитуды переменного напряжения. Для отсчета напряжения относительно нуля общий вывод заземляют. Крайние правый и левый выводы служат для подачи переменного напряжения на схему. Напряжение на правом выводе изменяется в положительном направлении, а напряжение на левом выводе – в отрицательном, относительно общего вывода.

С помощью увеличенного изображения (ФГ), можно осуществлять:

- установку формы сигнала, нажав на кнопку с соответствующим изображением сигнала;

- установку частоты сигнала (значение частоты устанавливается в строке *Frequency* с помощью клавиатуры и кнопок со стрелками и регулируется от 1 Hz до 999 MHz).;
- установку амплитуды выходного напряжения (амплитуда выходного напряжения регулируется от 0 мВ до 999 кВ, а ее значение устанавливается в строке *Amplitude* с помощью клавиатуры и кнопок со стрелками);
- установку постоянной составляющей выходного напряжения (постоянная составляющая переменного сигнала устанавливается в строке *Offset* при помощи клавиатуры или кнопок со стрелками).

**Настройка осциллографа.** Осциллограф, имитируемый программой *Workbench*, имеет три модификации: уменьшенную для подключения его в схемы виртуальной лабораторной установки, увеличенную для его настройки и расширенную для регистрации осциллограмм и их анализа. Расширенная модификация осциллографа приведена на (рис. 2.11) и по своим возможностям она приближается к лучшим цифровым запоминающим осциллографам.

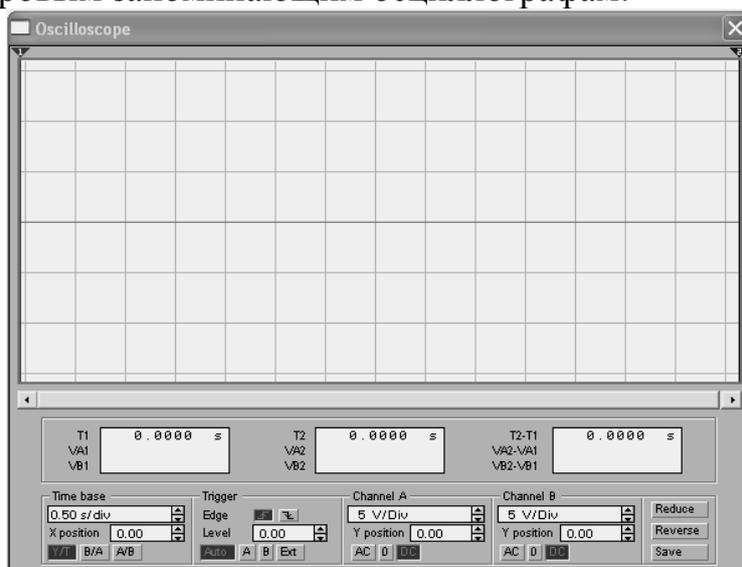


Рис.2.11. Расширенная модификация осциллографа

Расширенная модель осциллографа занимает много места на рабочем поле, поэтому рекомендуется начинать исследования с простой моделью, а для подробного исследования процессов – использовать расширенную модель. Осциллограф можно подключать к включенной схеме и во время работы схемы его выводы подключать к другим точкам – изображение на экране осциллографа изменится автоматически.

Для проведения измерений осциллограф нужно настроить, для чего следует задать:

- расположение осей, по которым откладывается сигнал;
- нужный масштаб развертки по осям;
- смещение начала координат по осям;
- режим работы по входу: закрытый или открытый;
- режим синхронизации: внутренний или внешний.

Настройка осциллографа производится при помощи полей управления, расположенных на панели управления. Панель управления общая для увеличенной и расширенной модификаций осциллографа и разделена на четыре поля управления:

- горизонтальной разверткой (*Time base*);
- синхронизацией (*Trigger*);
- каналом *A*;
- каналом *B*.

Поле управления горизонтальной разверткой (масштабом времени) служит для задания масштаба горизонтальной оси осциллографа при наблюдении напряжения на входах каналов *A* и *B* в зависимости от времени. Временной масштаб задается в: с/дел, мс/дел, мкс/дел, нс/дел (*s/div*, *ms/div*, *ms/div*, *ns/div* соответственно). Величина одного деления может быть установлена от 0,1 нс до 1 с. Масштаб может дискретно уменьшаться на один шаг при щелчке мышью на кнопке  справа от поля и увеличиваться при щелчке на кнопке .

Нажатие клавиши ***Expand*** на панели простой модели открывает окно расширенной модели осциллографа.

Панель расширенной модели осциллографа в отличие от простой модели расположена под экраном и дополнена тремя информационными табло, на которые выводятся результаты измерений. Кроме того, непосредственно под экраном находится линейка прокрутки, позволяющая наблюдать любой временной отрезок процесса от момента включения до момента выключения схемы. В сущности, расширенная модель осциллографа это совершенно другой прибор, позволяющий намного удобнее и более точно проводить численный анализ процессов.

Чтобы вернуться к прежнему изображению осциллографа, следует нажать клавишу ***Reduce***, расположенную в правом нижнем углу.

***Настройка Бодеплоттера.*** Бодеплоттер (*графопостроитель*) используют для получения амплитудно-частотных (АЧХ) и фазочастотных (ФЧХ) характеристик схемы, с помощью которых оценивают работоспособность исследуемого объекта в частотной области. Бодеплоттер измеряет отношение амплитуд сигналов в двух

точках схемы и фазовый сдвиг между ними. Отношение амплитуд сигналов может измеряться в децибелах. Для измерения Бode-плоттер генерирует собственный спектр частот, диапазон которого может задаваться при настройке прибора. Частота любого переменного источника в исследуемой схеме игнорируется, однако схема должна включать какой-либо источник переменного тока.

Бode-плоттер имеет четыре зажима: два входных (*IN*) и два выходных (*OUT*). Для измерения отношения амплитуд или фазового сдвига нужно подключить положительные выводы входов *IN* и *OUT* (левые выводы соответствующих входов) к исследуемым точкам, а два других вывода заземлить. При двойном щелчке мышью по уменьшенному изображению Бode-плоттера открывается его увеличенное изображение.

Верхняя панель плоттера задает вид получаемой характеристики: АЧХ или ФЧХ. Для получения АЧХ следует нажать кнопку *Magnitude*, для получения ФЧХ – кнопку *Phase*. Левая панель управления (*Vertical*) задает:

- начальное (*I* – initial) и конечное (*F* – final) значения параметров, откладываемых по вертикальной оси,
- вид шкалы вертикальной оси – логарифмическая (*LOG*) или линейная (*LIN*).

Правая панель управления (*Horizontal*) настраивается аналогично. При получении АЧХ по вертикальной оси откладывается отношение напряжений:

- в линейном масштабе от 0 до  $10^9$ ;
- в логарифмическом масштабе от  $-200$  dB до  $200$  dB.

При получении ФЧХ по вертикальной оси откладываются градусы: от  $-720$  до  $+720$ . По горизонтальной оси всегда откладывается частота в герцах или в производных единицах.

В начале горизонтальной шкалы расположен курсор. Его можно перемещать нажатием на кнопки со стрелками, расположенными справа от экрана, либо «тащить» с помощью мыши. Координаты точки пересечения курсора с графиком характеристики выводятся на информационных полях внизу справа. С помощью Бode-плоттера нетрудно построить топографическую диаграмму на комплексной плоскости для любой схемы.

## 2.2. Лабораторный практикум по Electronics Workbench

В лабораторном практикуме по прикладному программному пакету *Electronics Workbench* предусмотрено выполнение трех заданий.

Цель практикума обучить студентов следующему:

- создавать виртуальные лабораторные установки в среде EWB;
- проводить исследования с помощью виртуальных лабораторных установок;
- определять и анализировать частотные и временные характеристики электрических цепей;

Результатом работы по лабораторному практикуму должен быть отчет. В отчете должны быть приведены виртуальные лабораторные установки, результаты моделирования, доказывающие наличие выполненных заданий для самостоятельной работы.

Оформление отчета по лабораторному практикуму должно соответствовать требованиям СТО ТПУ 2.5. 01 – 2006 <http://tpu.ru/f/1941/stotpu2.5.01-2006.doc>

**Задание №1** Подключение и настройка измерительных приборов.

### Мультиметр

1. Собрать схемы для измерения входных сопротивлений с помощью *мультиметра* рис. 2.12.
2. Собрать схемы для измерения напряжения на сопротивлении  $R3$  при подключении схем (рис.2.11) к источникам напряжения постоянного и переменного тока.
3. Измерить входные сопротивления относительно клемм  $a$  и  $b$  и напряжения с помощью мультиметра на сопротивление  $R3$ .

Таблица 1

Исходные данные.					
вариант	$R1$ (Ом)	$R2$ (Ом)	$R3$ (Ом)	$E$ (В)	$e$ (В, 50Гц )
1	2	10	12	20	100
2	5	2	10	20	100
3	7	5	2	15	100
4	9	7	5	15	100
5	10	9	7	20	115
6	12	10	9	40	120
7	7	12	10	20	220
8	9	7	12	20	120
9	10	9	7	15	115
10	11	12	9	15	100
11	9	11	14	20	100

12	12	10	11	40	100
13	12	12	2	20	100
14	10	7	5	20	115
15	2	2	7	15	120
16	5	9	2	15	220
17	7	10	5	20	120
18	12	12	7	40	115
19	11	7	9	60	100
20	10	9	10	50	100

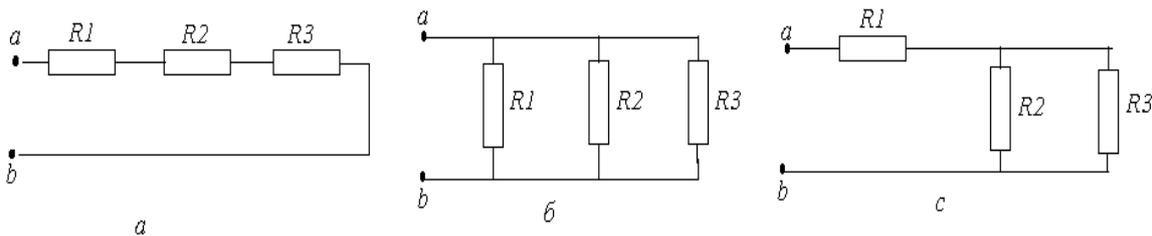


Рис.2.12. Схемы для измерения сопротивлений

4. Рассчитать входные сопротивления схем рис. 2.12.
4. Результаты измерений и расчета свести в табл. 2.
5. Провести анализ полученных результатов и сделать выводы

Таблица 2

Результаты исследований

Эксперимент				Расчет		
№ схемы	$R_{вх}$ (Ом)	$U_{R3}$ (В)	$u_{R3}$ (В)	$R_{вх}$ (Ом)	$U_{R3}$ (В)	$u_{R3}$ (В)
Сх.1						
Сх.2						
Сх.3						

Функциональный генератор, осциллограф и Бode-плоттер

1. Собрать схему рис. 2.13

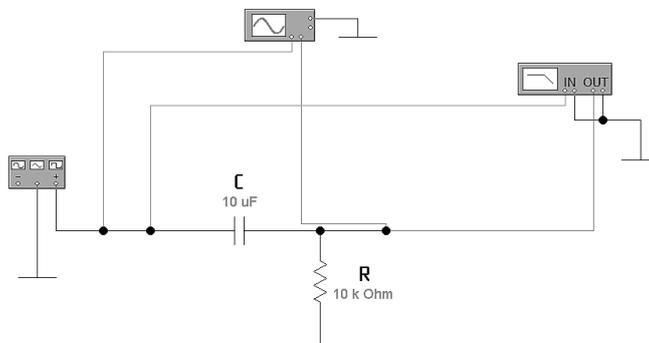


Рис.2.13. Схема для анализа работы RC фильтра.

2. Снять осциллограммы напряжений на входе и выходе фильтра, используя двухканальный осциллограф:

- при синусоидальной форме напряжения питания;
- при пилообразной форме напряжения питания;
- при прямоугольной форме напряжения питания.

Форму напряжений питания устанавливать с помощью изображения на панели функционального генератора. Частоту сигнала устанавливать в строке **Frequency** с помощью клавиатуры и кнопок со стрелками. Амплитуду напряжения устанавливается в строке **Amplitude** с помощью клавиатуры и кнопок со стрелками.

На рис. 2.14. приведено увеличенное изображение функционального генератора с исходными данными.

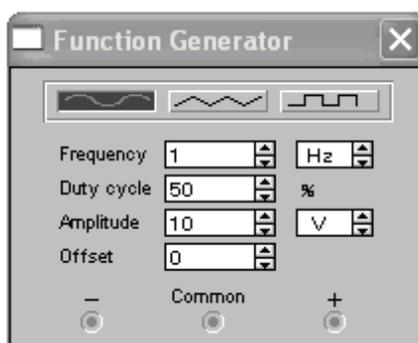


Рис.2.14. Увеличенное изображение функционального генератора.

На рис. 2.15 приведено увеличенное изображение осциллографа с исходными данными для настройки

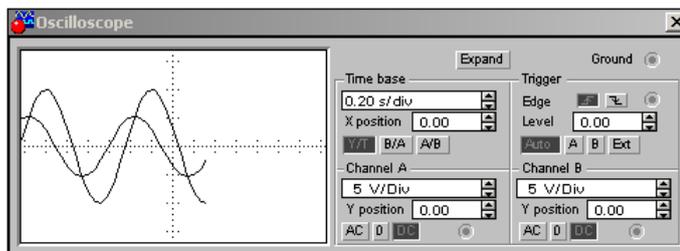


Рис.2.15. Увеличенное изображение осциллографа.

На рис. 2.16 приведено увеличенное изображение Бode-плоттера с исходными данными для настройки

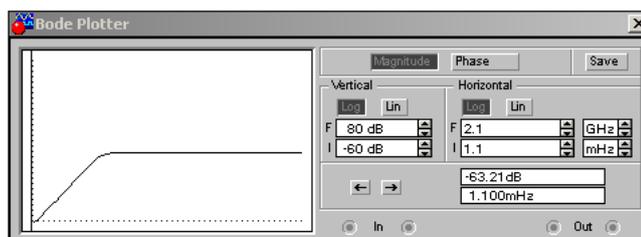


Рис. 2.16. Увеличенное изображение Бode-плоттера

3. Поменяйте в схеме рис. 2.13 местами  $R$  и  $C$  и снимите осциллограммы на входе и выходе фильтра при синусоидальной, пилообразной и прямоугольной форме напряжений, так же логарифмические амплитудные и фазовые частотные характеристики.

4. Измените частоту функционального генератора в 5 раз и снимите осциллограммы при прямоугольной форме напряжения и проведите сравнительный анализ.

По виду снятых осциллограмм и логарифмических частотных характеристик определить характер (например, дифференцирующая, интегрирующая) и качества схемы (например, постоянную времени, частоту среза, и т.д.).

Проведите сравнительный анализ осциллограмм и логарифмических частотных характеристик и сделайте выводы.

В отчете необходимо привести весь набор осциллограмм и характеристик.

**Задание №2** Экспериментальная проверка основных законов электротехники.

Цель данного задания изучение законов Ома и Кирхгофа, опытная проверка основных методов расчета электрических цепей.

1. Соберите схему в символах ППП EWB рис. 2.17.

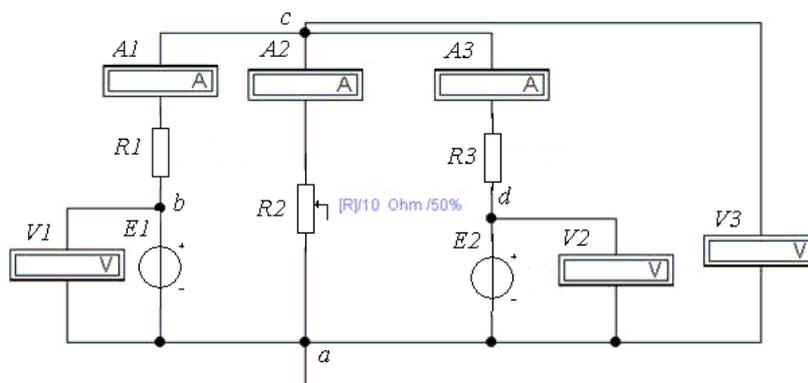


Рис.2.17. Схема для опытной проверки законов Ома и Кирхгофа

2. Установить значения ЭДС  $E1$  и  $E2$  в соответствии с табл. 3 и произвести измерение токов и напряжений (потенциалы всех узлов).

Таблица 3.

Исходные данные

Вариант	$E_1$	$E_2$	$R_1$	$R_2$	$R_3$	Расчетный ток по методу эквивалентного генератора	Расчетный ток по методу наложения
	В.	В.	Ом.	Ом.	Ом.		
1	8	52	4	1	11	$I_1$	$I_2$
2	12	48	6	2	12	$I_2$	$I_1$
3	16	44	8	3	13	$I_3$	$I_2$

4	20	40	10	4	14	I <sub>1</sub>	I <sub>3</sub>
5	24	36	12	5	15	I <sub>2</sub>	I <sub>1</sub>
6	28	32	14	6	16	I <sub>3</sub>	I <sub>2</sub>
7	32	28	16	7	17	I <sub>1</sub>	I <sub>3</sub>
8	36	24	18	8	18	I <sub>2</sub>	I <sub>1</sub>
9	40	20	20	9	19	I <sub>3</sub>	I <sub>2</sub>
10	44	16	22	10	20	I <sub>1</sub>	I <sub>3</sub>
11	8	48	8	4	15	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>
12	12	44	10	5	16	I <sub>2</sub>	I <sub>1</sub>
13	16	40	12	6	17	I <sub>3</sub>	I <sub>2</sub>
14	20	36	14	7	18	I <sub>1</sub>	I <sub>3</sub>
15	24	32	16	8	19	I <sub>2</sub>	I <sub>1</sub>
16	28	40	20	10	16	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>
17	32	24	18	8	18	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>
18	40	20	16	8	19	I <sub>3</sub>	I <sub>1</sub>
19	44	16	10	5	16	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>
20	8	48	6	2	12	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>

3. Данные измерений занести в табл. 4.

Таблица 4.

#### Результаты расчетов и измерений

Способ получения данных	I1	I2	I3	$\varphi a$	$\varphi b$	$\varphi c$	$\varphi d$
	A	A	A	B	B	B	B
Эксперимент							
Метод контурных токов							
Метод узловых потенциалов							
Метод наложения							
Метод активного двухполюсника							

4. Воспользовавшись данными табл. 3 и табл. 4, произвести расчёт схемы методами контурных токов и узловых потенциалов. Данные расчёта занести в табл. 4 и сравнить их с результатами эксперимента, полученными в п.2.

5. Определить величину тока в одной из ветвей (по заданию) методом эквивалентного генератора. Данные расчёта сравнить с результатами эксперимента.

6. Определить в схеме (рис. 2.17.) токи, методом наложения, воспользовавшись результатами табл. 3. Данные расчёта занести в табл. 3.

7. Представить выводы по работе.

**Задание 3.** Анализ электрических цепей переменного тока.

Цель задания анализ двух простых электрических цепей переменного тока, содержащих реактивные элементы. Исходные

данные (параметры элементов схемы) приведены в табл. 5. Варианты схем для расчета и анализа приведены в табл. 6.

Для выполнения данного задания необходимо:

1. Собрать схемы (в соответствие с вариантом задания) виртуальных лабораторных установок с использованием ППП EWB (примеры приведены на рис. 2.19 и рис. 2.21);

2. Установить значения параметров всех элементов схем и настроить измерительные приборы;

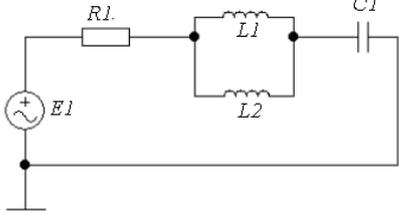
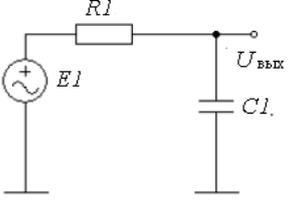
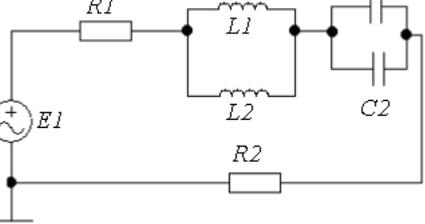
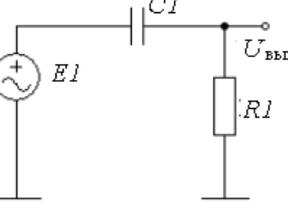
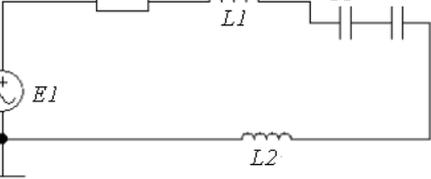
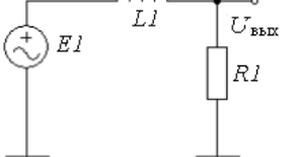
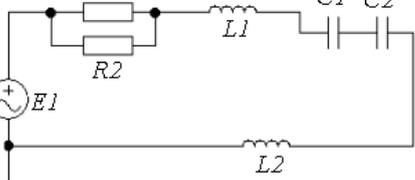
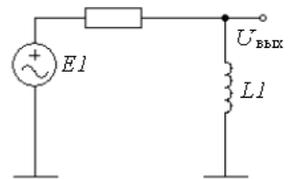
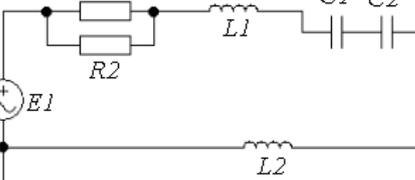
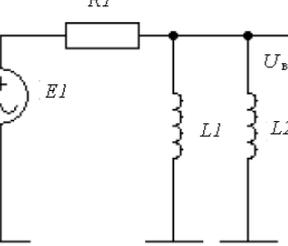
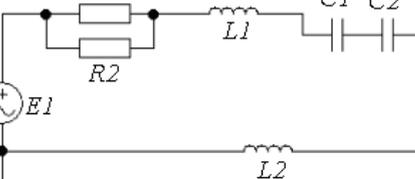
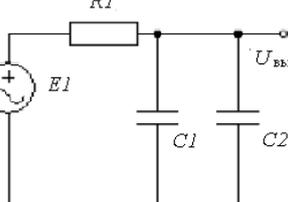
3. Снять показания измерительных приборов, привести осциллограммы и характеристики.

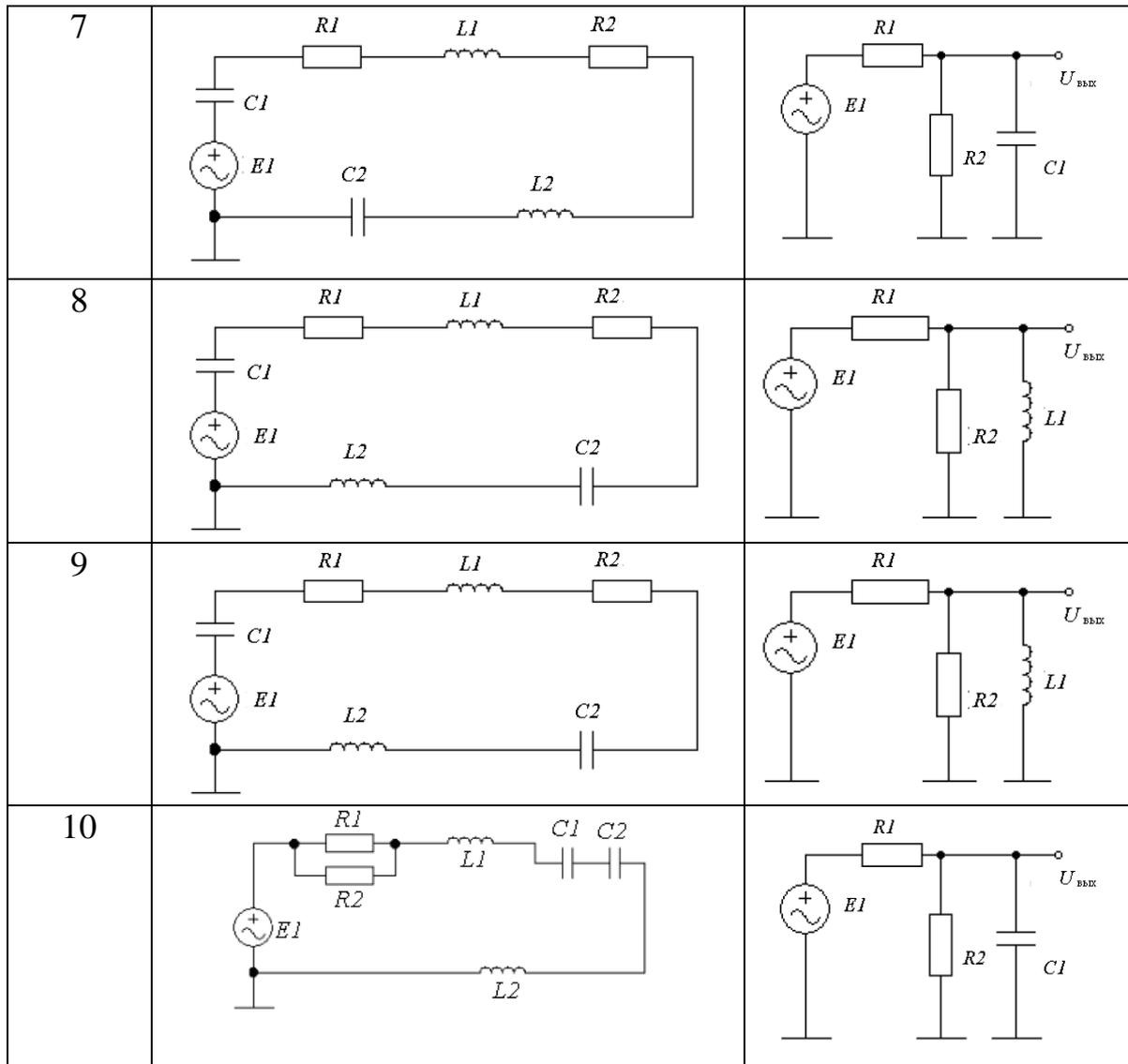
Таблица 5

Номер варианта	Номер схемы	Номинальное значение сопротивления, кОм		Величина индуктивности, Гн		Величина емкости, мкФ		Действующее значение напряжения, В	Частота, Гц
		<i>R1</i>	<i>R2</i>	<i>L1</i>	<i>L2</i>	<i>C1</i>	<i>C2</i>		
1	1	1	-	10	15	25	-	150	250
2	2	5	3	5	5	10	3	100	1000
3	3	1	-	3	5	10	10	120	50
4	4	1	2	5	15	3	5	100	400
5	5	5	8	2	5	3	7	170	5000
6	6	7	7	5	15	5	10	120	300
7	7	6	3	5	10	2	3	180	1000
8	8	10	5	7	5	15	10	100	60
9	9	6	3	5	10	15	10	180	1000
10	10	10	5	5	15	10	10	120	50
11	1	1	-	5	7	10	-	150	100
12	2	3	6	4	5	6	10	130	150
13	3	6	-	2	10	5	5	220	1000
14	4	3	3	5	7	8	5	380	60
15	5	5	5	10	6	4	10	180	500
16	6	5	7	8	5	10	5	150	400
17	7	10	10	7	7	3	5	90	1000
18	8	5	6	3	10	5	7	220	200
19	9	5	7	7	10	7	5	90	1000
20	10	10	10	3	10	7	5	100	1000
21	1	6	-	2	3	3	-	130	60
22	2	1	3	7	7	10	8	150	1000
23	3	5	-	5	5	10	4	380	400
24	4	5	5	10	6	4	10	150	400
25	5	3	3	5	7	8	5	120	50

Таблица 6

Варианты исследуемых схем

№ схемы	Первая цепь	Вторая цепь
1		
2		
3		
4		
5		
6		



Для первой цепи выполняется вычисление общего сопротивления цепи, рассчитывается амплитудное значение тока, создаваемое источником переменного напряжения, затем, с помощью осциллографа (рис. 2.20) определяется результирующий сдвиг фаз между током и напряжением в исследуемой цепи.

Результаты расчетов и измерений заносятся в отчет в форме табл. 7.

Для второй цепи выполняется расчет постоянной времени цепи, находится частота среза, определяется фазовый сдвиг.

Результаты расчетов и измерений заносятся в отчет в форме табл. 8.

Все расчеты с подробными комментариями к выполненным вычислениям заносятся в отчет по лабораторной работе.

Проверка расчетов выполняется с помощью виртуальных лабораторных установок, разработанных в EWB рис. 2.19, 2.21.

Таблица 7

Результаты по исследованию первой цепи

Амплитуда переменного напряжения, В	Общее сопротивление цепи, Ом	Амплитуда переменного тока в цепи, А	Частота переменного тока, Гц	Сдвиг напряжения в единицах времени, с	Фазовый сдвиг напряжения в цепи, град.

Таблица 8

Результаты по исследованию второй цепи

Постоянная времени цепи, с	Расчетная частота среза, Гц	Измеренная частота среза, Гц	Расчетный фазовый сдвиг, град.	Измеренный фазовый сдвиг, град.

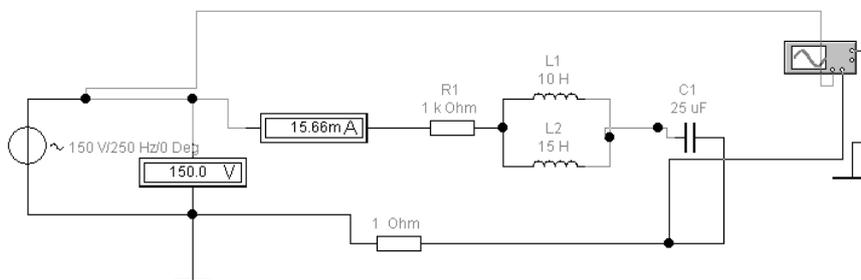


Рис. 2.19. Пример установки для исследования первой схемы (вариант1)

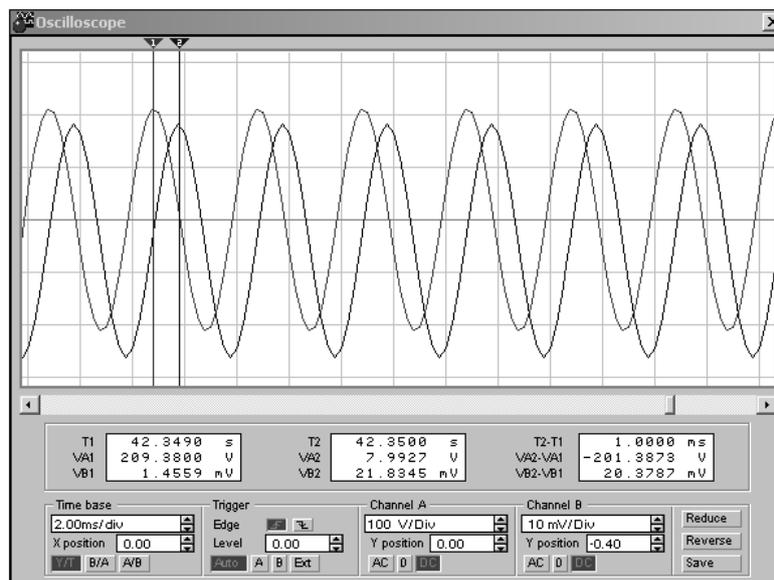


Рис. 2.20 Осциллограммы напряжения источника питания и напряжения на сопротивление в 1 Ом

Фазовый сдвиг между напряжениями в градусах определяется по выражению

$$\varphi = -\frac{\varphi_c}{T} \cdot 360^0, \quad (2.1)$$

где  $\varphi_c$  – сдвиг по фазе в секундах между напряжением источника и напряжением на дополнительном сопротивлении в 1 Ом,  $T = 1/f$  – период колебаний синусоидального напряжения источника питания, определяется частотой  $f$ .

Фазовый сдвиг между данными напряжениям соответствует сдвигу фаз между напряжением и током в исследуемой схеме.

Для исследования процессов и проверки расчетов во второй схеме необходимо собрать схему рис.2.21.

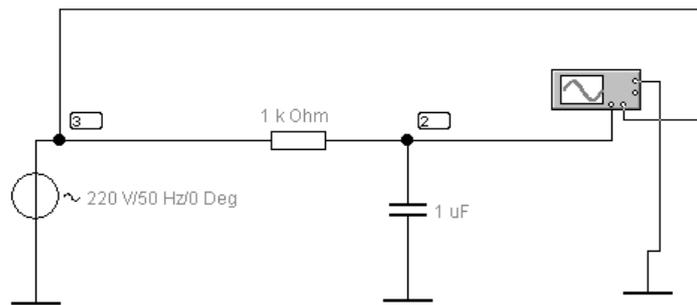


Рис. 2.21. Пример установки для исследования второй схемы (вариант1)

### Методические указания к выполнению третьего задания

Переменное напряжение, создаваемое источником переменного тока, изменяется по гармоническому закону:

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi), \quad (2.2)$$

где  $U_m$  – амплитудное значение напряжения,  $\omega$  круговая частота,  $\varphi$  начальная фаза. На шкалах приборов и обозначениях источников переменного напряжения показывается действующее значение переменного напряжения, т. е. величина постоянного напряжения, оказывающего такое же действие на элементы электрической цепи, как и переменное напряжение [14]. Для синусоидального переменного напряжения эта величина связана с амплитудным значением напряжения простой зависимостью – действующее напряжение меньше амплитудного в  $\sqrt{2}$  раз.

Общее сопротивление цепи, содержащее реактивные элементы, определяют по выражению:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}; \quad (2.3)$$

где  $X_L = \omega L = 2\pi fL$ , а  $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC}$  – реактивные сопротивления индуктивности и емкости.

В электрических цепях с реактивными элементами всегда преобладает то или другое реактивное сопротивление, т.к. индуктивное и емкостное сопротивления противоположны по характеру действия и при включении в цепь реактивных элементов обоих типов, они частично или полностью компенсируют друг друга, поэтому сопротивления индуктивности и емкости имеют разный знак:  $X_L - X_C$ .

Амплитудное значение напряжения определяется  $U_m = U \cdot \sqrt{2}$ , а амплитудное значение тока находят в соответствии с законом Ома  $I_m = U_m / Z$ .

Для определения фазового сдвига напряжения после прохождения цепи (относительно напряжения источника) используются виртуальные инструменты программы EWB (осциллограф). Необходимо снять осциллограммы (рис. 2.20) изменения напряжения во времени непосредственно на источнике переменного напряжения и после цепочки последовательно включенных элементов. Определить временной сдвиг, двух переменных напряжений задав на них точки с одинаковой фазой и измерив, «расстояние» между ними в единицах времени. Это могут быть, например, точки максимума напряжения (или точки перехода через нулевое значение) на двух кривых. Чтобы получить сигнал напряжения после прохождения цепи нужно добавить в схему малое сопротивление (1 Ом).

Расчет постоянной времени для второй цепи выполняется по формулам: для схемы с емкостью  $\tau = 1/R \cdot C$  и для схемы с индуктивностью  $\tau = L/R$ . Частота среза  $f_{cp}$  определяется с помощью выражения  $2\pi \cdot f_{cp} = 1/\tau$ .

Рассчитав реактивные сопротивления, на частоте среза  $f_{cp} = 1/\tau \cdot 2\pi$ , определяется фазовый сдвиг: для схемы с емкостью  $\varphi = \arctg(X_C / R)$ ; для схемы с индуктивностью  $\varphi = \arctg(X_L / R)$ .

Знак фазового сдвига определяется типом реактивного сопротивления. Для емкостного сопротивления знак отрицательный (т. к. напряжение на емкости отстает по фазе от напряжения на активном сопротивлении). Для индуктивного сопротивления знак положительный (т. к. в этом случае ток отстает, а напряжение опережает по фазе напряжение на активном сопротивлении).

Проверка расчетов выполняется с использованием амплитудных частотных (АЧХ) и фазовых частотных (ФЧХ) характеристик. Для выполнения анализа цепи на переменном токе необходимо указать узел, для которого выполняется анализ (эта точка на схеме в задании отмечена надписью  $U_{вых}$ ).

Частоту среза определяют с помощью АЧХ. Частота среза – это частота, на которой уровень сигнала составит 0,7 от исходного сигнала, принятого за единицу. Затем по ФЧХ на этой частоте определяют фазовый сдвиг.

Для этого собирают и настраивают в программе EWB схему для второй цепи (пример для варианта 1 приведен на рис. 2.21). В меню программы *Circuit/Schematic Options* на закладке *Show/Hide* устанавливается флажок *Show nodes* (рис. 2.22), – в результате чего на исследуемой цепи появляются изображения номеров узлов.

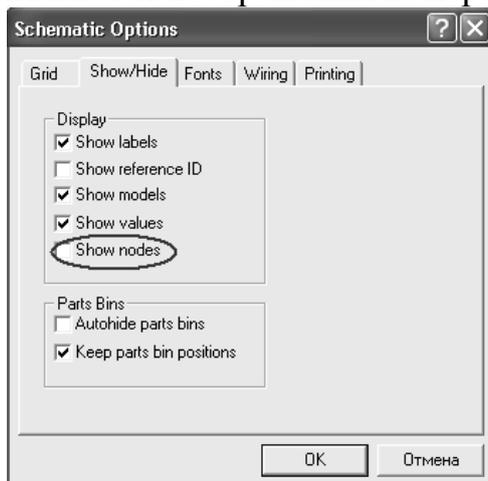


Рис. 2.22. Настройка параметров отображения цепи в программе EWB.

В меню *Analysis* выбирается команда *AC Frequency* (анализ на переменном токе), в появившемся окне (рис. 2.23) устанавливаются: начальное и конечное значение частоты для выполнения анализа (начальное значение рекомендуется сохранить без изменения – 1 Гц, а конечное уменьшить до 10 МГц). Масштаб шкалы по вертикали и горизонтали (рекомендуется не изменять) и число рассчитываемых точек (*Number of points* – по-умолчанию 100, рекомендуется увеличить до 1000).

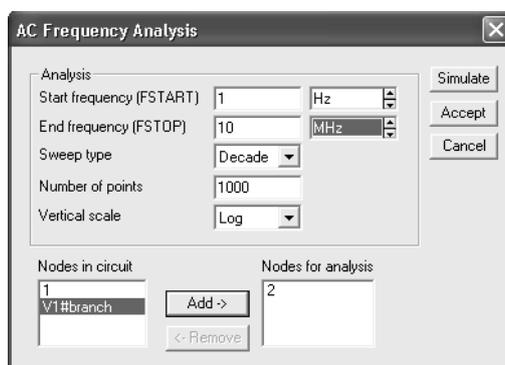


Рис. 2.23. Окно настройки параметров анализа цепи на переменном токе.

В окне *Nodes in circuit* (узлы в цепи) выбирается необходимый узел, который

затем переносится в окно *Nodes for analysis* клавишей *Add*, после чего клавишей *Simulate* запускается расчет АЧХ и ФЧХ цепи. Результат расчета выводится в дополнительное окно *Analysis Graphs* (графики анализа) с закладкой *AC Analysis*.

Графики АЧХ и ФЧХ исследуемой цепи отображаются в закладке один под другим, – вверху график АЧХ. «Активным» при этом является только один график, под активностью понимается обработка программой данных, выводимых на этот график. Активный график отмечен с левой стороны окна рис. 2.24.

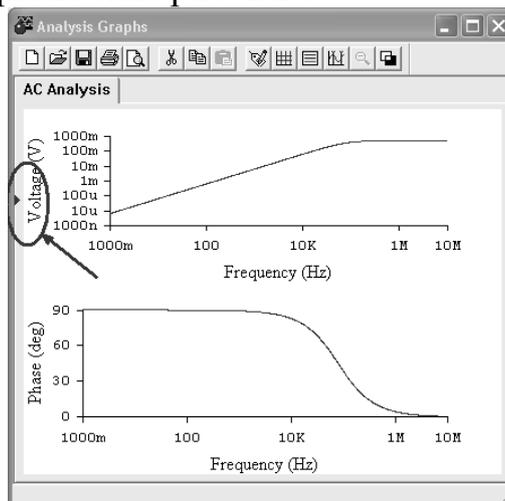


Рис. 2.24. Результаты частотного анализа схемы.

С помощью управляющей кнопки  на график выводятся две визирных линии и таблица числовых данных. Визирные линии могут перемещаться мышкой независимо друг от друга, показания в таблице числовых данных для одной визирной линии имеют индекс 1, для другой – 2. Перемещая визирную линию (любую из двух) на графике АЧХ определяют частоту (показания по оси абсцисс), на которой амплитуда напряжения (показания по оси ординат) составляет 0,7 от максимальной (насколько это возможно более точно). Сделав активным график ФЧХ, вывести на него визирные линии, Установить по оси абсцисс найденное значение частоты, определить из числовой таблицы сдвиг фаз на этой частоте (сдвиг фаз по умолчанию указывается в градусах и с учетом знака). Настроить параметры координатных осей и другие характеристики графиков можно, нажав кнопку *Properties* (Свойства)  на панели инструментов окна *Analysis Graphs* или щелкнув правой клавишей мышки на соответствующем графике.

Результаты измерений занести в отчет в таблицу 8.

### 3. ПРИМЕНЕНИЕ ПРИКЛАДНОГО ПРОГРАММНОГО ПАКЕТА MATHCAD

*MathCAD* – это современная, универсальная математическая система. Она позволяет выполнять как численные, так и аналитические (символьные) вычисления, имеет удобный математически-ориентированный интерфейс и прекрасные средства графики. Внедрение в систему символьной математики превратило ее в универсальный инструмент для решения математических и электротехнических задач.

Последние версии *MathCAD* позволяют готовить отчеты по лабораторным и учебно-исследовательским работам, так как содержат следующие основные компоненты:

- *Редактор документов* – редактор с возможностью вставки математических выражений, шаблонов графиков и текстовых комментариев;
- *MathConnex* – системный интегратор, обеспечивающий интеграцию *MathCAD* с рядом иных программных продуктов;
- *Центр ресурсов* – система управления ресурсами *MathCAD*;
- *Электронные книги* – электронные книги с описанием типовых расчетов в различных областях науки и техники;
- *Справочная система* – система для получения справочных данных по тематическому и индексному каталогу, а также для поиска нужных данных по ключевому слову или фразе;
- *«Быстрые шпаргалки» QuickShhtts* – короткие примеры с минимальными комментариями, описывающими применение всех встроенных операторов и функций системы;
- *Браузер Интернета* – собственное средство выхода в Интернет.

#### 3.1. Интерфейс программы MathCAD.

В *MathCAD* интерфейс пользователя интуитивен и сходен с другими приложениями *Windows*. Главное окно системы *Mathcad* в развернутом состоянии с рабочим листом показано на рис. 3.1.

В первой строке (строке заголовка) главного окна системы *Mathcad* отображено название окна. Во второй строке главного окна системы расположены пункты главного меню. В третьей, четвертой и пятой строках размещены наиболее часто используемые панели инструментов, которые желательно всегда иметь на экране. В третьей строке – панель инструментов **Стандартная**, во второй – **Форматирование**, в

четвертой – **Математика и Ресурсы**. В нижней строке главного окна располагается строка состояния системы.

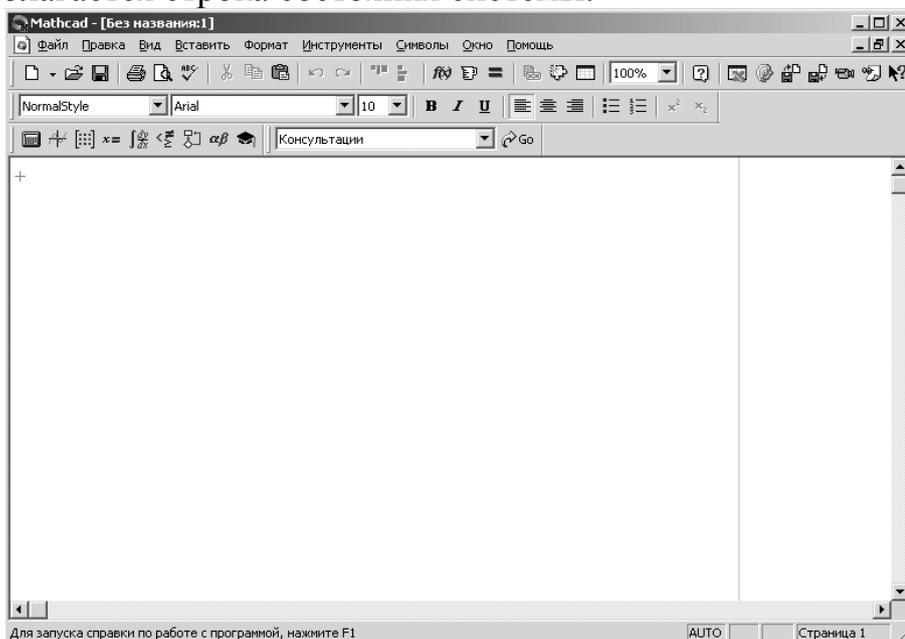


Рис. 3.1. Главное окно системы Mathcad

Если щелкнуть в панели инструментов **Стандартная** по первой кнопке – кнопке с изображением чистого листка бумаги, то появится рабочий лист с названием **Без названия:N** (Untitled: N), где N – порядковый номер документа.

Чтобы сохранить рабочий лист (документ) под нужным именем:

- щелкните мышью в панели инструментов **Стандартная** по третьей кнопке – кнопке с изображением дискеты. Появится диалоговое окно **Сохранить как** (*Save as*);
- в диалоговом окне **Сохранить как** в текстовом поле **Имя файла** (File name) введите имя файла;
- щелкните по кнопке **Сохранить**. Система сохранит файл под введенным именем и автоматически добавит расширение *.mcd*.

Основную часть экрана занимает рабочий лист. В правой и нижней части экрана расположены полосы прокрутки. Они предназначены для горизонтального и вертикального перемещения по рабочему листу. Для плавного перемещения необходимо установить курсор мыши на полосе прокрутки (кнопка со стрелкой, указывающей направление движения) и нажать левую кнопку мыши. Можно также щелкнуть мышью на полосе прокрутки между кнопкой со стрелкой и бегунком. Тогда передвижение будет значительно быстрее – с каждым щелчком на величину экрана.

Щелкните левой кнопкой мыши по пункту **Вид** (*View*) для вызова выпадающего меню. Щелкните левой кнопкой мыши по пункту **Панели инструментов** (*ToolBars*) для вызова всплывающего меню.

Целесообразно, чтобы во всплывающем меню перед пунктами – **Стандартная, Форматирование, Математика, Ресурсы** (*Standard, Formatting, Math, Resources*) – стояли галочки. Это означает, что соответствующие панели инструментов будут находиться в главном окне.

Панель *Math* (Математика) предназначена для вызова на экран девяти панелей, с помощью которых, собственно, и происходит вставка математических операций в документы рис. 3.2.

С их помощью можно вводить в документы практически все известные математические символы и операторы. Палитры математических знаков можно располагать в удобном месте окна редактирования и очень удобно ими пользоваться, поскольку не нужно запоминать разнообразные сочетания клавиш, используемых для ввода специальных математических знаков.

*MathCAD* имеет систему оперативной памяти, одним из элементов которой являются всплывающие подсказки – небольшие текстовые поля, появляющиеся при наведении указателя мыши на многие (но не все) элементы интерфейса и блоки в окне редактирования.

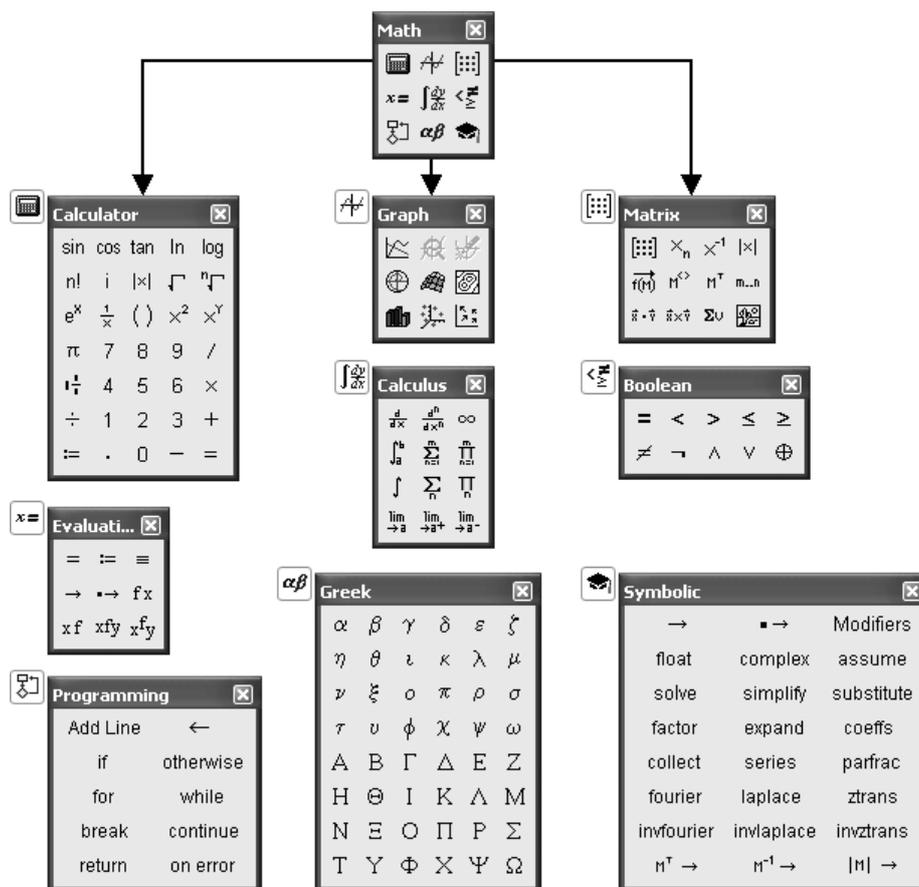


Рис. 3.2. Палитра математических знаков



$$i(t) = i_{\text{пр}}(t) + i_{\text{св}}(t), \quad (3.3)$$

где  $i_{\text{пр}}(t)$  – частное решение уравнения с правой частью, в качестве которого обычно принимается стационарное (вынужденное) решение, определяющее связь между  $i(t)$  и  $e(t)$  в установившемся режиме;  $i_{\text{св}}(t)$  – решение однородного уравнения (правая часть равна нулю), определяющее переходной процесс в цепи.

Если  $i_{\text{св}}(t) \neq 0$  то можно указать временной интервал по истечению, которого с момента начала действия ЭДС в цепи практически установится стационарный режим. Поскольку  $i_{\text{св}}(t)$  есть решение уравнения без правой части, то длительность переходного процесса не зависит от интенсивности и характера входного воздействия, а определяется свойствами цепи. Возможность представления решения уравнения (3.2) в виде (3.3) опирается на основное свойство линейных цепей, выражающееся в принципе суперпозиции.

### 3.2.1. Расчет и анализ стационарных режимов работы.

При расчете и анализе стационарных режимов с использованием пакета *MathCAD* пользуются схемами замещения для электрических цепей постоянного и переменного тока. На рис. 3.3 приведена трехконтурная схема электрической цепи постоянного тока.

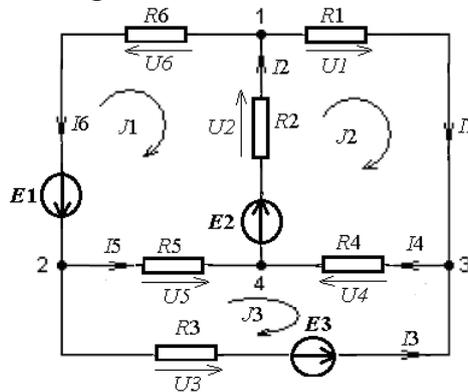


Рис. 3.3. Схема электрической цепи постоянного тока.

Разработку пользовательской программы для любого прикладного программного пакета, как и для *MathCAD*, необходимо начинать с анализа исходных данных технического задания. Техническое задание, как правило, определяет цели и задачи, которые необходимо достичь и решить при исследовании объекта, процесса, явления или системы.

Для схемы рис. 3.3 необходимо рассчитать токи во всех шести ветвях  $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6$  и определить падения

напряжений  $U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6$  на сопротивлениях при известных параметрах сопротивлений  $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$  и э. д. с. источников питания  $E_1, E_2, E_3$ .

Пользовательская программа (модель для расчета стационарных режимов) в пакете *MathCAD* разрабатывается в соответствии с алгоритмом рис. 3.4.



Рис. 3.4. Блок – схема алгоритма пользовательской программы

В соответствие с алгоритмом разработаем пользовательскую программу для расчета токов и напряжений в схеме. 3.3 с использованием первого и второго законов Кирхгофа.

В исходных данных (в блоке исходных данных) сопротивлениям и э. д. с. присвоим заданные значения. Фрагмент реализации данного блока в *MathCAD* представлен на (рис. 3.5).

$$R_1 := 3 \quad R_2 := 8 \quad R_3 := 5 \quad R_4 := 10 \quad R_5 := 9 \quad R_6 := 15$$

$$E_1 := 10 \quad E_2 := 15 \quad E_3 := 20$$

Рис. 3.5. Блок исходных данных

При формировании *второго блока*, связанного с составлением уравнений и записи их в пользовательскую программу необходимо использовать (жирный) знак равенства. В этом случае уравнения несут информационную нагрузку, так как анализ их позволяет составить матрицы параметров и свободных членов.

Так как в соответствии с заданием необходимо определить шесть токов, то полная система, описывающая процессы в схеме рис. 3.3, состоит из шести алгебраических уравнений. Три уравнения этой системы составляются по первому закону Кирхгофа, остальные уравнения формируются при обходе трех контуров по второму закону

Кирхгофа. Фрагмент реализации данного блока в *MathCAD* представлен на (рис. 3.6).

1 закон Кирхгофа		2 закон Кирхгофа	
узел 1	$-I_1 + I_2 - I_6 = 0$	контур 1	$-I_6 \cdot R_6 - I_2 \cdot R_2 - I_5 \cdot R_5 = -E_1$
узел 2	$-I_3 - I_5 + I_6 = 0$	контур 2	$I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 + I_4 \cdot R_4 = E_2$
узел 3	$I_1 + I_3 - I_4 = 0$	контур 3	$-I_3 \cdot R_3 - I_4 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5 = -E_3$

Рис. 3.6. Система линейно независимых уравнений 1-го и 2-го законов Кирхгофа.

Блок символьных преобразований и решения уравнений формируется в несколько этапов, а именно:

- Первый этап – формируется полная система уравнений в матричной форме. Фрагмент реализации первого этапа в *MathCAD* представлен на (рис. 3.7).

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -R_2 & 0 & 0 & -R_5 & 0 \\ R_1 & R_2 & 0 & R_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R_3 & R_4 & R_5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -E_1 \\ E_2 \\ -E_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{pmatrix}$$

Рис. 3.7. Матричная запись уравнений 1-го и 2-го законов Кирхгофа.

- На втором этапе определяются матрица параметров  $A$  и матрица свободных членов (возмущающих воздействий)  $B$ . Фрагмент формирования этого этапа в *MathCAD* представлен на (рис. 3.8).

$$A := \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -R_2 & 0 & 0 & -R_5 & 0 \\ R_1 & R_2 & 0 & R_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R_3 & R_4 & R_5 & 0 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -E_1 \\ E_2 \\ -E_3 \end{pmatrix}$$

Рис. 3.8. Определение матрицы параметров и свободных членов

- На этапе решения алгебраических уравнений выбирают метод их решения и осуществляют соответствующие математические преобразования, используя функции, операторы и символьные преобразования пакета *MathCAD*. Наиболее простой метод решения в данном случае – это метод обратной матрицы. Математическая запись данного решения представлена на (рис. 3.9).

$$M := A^{-1} \cdot B$$

Рис. 3.9. Запись решения в пакете *MathCAD*

где  $A^{-1}$  – обратная матрица,  $B$  – матрица столбец свободных членов (возмущающих воздействий).

В блоке представления результатов расчета осуществляется запись полученного решения, т. е. токов в ветвях схемы. Фрагмент такого представления токов приведен на (рис.3.10).

$$I_1 := M_0 \quad I_2 := M_1 \quad I_3 := M_2 \quad I_4 := M_3 \quad I_5 := M_4 \quad I_6 := M_5$$

Рис. 3.10. Представление результатов расчета через элементы матрицы

В соответствии с рассмотренным алгоритмом разрабатываются пользовательские программы для расчета установившихся режимов, как в цепях постоянного тока, так и в цепях переменного тока.

### 3.2.2. Расчет и анализ динамических режимов работы.

Динамические режимы в электрических цепях возникают в результате подключения и при отключении цепи к источнику питания, при изменении вследствие коммутации параметров в самой схеме. Такие режимы сопровождаются переходными процессами при наличии в цепях реактивных элементов, т. е. индуктивностей и емкостей. Описываются переходные процессы с помощью дифференциальных уравнений. В сложных электрических цепях такие процессы описываются с помощью систем дифференциальных уравнений или дифференциальными уравнениями высокого порядка.

Решение дифференциальных уравнений в теории электрических цепей осуществляется следующими способами, именно:

- классическим методом решения дифференциальных уравнений;
- операторным методом решения дифференциальных уравнений;
- численными методами решения дифференциальных уравнений.

Рассмотрим реализацию решения дифференциальных уравнений перечисленными методами в пакете *MathCAD* на примере однозвенного *RLC*-фильтра низких частот (ФНЧ) (рис. 3.11).

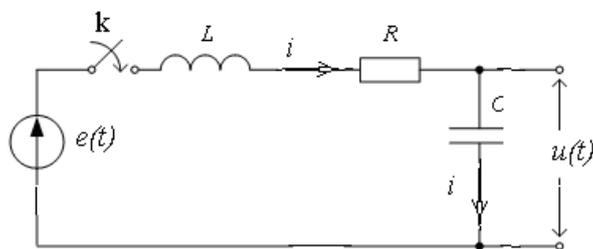


Рис. 3.11. Схема подключения *RLC*- к источнику.

Расчет переходных процессов в любой линейной электрической цепи состоит из следующих основных операций:

- выбор положительных направлений токов в ветвях цепи;

- определение значений токов и напряжений непосредственно до коммутации;
- составление характеристического уравнения и определение его корней;
- получение выражений для искомых токов и напряжений как функции времени.

Для всех методов расчета наиболее трудоемкий четвертый этап расчета.

**Классический метод расчета.** При разработке пользовательской программы данным методом в блок исходных данных вносят значения э. д. с.  $e(t)$  и параметров цепи  $R$ ,  $L$ ,  $C$ .

В блоке *систем линейных независимых уравнений* (СЛМУ) при подключении  $e(t)$  к последовательно соединенными индуктивности  $L$ , емкости  $C$  и активному сопротивлению  $R$  на основании второго закона Кирхгофа записывают общее уравнение

$$L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt + Ri = e(t), \quad (3.4)$$

дифференциальное уравнение для определения тока в цепи можно представить в виде, продифференцировав уравнение (3.4)

$$L \frac{d^2i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = \frac{de(t)}{dt} = e'(t), \quad (3.5)$$

и уравнение для определения напряжения  $u_C(t) = u(t)$  на выходе фильтра, введя выражение тока  $i = C \frac{du_C}{dt}$  в уравнение (3.4)

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = e(t). \quad (3.6)$$

Фрагмент записи этих уравнений в пакете *MathCAD* приведен на (рис. 3.12).

$$L \cdot \left( \frac{d}{dt} i \right) + \frac{1}{C} \int i dt + i \cdot R = e(t)$$

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{L \cdot C} u_C = e(t)$$

$$L \cdot \frac{d^2 i}{dt^2} + R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = \frac{de(t)}{dt}$$

Рис. 3.12. Система уравнений для схемы ФНЧ

В данной системе уравнений – это ток, протекающий в схеме и напряжение на емкости. Каждая из этих переменных состоит из свободной  $x_{св}(t)$  и  $x_{пр}(t)$  принужденной составляющих. Свободные составляющие, как известно из курса математики, при решении однородного дифференциального уравнения записываются в виде показательных функций  $x_{св} = Ae^{pt}$ .

Постоянные интегрирования  $A$  для каждой свободной составляющей имеют свое значение. Определяют их по начальным значениям основных физических величин, т. е. необходимо знать начальные (при  $t = 0$ ) токи в индуктивностях и заряды на емкостях.

Показатели же затухания  $p$  одинаковы для всех свободных составляющих. Физически это объясняется тем, что вся цепь охвачена единым (общим) переходным процессом.

Если взять производную от свободного тока  $\frac{di_{св}}{dt} = \frac{d}{dt}(Ae^{pt}) = pAe^{pt} = pi_{св}$  и производную от свободного напряжения на индуктивности  $L \frac{di_{св}}{dt} = Lpi_{св}$  и найти интеграл от свободного тока

$\int i_{св} = \int Ae^{pt} = Ae^{pt} / p$ , то можно провести алгебраизацию систем дифференциальных уравнений (3.6 и 3.7) для свободных токов и напряжений, значение э. д. с. источника при этом принимают равным нулю ( $e(t) = 0$ ) [2,14].

$$p^2 i_{св} + \frac{R}{L} p i_{св} + \frac{1}{LC} i_{св} = 0; \quad (3.7)$$

$$p^2 u_{св} + \frac{R}{L} \cdot p u_{св} + \frac{1}{LC} u_{св} = 0. \quad (3.8)$$

В общем случае решения дифференциальных уравнений (3.6 и 3.7) можно записать в виде:

$$i = i_{пр} + A1 \cdot e^{p_1 t} + A2 \cdot e^{p_2 t}; \quad (3.9)$$

$$u_C = u_{спр} + B1 \cdot e^{p_1 t} + B2 \cdot e^{p_2 t}, \quad (3.10)$$

где  $p_{1,2}$  – корни характеристического уравнения

$$p^2 + \frac{R}{L} \cdot p + \frac{1}{LC} = 0, \quad (3.11)$$

т. е. 
$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} = -a \pm \sqrt{a^2 - \omega_0^2} = -a \pm \delta,$$

где  $a = R / (2L)$  – коэффициент затухания,  $\omega_0 = 1 / \sqrt{LC}$  – резонансная частота сети.

Для решения этого уравнения в пакете *MathCAD* можно воспользоваться функциями *root* или *polyroots* [5,7,13]. При символьном вычислении корней данного уравнения необходимо использовать при разработке пользовательской программы команду панели ***Symbolic solve***. Как при использовании функций *root* и *polyroots*, и команды *solve* уравнение (3.11) преобразуют к виду

$$a \cdot p^2 + b \cdot p + c = 0$$

Все преобразования уравнений отражаются в соответствующей форме в блоке *символьных преобразований и решения уравнений*. Фрагмент данного этапа в разработке пользовательской программы в *MathCAD* представлен на (рис. 3.13, 3.14, 3.15).

Символьные вычисления корней

$$a \cdot p^2 + b \cdot p + c = 0$$

$$a \cdot p^2 + b \cdot p + c = 0 \text{ solve } p \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{2 \cdot a} \cdot \left[ (-b) + (b^2 - 4 \cdot a \cdot c)^{\frac{1}{2}} \right] \\ \frac{1}{2 \cdot a} \cdot \left[ (-b) - (b^2 - 4 \cdot a \cdot c)^{\frac{1}{2}} \right] \end{bmatrix}$$

Рис. 3.13. Символьное вычисление корней характеристического уравнения

На рис. 3.14 приведен фрагмент численного вычисления корней характеристического уравнения.

Численные вычисления корней

$$Rn = R_H \quad Rn := 100 \quad R := 100 \quad C := 1 \cdot 10^{-6} \quad L := 1$$

$$a := Rn \cdot L \cdot C \quad b := (Rn \cdot R \cdot C + L) \quad c := (R + Rn)$$

$$a = 1 \times 10^{-4} \quad b = 1.01 \quad c = 200$$

$$V := \begin{pmatrix} c \\ b \\ a \end{pmatrix} \quad \text{polyroots}(V) = \begin{pmatrix} -9.898 \times 10^3 \\ -202.062 \end{pmatrix}$$

Рис. 3.14. Численное вычисление корней характеристического уравнения

На рис. 3.14 необходимо обратить внимание на равенство  $Rn = R_H$ . Это связано с тем, что в *MathCAD* индексы воспринимаются как указание на элемент матрицы.

Изменение любого параметра схемы в исходных данных позволяет проанализировать его влияние на корни уравнения (см. рис. 3.15)

Изменения значения емкости

$$\begin{aligned}
 R_n &= R_H & R_n &:= 100 & R &:= 100 & C &:= 100 \cdot 10^{-6} & L &:= 1 \\
 a &:= R_n \cdot L \cdot C & b &:= (R_n \cdot R \cdot C + L) & c &:= (R + R_n) \\
 a &= 0.01 & b &= 2 & c &= 200 \\
 V &:= \begin{pmatrix} c \\ b \\ a \end{pmatrix} & \text{polyroots}(V) &= \begin{pmatrix} -100 + 100i \\ -100 - 100i \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Рис. 3.15. Влияние величины емкости на корни характеристического уравнения

Следующим этапом в разработке пользовательской программы в *MathCAD* – это вывод и получение выражений для искомым токов и напряжений в виде функции времени, с последующим расчетом временных зависимостей (переходных характеристик).

При воздействии гармонической э.д.с, установившийся ток в контуре *RLC* имеет вид

$$i_{\text{пр}} = \frac{U_m}{Z} \cos(\omega t + \varphi_i), \quad (3.12)$$

где  $Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ , и  $\varphi_i = \text{arctg}(X / R)$ .

Установившееся напряжение на емкости принимает вид

$$u_{C\text{пр}} = \frac{1}{C} \int i_{\text{пр}} dt = \frac{U_m}{Z} \cdot \frac{1}{\omega C} \cos(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2}). \quad (3.13)$$

Для определения постоянных интегрирования для свободных составляющих тока *i* воспользуемся начальными условиями, т. е.  $t = 0$ , когда значения тока в контуре равно нулю. Такие условия в электротехнике называют *нулевыми начальными условиями*. Тогда можно записать следующую систему уравнений для этого момента времени:

$$\begin{cases} A1 + A2 = I_{\text{пр}(t=0)}; \\ p_1 \cdot A1 + p_2 \cdot A2 = 0, \end{cases} \quad (3.14)$$

где  $I_{\text{пр}(t=0)} = \frac{U_m}{Z} \cos \varphi$  – значение принужденной составляющей тока в момент коммутации.

Тогда для решения системы уравнений (3.14) необходимо представить ее в следующем виде

$$G \cdot A = B, \quad (3.15)$$

где *G* – матрица коэффициентов; *A* – матрица столбец постоянных интегрирования; *B* – матрица столбец свободных членов системы уравнений (3.14), а именно:

$$G = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ p_1 & p_2 \end{vmatrix}; \quad A = \begin{vmatrix} A1 \\ A2 \end{vmatrix}; \quad B = \begin{vmatrix} I_{\text{пр(при } t=0)} \\ 0 \end{vmatrix}. \quad (3.16)$$

Решая систему уравнений (3.15) методом обратной матрицы или методом Крамера получают значения постоянных интегрирования в виде

$$A1 = \frac{I_{\text{пр}(t=0)} \cdot p_2}{p_2 - p_1}, \quad A2 = -\frac{I_{\text{пр}(t=0)} \cdot p_1}{p_2 - p_1}. \quad (3.17)$$

Тогда общее решение для тока в контуре  $RLC$  в динамическом режиме можно представить в виде

$$i(t) = i_{\text{пр}}(t) + i_{\text{св}}(t) = \frac{U_m}{Z} \cos(\omega t + \varphi_i) + \frac{I_{\text{пр}(t=0)} \cdot p_2}{p_2 - p_1} \cdot e^{p_1 t} - \frac{I_{\text{пр}(t=0)} \cdot p_1}{p_2 - p_1} \cdot e^{p_2 t},$$

Общее решение для напряжения на емкости в контуре  $RLC$  в динамическом режиме можно представить в виде

$$u_C(t) = \frac{U_m}{Z} \cdot \frac{1}{\omega C} \cos(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2}) + \frac{U_m}{Z} \cdot \frac{1}{\omega C} \cos(\varphi_i - \frac{\pi}{2}) \cdot \left( \frac{p_2}{p_2 - p_1} \cdot e^{p_1 t} - \frac{p_1}{p_2 - p_1} \cdot e^{p_2 t} \right).$$

Полученные в результате аналитического решения общие выражения для тока и напряжения на емкости в зависимости от типа корней характеристического уравнения необходимо приводить к виду удобному для использования в пользовательской программе в системе *MathCAD*.

**Операторный метод расчета.** Операторный метод расчета обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами (в пространстве оригиналов) позволяет преобразовать их в алгебраические уравнения (в пространстве изображений), решение которых существенно проще. При расчёте переходных процессов, сопровождающих динамические режимы работы электрических цепей и электротехнических установок, с использованием операторного метода происходит перенос расчёта из области функций действительной переменной (времени  $t$ ) в область функций комплексного переменного (либо операторной переменной  $p$ ). После решения алгебраического уравнения над полученной функцией (изображением) производится обратное преобразование Лапласа, получается оригинал. Полученный оригинал – это функция, которая и будет решением дифференциального уравнения.

Любой функции можно сопоставить её преобразование Лапласа. Для этого рассмотрим применение преобразования Лапласа в теории цепей на примере простейших элементов (рис. 3.16).

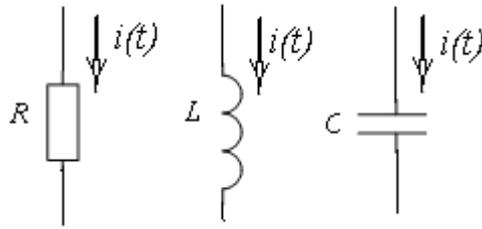


Рис. 3.16. Простейшие элементы цепей

Мгновенному падению напряжения на сопротивлении  $u(t) = R \cdot i(t)$  после преобразования Лапласа соответствует следующее равенство для изображений напряжения и тока  $U(p) = R \cdot I(p)$ .

Для мгновенного напряжения на индуктивности  $u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$  после преобразования Лапласа получают  $U(p) = pL \cdot I(p) - L \cdot I(+0)$ , и как это часто бывает  $I(+0) = 0$ , то полученное соотношение приобретает вид  $U(p) = pL \cdot I(p)$ . Где  $Z_L = pL$  называют операторным сопротивлением индуктивности.

Для мгновенных значений напряжения и тока на емкости  $u(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) \cdot dt$  после преобразования Лапласа получают следующее соотношение  $U(p) = \frac{1}{pC} \cdot I(p)$ , где  $Z_C = \frac{1}{pC}$  называют операторным сопротивлением емкости.

Таким образом, при использовании преобразования Лапласа для исследования и расчета процессов в RLC фильтре рис. 3.11, необходимо перейти к операторной расчетной схеме замещения рис. 3.17.

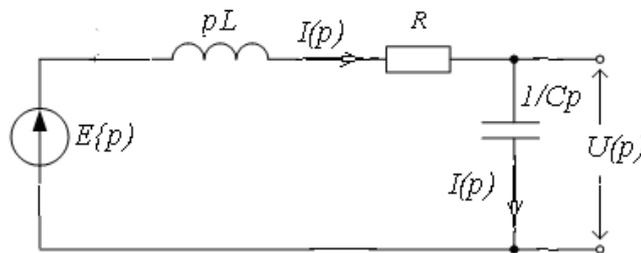


Рис. 3.17. Операторная схема замещения RLC фильтра

Операторная расчетная схема позволяет найти изображения тока и падений напряжений на всех элементах. Компонентные уравнения цепи, связывающие ток и напряжение в каждом элементе или ветви, записываются в операторных образах аналогично цепям постоянного тока и для схемы рис. 3.17 можно записать закон Ома в виде:

$$I(p) = \frac{E(p)}{Z(p)} = \frac{E(p)}{R + Lp + 1/Cp} = E(p) \cdot \frac{Cp}{RCp + LCp^2 + 1}, \quad (3.18)$$

где  $Z(p)$  – операторное входное сопротивление фильтра.

Для перехода от изображения к оригиналу (к временной зависимости) необходимо использовать теорему разложения [2, 14].

В системе *MathCAD* панель *Symbolic* имеется встроенная поддержка прямого и обратного преобразования Лапласа (рис. 3.18).

■ laplace, ■ →

■ invlaplace, ■ →

Рис. 3.18. Операторы прямого и обратного преобразования Лапласа

При разработке пользовательской программы для расчета и исследования процессов в электрических цепях и электротехнических установках с использованием преобразования Лапласа в системе *MathCAD* необходимо:

1. в блоке *исходных данных* привести значения параметров исследуемого объекта, в рассматриваемом случае это э.д.с. источника, значения активного сопротивления  $R$  [Ом], индуктивности  $L$  [Гн], емкости  $C$  [Ф] (рис. 3.19)

$$U_{\text{вх}} := 1 \quad L := 10 \cdot 10^{-3} \quad C := 100 \cdot 10^{-6} \quad R := 1$$

Рис. 3.19. Исходные данные для LCR-фильтра низких частот

На рис. 3.19 значение э.д.с. источника в математическом редакторе *MathCAD* представлено в виде напряжения на входе фильтра равного одному вольту.

2. В блоке *систем линейных независимых уравнений* необходимо записать дифференциальные уравнения, описывающие процессы в фильтре *RLC* (рис. 3.20) и операторные изображения этих уравнений (рис. 3.21).

$$e(t) = i \cdot R + L \cdot \left( \frac{d}{dt} i \right) + \frac{1}{C} \cdot \int i dt$$

$$u(t) = \frac{1}{C} \cdot \int i dt$$

Рис. 3.20. Дифференциальные уравнения

С учетом особенностей обозначения в *MathCAD*, где  $p$  обозначают через  $s$ , операторные изображения этих уравнений имеют следующий вид

$$I(s) = \frac{E(s)}{R + L \cdot s + \frac{1}{C \cdot s}} \quad U(s) = \frac{1}{C \cdot s} \cdot I(s) \quad U(s) = \frac{E(s)}{R + L \cdot s + \frac{1}{C \cdot s}} \cdot \frac{1}{C \cdot s}$$

Рис. 3.21. Операторные изображения тока в схеме фильтра и напряжения на емкости.

В блоке *символьные преобразования и решение уравнений*, учитывая то, что в исходных данных входное напряжение равно единице, операторное изображение его можно представить в виде  $1/s$ .

Тогда используя, оператор упрощения выражений *simplify*, можно выражения для тока в схеме фильтра и напряжения на емкости, представленные на рис. 3. 21. упростить. Пример использования оператора упрощения выражений *simplify* приведен рис. 3.22.

$$\frac{1}{s} \cdot \frac{1}{R + L \cdot s + \frac{1}{C \cdot s}} \text{ simplify} \rightarrow \frac{100}{s^2 + 100 \cdot s + 1000000} \quad \text{преобразование выражения для тока}$$

$$\frac{1}{s} \cdot \frac{1}{R + L \cdot s + \frac{1}{C \cdot s}} \cdot \frac{1}{C \cdot s} \text{ simplify} \rightarrow \frac{1000000}{s \cdot (s^2 + 100 \cdot s + 1000000)} \quad \text{преобразование выражения для напряжения}$$

Рис. 3.22. Пример использования оператора упрощения

Применим обратное преобразование Лапласа к выражениям, полученным в результате упрощения, с учетом нулевых начальных условий (до коммутации тока и напряжения ФНЧ равны нулю) (рис. 3.23)

$$\frac{100}{s^2 + 100 \cdot s + 1000000} \text{ invlaplace, s} \rightarrow \frac{2}{399} \cdot e^{(-50) \cdot t} \cdot \frac{1}{399^2} \cdot \sin\left(50 \cdot 399 \frac{1}{2} \cdot t\right)$$

$$\frac{1000000}{s \cdot (s^2 + 100 \cdot s + 1000000)} \text{ invlaplace, s} \rightarrow 1 - e^{(-50) \cdot t} \cdot \cos\left(50 \cdot 399 \frac{1}{2} \cdot t\right) - \frac{1}{399} \cdot e^{(-50) \cdot t} \cdot \frac{1}{399^2} \cdot \sin\left(50 \cdot 399 \frac{1}{2} \cdot t\right)$$

Рис. 3.23. Пример использования функции обратного преобразования Лапласа

Полученные в результате переходные функции тока и напряжения приведены на (рис. 3.24)

$$i(t) := \frac{2}{399} \cdot e^{(-50) \cdot t} \cdot \frac{1}{399^2} \cdot \sin\left(50 \cdot 399 \frac{1}{2} \cdot t\right)$$

$$u(t) := 1 - e^{(-50) \cdot t} \cdot \cos\left(50 \cdot 399 \frac{1}{2} \cdot t\right) - \frac{1}{399} \cdot e^{(-50) \cdot t} \cdot \frac{1}{399^2} \cdot \sin\left(50 \cdot 399 \frac{1}{2} \cdot t\right)$$

Рис. 3.24. Переходные (временные) функции тока  $i(t)$ , протекающего в цепи фильтра и напряжения  $u(t)$  на емкости

Временные зависимости переходных характеристик представляют в виде графиков (рис. 3.25)

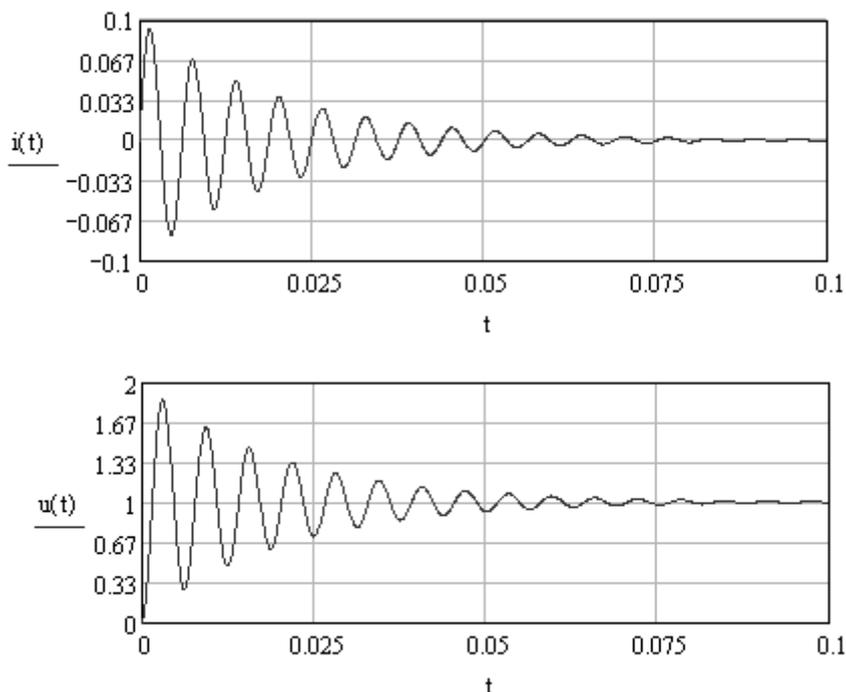


Рис. 3.25. Графики временных зависимостей тока и напряжения

В заключении проводят анализ временных зависимостей и определяют постоянную времени фильтра  $\tau$ , время переходного процесса  $t_{\text{пер}}$ , число колебаний и требуемые в техническом задании показатели.

**Численные методы расчета.** Численные методы – это алгоритмы вычисления приближенных значений неизвестной функции на некоторой выбранной сетке аргументов. С помощью численных методов можно найти частное решение (в зависимости от начальных условий) как обыкновенных дифференциальных уравнений, так и уравнений в частных производных.

Для решения задачи, связанной с расчетом и исследованием процессов в фильтре  $RLC$ , более подробно рассмотрим метод Эйлера, который достаточно широко используют при разработке пользовательских программ и математических моделей электромеханических систем и электротехнических устройств [1,3,4,5.13].

Для разработки пользовательской программы в системе *MathCAD* необходимо:

1. Записать дифференциальные уравнения по законам Кирхгофа, описывающие процессы в заданной схеме фильтра рис.3.11. Для данной схемы система уравнений имеет следующий вид:

- уравнение по второму закону Кирхгофа

$$L \frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t) + u_C(t) = e(t).$$

- уравнение по первому закону Кирхгофа

$$C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} = i(t) = i_C(t).$$

2. Записать полученную систему дифференциальных уравнений (СДУ) в нормальной форме Коши, то есть разрешить уравнения относительно производных переменных состояния цепи. В качестве переменных состояния принимаются токи в индуктивностях  $i$  и напряжения  $u_C$  на конденсаторах.

$$\begin{cases} \frac{di(t)}{dt} = \frac{1}{L} \cdot e(t) - \frac{R}{L} \cdot i(t) - \frac{1}{L} \cdot u_C(t) \\ \frac{du_C(t)}{dt} = \frac{1}{C} \cdot i(t) \end{cases} \quad (3.19)$$

3. Записать систему итерационных уравнений. Для этого производные в уравнениях заменяют, используя простейшую конечно-разностную формулу, а именно:

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=t_j} = \frac{x_{j+1} - x_j}{t_{j+1} - t_j} = \frac{x_{j+1} - x_j}{h} = F(t_j, x_j), \quad (3.20)$$

где  $h$  – шаг интегрирования.

Тогда

$$x_{j+1} = x_j + h \cdot F(t_j, x_j). \quad (3.21)$$

Таким образом, используя 3.21, итерационную систему уравнений для СДУ (3.19) можно записать в следующем виде:

$$\begin{vmatrix} i(t_{j+1}) \\ u_C(t_{j+1}) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i(t_j) + h \cdot \left( \frac{1}{L} \cdot e(t_j) - \frac{R}{L} \cdot i(t_j) - \frac{1}{L} \cdot u_C(t_j) \right) \\ u_C(t_j) + h \cdot \frac{1}{C} \cdot i(t_j) \end{vmatrix}. \quad (3.22)$$

Фрагмент первого и второго пунктов пользовательской программы, а именно ее информационная часть, представлен на (рис. 3.26).

Основная часть программы (модели) начинается с формирования блока исходных данных в соответствии с техническим заданием, целями исследований и решаемыми задачами.

### Дифференциальные уравнения

$$L \cdot \frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t) + uC(t) = e(t)$$

$$C \cdot \frac{duC(t)}{dt} = i(t)$$

### Дифференциальные уравнения в нормальной форме Коши

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{1}{L} \cdot e(t) - \frac{R}{L} \cdot i(t) - \frac{1}{L} \cdot uC(t)$$

$$\frac{duC(t)}{dt} = \frac{1}{C} \cdot i(t)$$

Рис. 3.26. Информационная часть программы

Для решения системы итерационных уравнений необходимо задать начальные условия, шаг интегрирования, число точек расчета.

Известно, что метод Эйлера является ограниченно устойчивым, то есть существует критический шаг интегрирования  $h_{кр} = C \cdot \tau_{min}$ , где  $\tau_{min}$  – минимальная постоянная времени динамической системы, описываемой исследуемыми дифференциальными уравнениями, а  $C = 2$ . Поэтому шаг интегрирования уравнений определяют по постоянной времени электрической цепи, в данной схеме  $\tau = L / R$ , а  $h = \tau / 100$ .

На рис. 3.27. представлен фрагмент пользовательской программы, связанный с формированием исходных данных, начальных условий и с определением числа итераций при интегрировании итерационных уравнений.

### Блок исходных данных, начальных условий и точек расчета

$$E := 10 \quad L := 0.001 \quad C := 100 \cdot 10^{-6} \quad R := 1$$

$$j := 0..10000 \quad \tau := \frac{L}{R} \quad \tau = 1 \times 10^{-3}$$

$$dt := \frac{\tau}{100} \quad dt = 1 \times 10^{-5}$$

$$\begin{pmatrix} t_0 \\ i_0 \\ uC_0 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Рис. 3.27. Исходные данные и начальные условия

В блоке *символьные преобразования и решение уравнений* при использовании численного метода решения дифференциальных уравнений формируется система итерационных уравнений (рис.3.28).

$$\begin{pmatrix} t_{j+1} \\ i_{j+1} \\ uC_{j+1} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} t_j + dt \\ i_j + dt \cdot \left( \frac{1}{L} \cdot E - \frac{R}{L} \cdot i_j - \frac{1}{L} \cdot uC_j \right) \\ uC_j + dt \cdot i_j \cdot \frac{1}{C} \end{pmatrix}$$

Рис. 3.28. Система итерационных уравнений

Решение данной системы итерационных уравнений представлено в виде временных зависимостей тока  $i(t)$  и напряжения на конденсаторе  $u_C(t)$  (рис. 3.29).

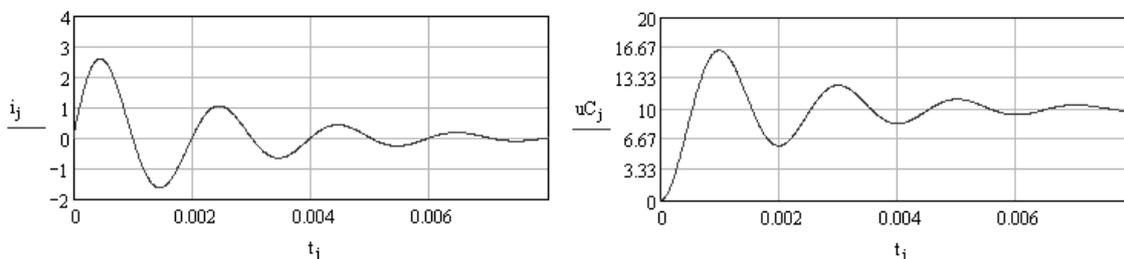


Рис. 3.29. Временные зависимости (переходные характеристики) тока и напряжения

Как видно из графиков, полученные зависимости адекватны физическому смыслу задачи – в установившемся режиме конденсатор заряжается до напряжения источника, а ток равен нулю, так как емкость представляет для постоянного тока разрыв цепи.

### 3.3. Лабораторный практикум по MathGAD

В лабораторном практикуме по прикладному программному пакету *MathGAD* предусмотрено выполнение двух заданий.

Цель практикума обучить студентов следующему:

- решению простейших электротехнических задач;
- расчету, анализу и исследованию стационарных и динамических режимов работы электрических цепей;
- рассчитывать и анализировать временные характеристики электрических цепей;

Результатом работы по лабораторному практикуму должен быть отчет. В отчете должны быть приведены результаты расчетов и моделирования электрических схем замещения, доказывающие наличие выполненных заданий для самостоятельной работы.

Оформление отчета по лабораторному практикуму должно соответствовать требованиям СТО ТПУ 2.5. 01 – 2006  
<http://tpu.ru/f/1941/stotpu2.5.01-2006.doc>

**РЕКОМЕНДАЦИЯ.** Приступая к выполнению лабораторных работ необходимо детально изучить теоретический материал настоящего пособия!

**Задание 1.** Расчёт и анализ электрических цепей переменного и постоянного тока

Цель данного задания изучение законов Ома и Кирхгофа, составление систем линейных уравнений (СЛАУ) с использованием законов Кирхгофа и метода контурных токов, расчет электрических цепей методами обратной матрицы и Крамера.

1.1. Рассчитать электрическую цепь постоянного тока рис. 3.30. Параметры цепи приведены в табл. 3.1.

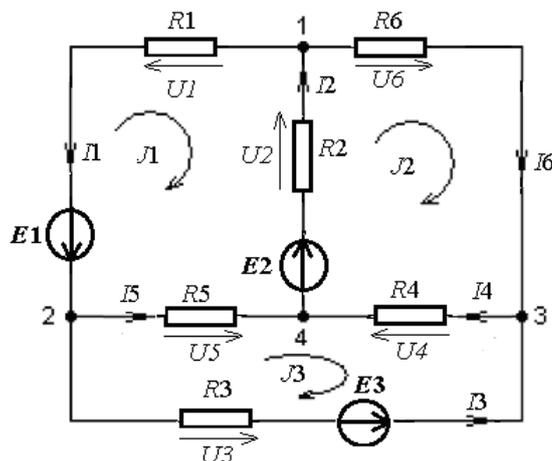


Рис. 3.30. Линейная электрическая цепь постоянного тока

Таблица 3.1

Вариант	$R1, \text{Ом}$	$R2, \text{Ом}$	$R3, \text{Ом}$	$R4, \text{Ом}$	$R5, \text{Ом}$	$R6, \text{Ом}$	$E1 \text{ В}$	$E2 \text{ В}$	$E3 \text{ В}$
1	20	4	5	19	4	17	8	52	10
2	20	4	5	20	4	18	12	48	10
3	50	10	5	15	10	19	16	44	8
4	50	10	5	17	10	20	20	40	8
5	10	20	10	18	20	15	24	36	12
6	40	40	20	19	40	16	28	32	12
7	80	20	10	20	20	17	32	28	16
8	5	5	10	18	5	18	36	24	16
9	5	5	10	19	5	19	40	20	5
10	5	5	10	20	5	20	20	40	5
11	10	8	10	17	12	20	12	48	10
12	10	12	10	18	12	20	16	44	8
13	8	16	20	19	16	50	20	40	8
14	8	20	40	20	16	50	24	36	12
15	12	24	20	18	5	10	28	32	12

16	12	28	5	19	5	40	32	28	16
17	8	16	20	19	5	10	28	32	12
18	10	8	10	20	5	20	36	24	16
19	50	10	20	19	40	15	40	20	5
20	10	20	10	19	5	16	20	40	8

Результаты расчета занести в табл. 3.2

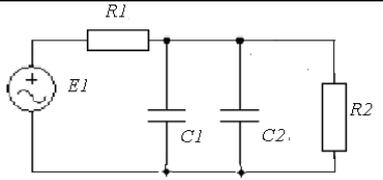
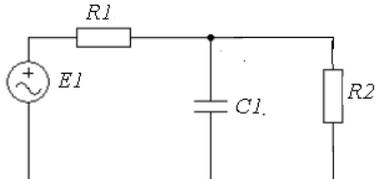
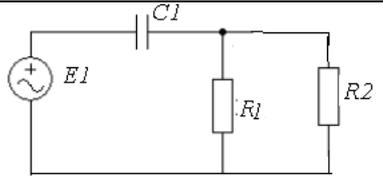
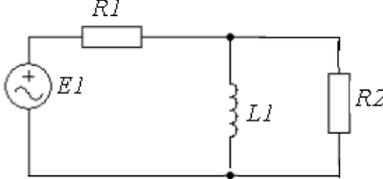
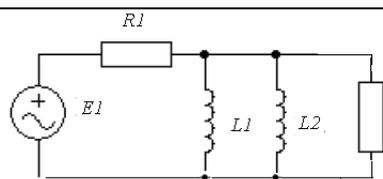
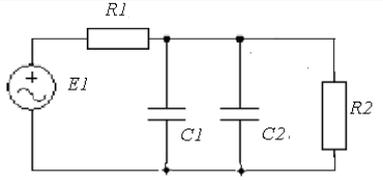
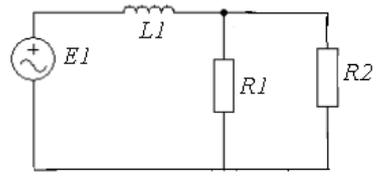
Таблица 3.2

Метод расчета		$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$U_5$	$U_6$
Законы Кирхгофа	Обратная матрица												
	метод Крамера												
Метод контурных токов	Обратная матрица												
	метод Крамера												

1.2. Рассчитать электрическую цепь переменного тока. Варианты схем и параметры приведены в табл. 3.3.

Таблица 3.3

№	Схема электрической цепи	$R_1$ кОм	$R_2$ кОм	$L_1$ Гн	$L_2$ Гн	$C_1$ мкФ	$C_2$ мкФ
1.		1	3	-	-	25	-
2.		5	2	-	-	10	-
3.		5	8	10	-	-	-
4.		3	5	15	-	-	-
5.		5	8	10	15	-	-

6		5	8	-	-	10	15
7		1	4	-	-	25	-
8		4	8	-	-	30	-
9		3	3	8	-	-	-
10		5	6	6	7	-	-
11		20	4	-	-	40	20
12		10	20	5	-	-	-

**Примечание**  $j = \sqrt{-1}$ ;

1. с первой по третью схему действующее значение напряжения  $U = 220$  В, частота сети  $f = 115$  Гц, фаза напряжения  $\varphi_u = 0$ ;

2. с четвертой по шестую схему действующее значение напряжения  $U = 127$  В, частота сети  $f = 250$  Гц, фаза напряжения  $\varphi_u = 20^0$ ;

3. с седьмой по девятую схему действующее значение напряжения  $U = 380$  В, частота сети  $f = 100$  Гц, фаза напряжения  $\varphi_u = -20^\circ$ ;

4. с десятой по двенадцатую схему действующее значение напряжения  $U = 600$  В, частота сети  $f = 200$  Гц, фаза напряжения  $\varphi_u = -20^\circ$ ;

Результаты расчетов занести в табл. 3.4.

Таблица 3.4.

Метод расчета	$i_1$	$i_2$	$i_3$	$\dot{U}_1$	$\dot{U}_2$	$\dot{U}_3$
Законы Кирхгофа						
Метод свертывания						

### Ход выполнения работы

*Для цепи постоянного тока* необходимо при разработке пользовательской программы в системе *MathGAD* :

- Сформировать блок исходных данных, определив параметры схемы и источников;
- Составить и внести в информационную часть программы уравнения для расчета цепи с использованием законов Кирхгофа и методом контурных токов;
- Сформировать матрицы и определители для расчета методом обратной матрицы и методом Крамера;
- Рассчитать токи во всех ветвях схемы и падения напряжений на сопротивлениях;
- Результаты расчетов занести в таблицу 3.2.;
- Провести проверку расчетов составив баланс мощности и выполнение законов Кирхгофа для одного из узлов и замкнутого контура;
- Записать выводы по результатам расчета.

*Для цепи переменного тока* необходимо при разработке пользовательской программы в системе *MathGAD* :

- Сформировать блок исходных данных, определив параметры схемы и источников;
- В блоке дополнительных расчетов представить сопротивления всех ветвей схемы в комплексной форме и рассчитать общее входное сопротивление;

- Составить и внести в информационную часть программы уравнения для расчета цепи с использованием законов Кирхгофа и методом свертывания;
- Рассчитать токи во всех ветвях схемы и падения напряжений на сопротивлениях;
- Результаты расчетов занести в таблицу 3.2.;
- Записать выражения для мгновенных значений напряжений и токов и привести их временные зависимости в виде графиков.
- Записать выводы по результатам расчетов.

**Задание 2.** Расчёт и анализ переходных процессов в электрических цепях.

Цель данного задания разработка математической модели электрической схемы и исследование переходных процессов, возникающих при ее подключении к источнику напряжения.

Варианты схем приведены в табл. 3.3 первого задания. *При выборе схем и параметров для разработки математической модели студенты, фамилия которых начинается с первых двенадцати букв русского алфавита, принимают напряжение источника питания постоянным, величина которого равна действующему значению, приведенному в примечание к заданию 1. Остальные студенты, фамилия которых начинается с буквы Н и далее по алфавиту, принимают напряжение источника питания переменным, действующему значению которого и начальная фаза приведены в примечание к заданию 1.*

### **Ход выполнения работы**

При разработке модели электрической схемы в системе *MathGAD* для исследования переходных процессов, возникающих при подключении ее к источнику напряжения, необходимо:

- Сформировать блок исходных данных, определив параметры схемы и источника;
- Преобразовать схему до одного контура с последовательным соединением активного и реактивного сопротивлений;
- Составить и внести в информационную часть программы уравнения для расчета переходных процессов классическим, операторным и численным методами;
- Рассчитать переходные характеристики с использованием указанных методов;

- Исследовать влияние активной составляющей полного сопротивления схеме на длительность переходного процесса и постоянную времени;
- Привести введенные зависимости переходных характеристик в виде графиков;
- Привести выводы по результатам исследований.

#### **4. ПРИМЕНЕНИЕ ПРОГРАММЫ *MICROSOFT EXCEL* ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**

Excel – редактор электронных таблиц и предназначен для математической обработки и визуализации числовых массивов данных.

Являясь приложением к Microsoft Office, он позволяет решать многие повседневные задачи студентов, бухгалтеров, инженеров, менеджеров. Данный пакет доступен для использования, если в настройках *Сервис / Настройки / Пакет анализа* стоит галочка.

## 5. ПРИМЕНЕНИЕ ПРИКЛАДНОГО ПРОГРАММНОГО ПАКЕТА MATLAB/Simulink

Система *MATLAB* представляет собой язык программирования высокого уровня, предназначенный для инженерных и научных вычислений и создания средств моделирования различных устройств и систем. Базируется на алгоритмах матричных вычислений с выполнением операций над наборами векторов, что определяет основное отличие этой системы от других известных пакетов — *MathCAD*, *Maple*, *Mathematika* и других.

Для удобства пользования вся система *MATLAB* поделена на разделы, оформленные в виде пакетов программ, которых образуют ядро системы. Это пакеты расширения *Simulink* и *SimPowerSystems*. Первый пакет предназначен для моделирования линейных и нелинейных динамических систем и устройств, представленных своей функциональной блок-схемой, именуемой *S-моделью*, или просто *моделью*. Пакет *SimPowerSystems*, в библиотеку которого входит набор блоков для имитационного моделирования электротехнических устройств в виде пассивных и активных электротехнических элементов, источников энергии, электродвигателей, трансформаторов, полупроводниковых элементов.

### 5.1. Операционная среда Simulink

Для запуска программы Simulink необходимо предварительно запустить пакет MATLAB. Рабочий стол системы MATLAB с командным окном показан на рис. 5.1. Там же показана подсказка, появляющаяся в окне при наведении указателя мыши на ярлык Simulink в панели инструментов.

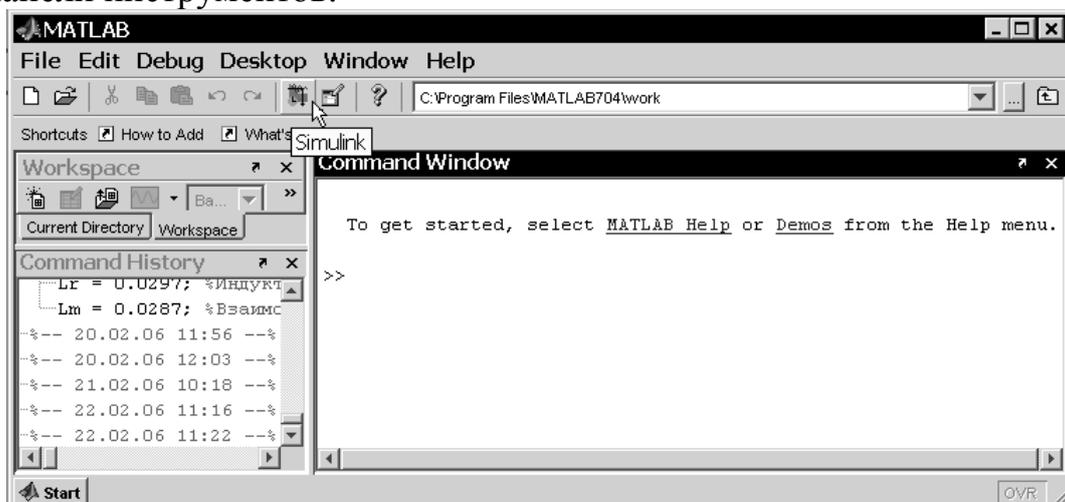


Рис. 5.1. Рабочий стол системы MATLAB

После открытия основного окна программы *MATLAB* нужно запустить программу *Simulink* одним из трех способов:

- нажать кнопку (**Simulink**) на панели инструментов командного окна **MATLAB** ;

- в строке командного окна **MATLAB** напечатать *Simulink* и нажать клавишу **Enter** на клавиатуре;

- выполнить команду **Open...** меню **File** и открыть файл модели (mdl-файл).

Последний способ предпочтителен при запуске уже готовой и отлаженной модели, когда требуется лишь провести моделирование и не нужно добавлять новые блоки в модель. При применении двух первых способов открывается окно обозревателя библиотеки блоков (рис. 5.2).

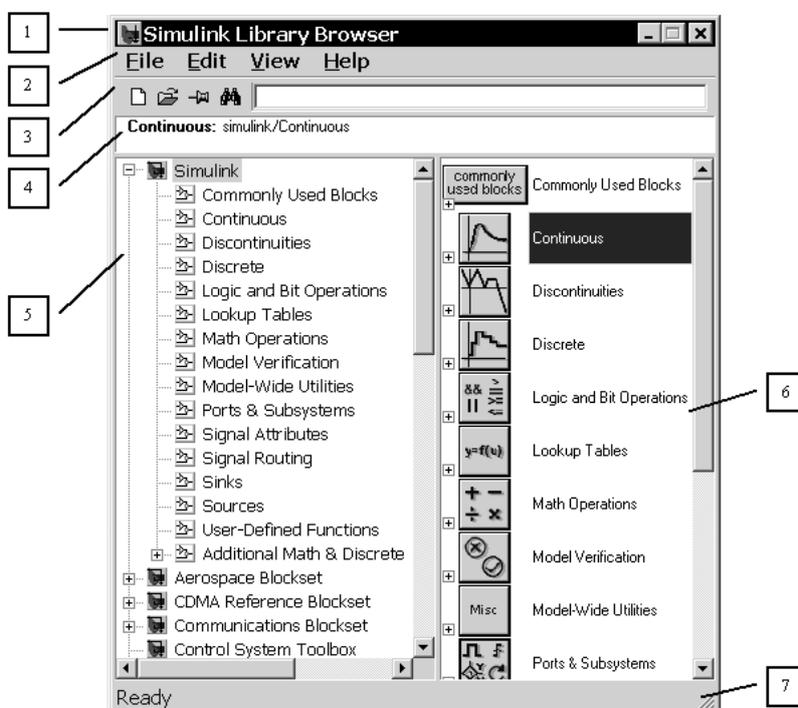


Рис. 5.2. Окно обозревателя блоков библиотеки *Simulink*

Окно обозревателя библиотеки блоков **Simulink Library Browser** содержит следующие элементы:

1. Заголовок с названием окна – **Simulink Library Browser**.
2. Меню с командами **File, Edit, View, Help**.
3. Панель инструментов с кнопками наиболее часто используемых команд меню.
4. Окно комментария для вывода поясняющего сообщения о выбранном разделе библиотеки или блоке.
5. Список разделов библиотеки.

6. Окно для вывода содержимого раздела библиотеки (список вложенных разделов библиотеки или блоков).

7. Строка состояния, содержащая подсказку по выполняемому действию.

В левой части окна рис. 5.2 выделена основная библиотека *Simulink*, а в правой части показаны ее разделы. Основная библиотека системы Simulink содержит следующие разделы:

- **Commonly Used Blocks** – часто используемые блоки;
- **Continuous** – блоки аналоговых элементов;
- **Discontinuities** – нелинейные блоки;
- **Discrete** – дискретные блоки;
- **Logic and Bit Operations** – блоки логических и битовых операций;
- **Look-Up Tables** – блоки таблиц;
- **Math Operations** – блоки математических операций;
- **Model Verification** – блоки верификации сигналов;
- **Model-Wide Utilities** – раздел вспомогательных утилит;
- **Ports & Subsystems** – порты и подсистемы;
- **Signal Attributes** – блоки получения свойств сигналов;
- **Signal&Routing** – блоки преобразования сигналов и вспомогательные блоки;
- **Sinks** – приемники сигналов;
- **Sources** – источники сигналов;
- **User-defined Function** – функции пользователя;
- **Additional Math & Discrete.**

Список разделов библиотеки Simulink представлен в виде дерева, и правила работы с ним являются общими для списков такого вида: пиктограмма свернутого узла дерева содержит символ «+», а пиктограмма развернутого содержит символ «-».

Для того чтобы развернуть или свернуть узел дерева, достаточно щелкнуть на его пиктограмме левой клавишей мыши.

При выборе соответствующего раздела библиотеки в правой части окна отображается его содержимое (рис. 5.3).

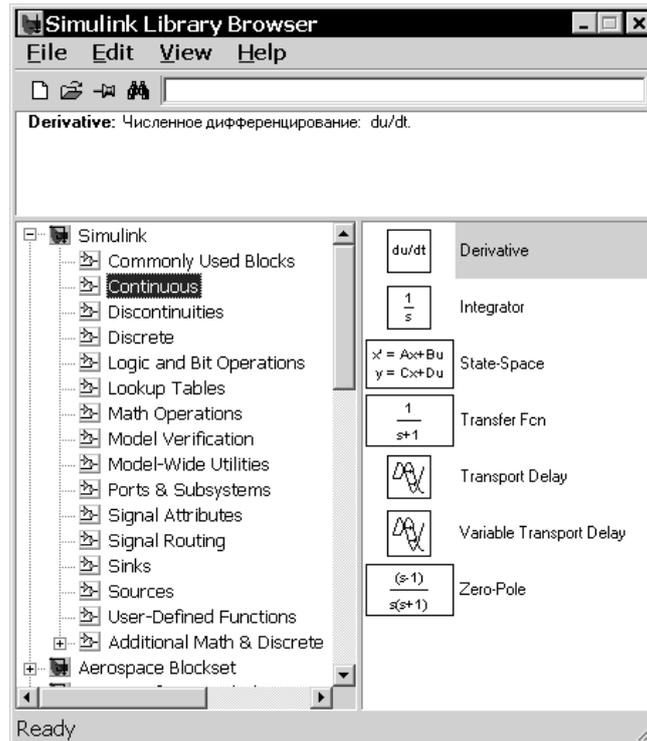


Рис. 5.3. Отображение содержимого библиотеки обозревателем блоков

Для работы с окном используются команды, собранные в меню. Меню обозревателя библиотек содержит следующие пункты:

- **File** (Файл) – работа с файлами библиотек;
- **Edit** (Редактирование) – добавление блоков и их поиск (по названию);
- **View** (Вид) – управление показом элементов интерфейса;
- **Help** (Справка) – вывод окна справки по обозревателю библиотек.

Для работы с обозревателем можно также использовать кнопки на панели инструментов (рис. 5.4).



Рис. 5.4. Кнопки панели инструментов обозревателя

Кнопки панели инструментов имеют следующее назначение:

1. Создать новую *Simulink*–модель (открыть новое окно модели).
2. Открыть одну из существующих *S*–моделей.
3. Изменить свойство окна обозревателя «всегда сверху». После нажатия на кнопку окно обозревателя будет отображаться поверх других открытых окон.
4. Найти блок, название которого (или первые несколько символов названия) указано в расположенном справа от кнопки текстовом поле. Если требуемый блок найден, в окне обозревателя открывается соответствующий раздел библиотеки, а блок отображается как

выбранный, в противном случае в подокне комментария выводится сообщение Not found <имя блока>(Блок <имя> не найден).

## 5.2. Создание S – модели

Для создания модели в среде SIMULINK необходимо последовательно выполнить ряд действий:

1. Создать новый файл модели с помощью команды **File** ⇒ **New** ⇒ **Model** (здесь и далее с помощью символа «⇒» указывается последовательность вызова пунктов меню) или используя кнопку  на панели инструментов.

Вновь созданное окно модели показано на рис. 5.5.

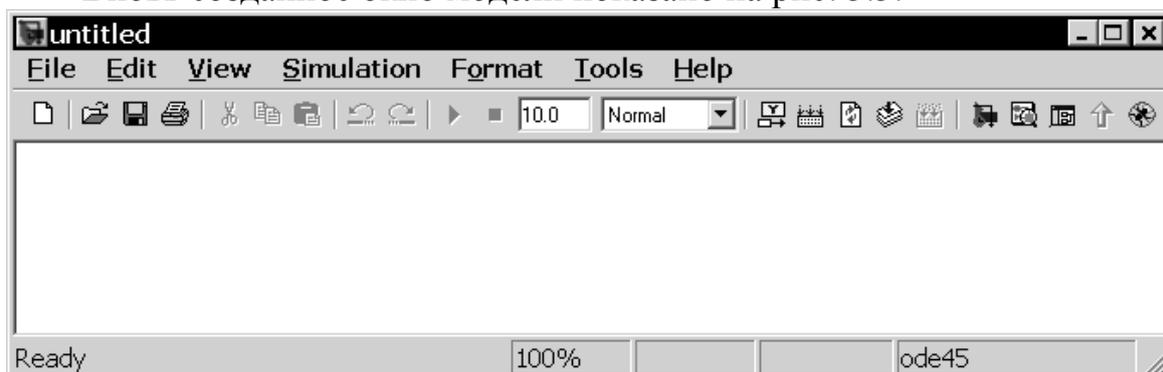


Рис. 5.5. Пустое окно модели

3. Расположить блоки в окне модели. Для этого необходимо открыть соответствующий раздел библиотеки. Далее, указав курсором на требуемый блок и нажав на левую клавишу мыши, «перетащить» блок в созданное окно. Клавишу мыши нужно держать нажатой. На рис. 5.6 показано окно модели, содержащее блоки. Для удаления блока необходимо выбрать блок (указать курсором на его изображение и нажать левую клавишу мыши), а затем нажать клавишу **Delete** на клавиатуре.

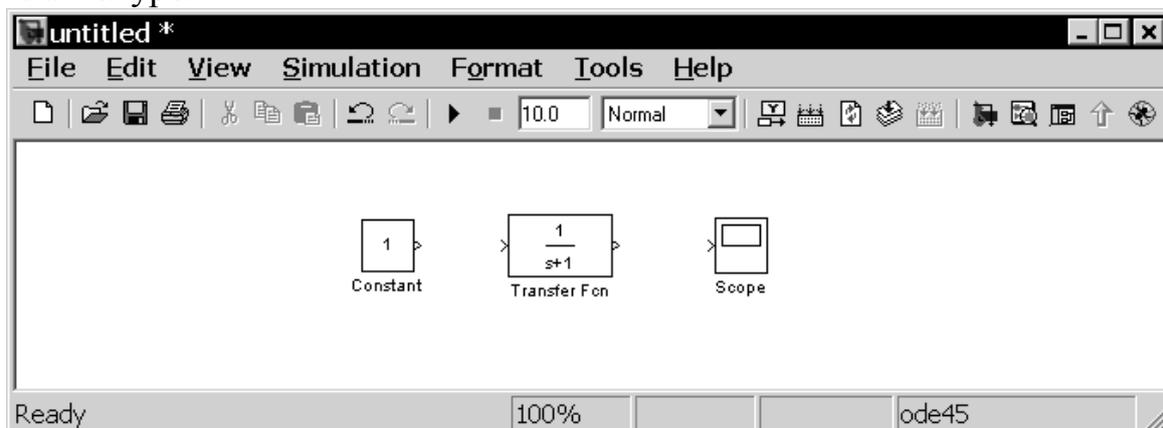


Рис. 5.6. Окно модели с блоками

Далее, если это требуется, нужно изменить параметры блока, установленные по умолчанию. Для этого необходимо дважды щелкнуть левой клавишей мыши, указав курсором на изображение блока. Откроется окно редактирования параметров данного блока. При вводе численных параметров следует иметь в виду, что в качестве десятичного разделителя должна использоваться точка, а не запятая. После внесения изменений нужно закрыть окно кнопкой **ОК**. Можно также, не закрывая окна, воспользоваться кнопкой **Apply** для сохранения изменений. На рис. 5.7 в качестве примера показаны блок, моделирующий передаточную функцию, и окно редактирования параметров данного блока.

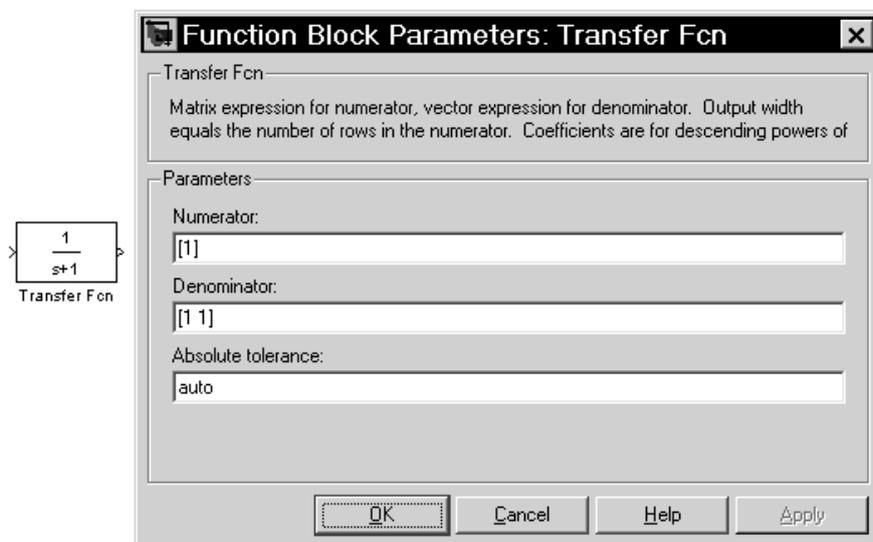


Рис. 5.7. Блок передаточной функции и его окно параметров

4. После установки на схеме всех блоков требуется выполнить соединение элементов схемы. Для этого необходимо указать курсором на «выход» блока, а затем нажать и, не отпуская левую клавишу мыши, провести линию к входу другого блока. После чего отпустить клавишу. Если соединение не создано, то линия связи будет пунктирной и иметь красный цвет. В случае правильного соединения линия связи будет сплошной. Для создания линии связи можно также выделить блок-источник сигнала, затем нажать клавишу **Ctrl** на клавиатуре и выделить блок-приемник. Для создания точки разветвления в соединительной линии нужно подвести курсор к предполагаемому узлу и, нажав правую клавишу мыши, протянуть линию. Для удаления линии требуется выбрать линию, а затем нажать клавишу **Delete** на клавиатуре. Схема модели, в которой выполнены соединения между блоками, показана на рис. 5.8.

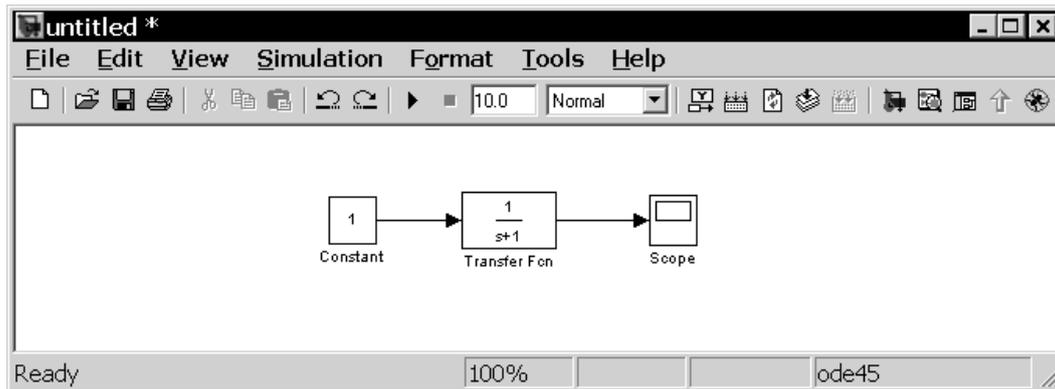


Рис. 5.8. Готовая модель

5. После составления расчетной схемы необходимо сохранить ее в виде файла на диске, выбрав пункт меню **File** ⇒ **Save As...** в окне схемы и указав папку и имя файла. Следует иметь в виду, что имя файла не должно превышать 64 символов, должно начинаться с буквы и содержать только алфавитно-цифровые символы латиницы и знак подчеркивания. Это же требование (за исключением длины названия) относится и к пути файла. При последующем редактировании схемы можно пользоваться пунктом меню **File** ⇒ **Save**. При повторных запусках программы SIMULINK загрузка схемы осуществляется с помощью меню **File** ⇒ **Open...** в окне обозревателя библиотеки или из командного окна системы MATLAB.

### 5.3. Состав библиотеки и основные особенности SimPowerSystems

Библиотека **SimPowerSystems** имеет восемь основных разделов:

- **Electrical Sources** – источники электрической энергии. В состав библиотеки входят источники постоянного и переменного напряжения и тока, управляемые источники напряжения и тока, а также трехфазные источники переменного напряжения.

- **Measurements** – измерительные и контрольные устройства. Библиотека содержит датчики тока и напряжения, блок измерения для трехфазных систем, мультиметр и измеритель полного сопротивления цепи (импеданса).

- **Elements** – электротехнические элементы. В библиотеке находится большой набор моделей пассивных электротехнических элементов: одно – и трехфазные RLC – цепи, трансформаторы, взаимдуктивность, грозозащитный разрядник и т. д.

- **Power Electronics** – устройства силовой электроники. В библиотеку включены модели силовых полупроводниковых элементов, диода, тиристора, IGBT–транзистора и тому подобных элементов.

Кроме того, в библиотеке находятся модель универсального моста и модель трехуровневого моста.

- **Machines** – электрические машины. В библиотеку входят различные модели машин постоянного и переменного тока, а также модели паровой и водяной турбин с регуляторами.

- **Phasor Elements** – модели устройств для расчета векторным методом.

- **Extra Library** – дополнительные электротехнические устройства. В данной библиотеке находятся модели дискретных и аналоговых элементов управления, в частности блоки управления полупроводниковыми выпрямителями и инверторами, различные фильтры, генераторы, таймеры и тому подобные устройства. Кроме того, в библиотеке находятся различные устройства для измерения, в частности блоки вычисления действующего и среднего значения сигнала, блок вычисления гармонического состава, блок вычисления активной и реактивной мощности и т. д. В библиотеке также есть раздел, где сведены все модели трехфазных элементов.

- **Libraries Application** – прикладные библиотеки. Библиотека включает модели элементов для конкретных отраслей электротехники, в частности модели электроприводов постоянного и переменного тока. Используя блоки из этих разделов, пользователь в состоянии за короткое время создать полноценную модель достаточно сложной электротехнической системы.

Создание SPS-модели ничем не отличается от создания модели на основе базовой библиотеки *Simulink*. Так же как и для обычной *Simulink*-модели (S-модели), необходимо выполнить расстановку блоков на схеме, задать их параметры, соединить блоки и установить параметры расчета модели в целом. Для SPS-моделей доступен ускоренный режим расчета и все возможности *Simulink*, включая набор инструментов *Simulink Performance Tools*, линейный анализ, отладчик и т. д. Однако SPS-модели имеют и некоторые особенности:

1. Входы и выходы SPS-блоков, в отличие от блоков *Simulink*, не показывают направление передачи сигнала, поскольку фактически являются эквивалентами электрических контактов. Таким образом, электрический ток может через вход или выход блока протекать в двух направлениях: как во внутрь блока, так и наружу.

2. Соединительные линии между блоками являются, по сути, моделями электрических проводов, по которым ток может протекать также в двух направлениях. В *Simulink*-моделях же информационный сигнал

распространяется только в одном направлении – от выхода одного блока ко входу другого.

3. Simulink-блоки и SimPowerSystems-блоки не могут быть непосредственно соединены друг с другом. Сигнал от S-блока можно передать к SPS-блоку через управляемые источники тока или напряжения, а наоборот – с помощью измерителей тока или напряжения.

4. При расчете схемы, содержащей нелинейные блоки, следует использовать методы:

- ode15s – многошаговый метод переменного порядка (от 1 до 5), использующий формулы численного дифференцирования;
- ode23t – метод трапеций с интерполяцией.

Эти методы дают наилучшие результаты по быстродействию.

#### 5.4. Создание SPS – модели

На рис. 5.9. приведена схема фильтра низких частот. Фильтр имеет следующие параметры:  $L1=50$  мГн,  $R1=1$  Ом,  $C1=10$  мкФ,  $L2=5$  мГн,  $R2=100$  Ом. Необходимо разработать для данной схемы модель, которая позволяла бы проанализировать временные функции напряжений на входе и выходе фильтра в режиме холостого хода и при наличии на выходе сопротивления  $R_n$

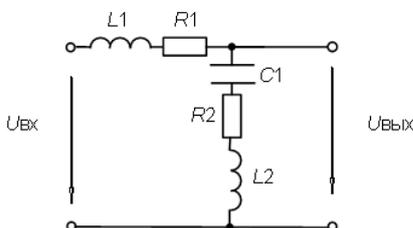


Рис. 5.9. Схема фильтра

На этапе подготовки модели, на рабочее поле из библиотеки блоков **SimPowerSystems / Elements / Series RLC Branch**, размещают последовательные R-L-C цепочки рис. 5.10.

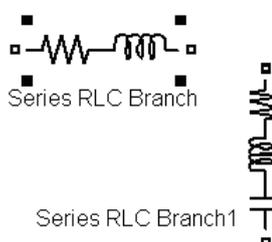


Рис. 5.10. Элементы схемы на рабочем поле на этапе подготовки модели

При этом если необходимо исключить какой-либо элемент из цепочки, то нужно в окне задания параметров, которое вызывают

двойным нажатием левой клавиши мышки, установить «inf» (бесконечность) для исключения емкости и «0» для исключения сопротивления и индуктивности рис. 5.11.

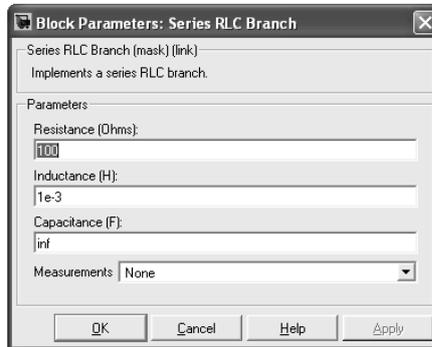


Рис. 5.11. Окно настройка параметров

В последних версиях системы *MATLAB/Simulink* в окне задания параметров предусмотрено удаление из выбранной цепочки необходимого пассивного элемента.

Затем подключают к схеме источник переменного напряжения, который находится в библиотеке **SimPowerSystems / Electrical Sources / AC Voltage Sources** и собирают схему (рис.5.12). При этом устанавливаются параметры источника питания (рис. 5.13)

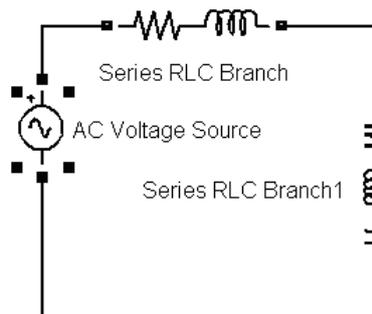


Рис. 5.12. Модель исследуемой схемы

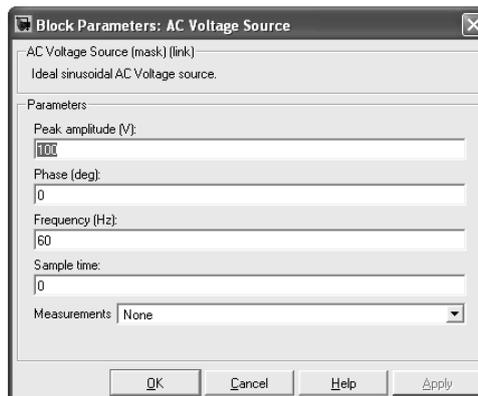


Рис. 5.13. Блок настройки параметров источника

Для визуализации процессов, протекающих в схеме, нужно установить измерительные приборы, которые находятся в библиотеке

**SimPowerSystems / Measurements / Voltage Measurement** и **SimPowerSystems / Measurements / Current Measurement**. С помощью первого прибора вольтметра измеряют напряжение, а вторым прибором измеряют ток.

В модели исследуемой схемы к вольтметру подсоединен осциллограф, который находится в библиотеке **Simulink / Sinks / Scope**. Таким образом модель фильтра с сопротивлением нагрузки  $R_n$  представлена на рабочем поле и имеет следующий вид (рис. 5.14).

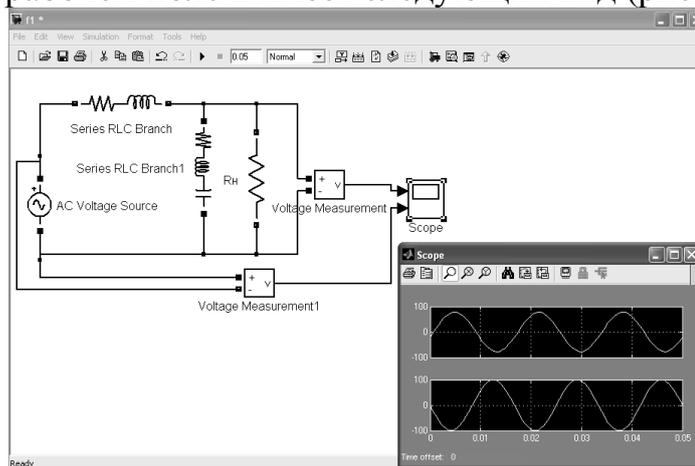


Рис. 5.14. Осциллограммы входного и выходного напряжений

Анализ осциллограмм показывает, что наблюдается фазовый сдвиг между входным и выходным напряжениями и уменьшение амплитуды выходного напряжения.

## 5.6. Лабораторный практикум по MatLAB/Simulink

В лабораторном практикуме по прикладному программному пакету *MatLAB* предусмотрено выполнение трех заданий.

Цель практикума обучить студентов следующему:

- Использовать среду моделирования *Simulink* для моделирования процессов в электрических цепях;
- Использовать готовые компоненты среды *Simulink* для создания S-моделей и SPS-моделей;
- Провести анализ влияния внутренних параметров моделей на процессы, протекающие в исследуемых объектах;

Результатом работы по лабораторному практикуму должен быть отчет. В отчете должны быть приведены результаты исследований и моделирования электрических схем замещения, доказывающие наличие выполненных заданий для самостоятельной работы.

Оформление отчета по лабораторному практикуму должно соответствовать требованиям СТО ТПУ 2.5. 01 – 2006 <http://tpu.ru/f/1941/stotpu2.5.01-2006.doc>

**Задание №1** Установка параметров расчета модели и настройка окна осциллографа.

1. Собрать схемы для настройки окна осциллографа.

Для этого необходимо запустить *MatLAB* и нажать на панели инструментов кнопку *Simulink*. В результате появится окно **Simulink Library Browser** (рис. 5.3), в котором раскроется список групп компонентов библиотеки. Создать новый файл модели можно с помощью команды **File** ⇒ **New** ⇒ **Model**. В результате появится окно редактирования модели (рис. 5.5).

В окне редактирования моделей можно помещать различные компоненты, предлагаемые библиотекой компонентов *Simulink*. Для примера, перетащите из библиотеки компонентов (группа *Simulink*) осциллограф (*Scope*, подгруппа *Sinks*) и генератор синусоидальных сигналов (*Sine Wave*, подгруппа *Sources*) и соедините их между собой (рис.5.15.).

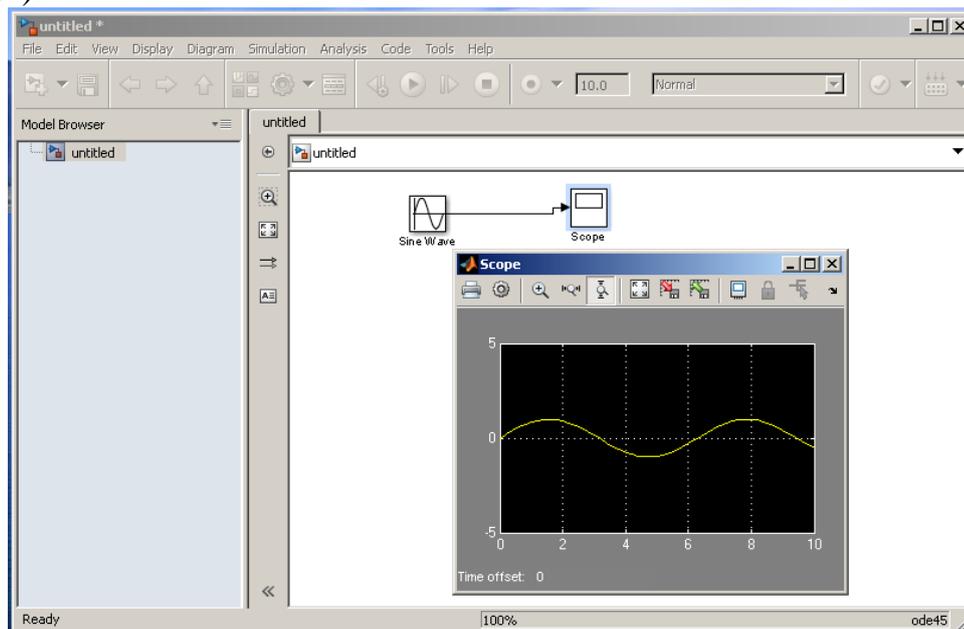


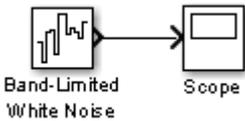
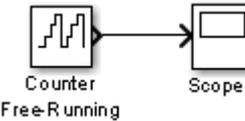
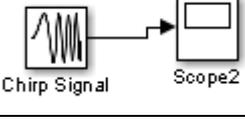
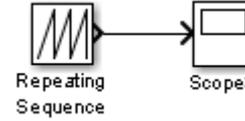
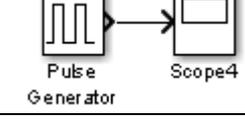
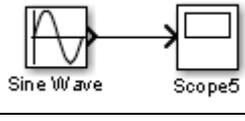
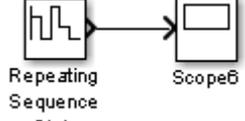
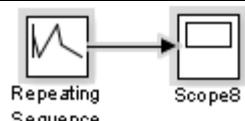
Рис. 5.15. Схема для настройки осциллографа

Варианты подключения осциллографов к источникам сигналов и установки параметров схемы приведены в таблице 5.1, в этой же таблице привести параметры настройки, полученные при снятии осциллограмм.

**В отчете привести схему и осциллограммы, полученные при двух или трех установках параметров настройки, и пояснить какие были проведены установки.**

Таблица 5.1

## Варианты исследуемых схем

№	Схема	Параметры настройки		
		амплитуда	Время счета	Шаг интегрирования
1	 Band-Limited White Noise Scope			
2	 Counter Free-Running Scope1			
3	 Chirp Signal Scope2			
4	 Repeating Sequence Scope3			
5	 Pulse Generator Scope4			
6	 Sine Wave Scope5			
7	 Repeating Sequence Stair Scope6			
9	 Uniform Random Number Scope7			
10	 Repeating Sequence Interpolated Scope8			
11	 Ramp Scope3			

**Методические указания к выполнению задания**

Задание параметров настройки схемы, модели для расчетов и исследования процессов в объекте выполняется на панели управления

меню **Simulation/Parameters**. Вид панели управления приведен на (рис. 5.16).

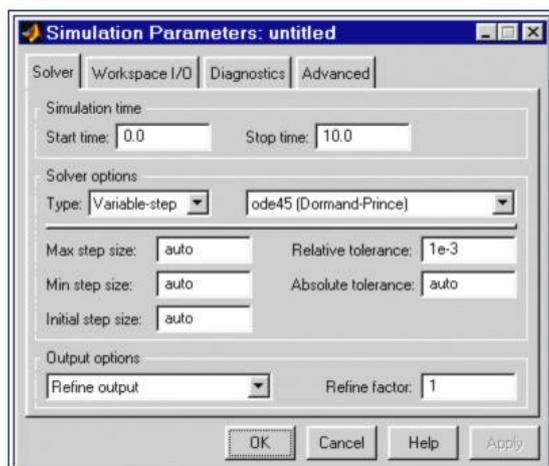


Рис. 5.16. Панель управления

Окно настройки параметров модели имеет 4 вкладки:

- **Solver (Расчет)** – Установка параметров расчета модели.
- **Workspace I/O (Ввод/вывод данных в рабочую область)** – Установка параметров обмена данными с рабочей областью **MATLAB**.
- **Diagnostics (Диагностика)** Выбор параметров диагностического режима.
- **Advanced (Дополнительно)** – Установка дополнительных параметров.

Установка параметров расчета модели выполняется с помощью элементов управления, размещенных на вкладке **Solver**. Эти элементы разделены на три группы (рис. 5.16): **Simulation time** (Интервал моделирования или, иными словами, время расчета), **Solver options** (Параметры расчета), **Output options** (Параметры вывода).

#### **Simulation time (Интервал моделирования или время расчета)**

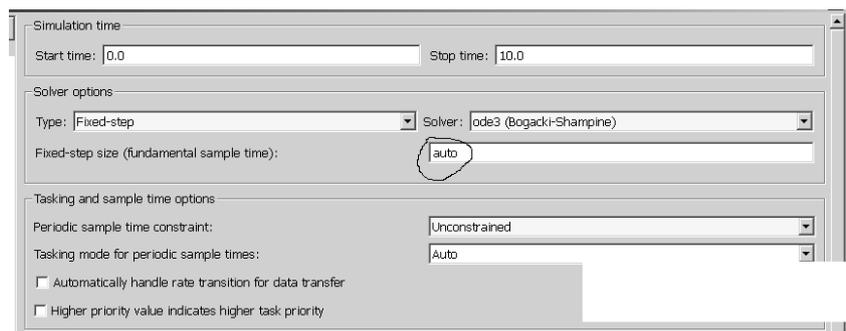
Время расчета задается указанием начального (**Start time**) и конечного (**Stop time**) значений времени расчета. Начальное время, как правило, задается равным нулю. Величина конечного времени задается пользователем исходя из условий решаемой задачи.

**Solver options (Параметры расчета)** При выборе параметров расчета необходимо указать способ моделирования (**Type**) и метод расчета нового состояния системы. Для параметра **Type** доступны два варианта – с фиксированным (**Fixed-step**) или с переменным (**Variable-step**) шагом. Как правило, **Variable-step** используется для моделирования непрерывных систем, а **Fixed-step** – для дискретных.

Список методов расчета нового состояния системы содержит несколько вариантов. Первый вариант (**discrete**) используется для

расчета дискретных систем. Остальные методы используются для расчета непрерывных систем. Эти методы различны для переменного (**Variable-step**) и для фиксированного (**Fixed-step**) шага времени, но, по сути, представляют собой процедуры решения систем дифференциальных уравнений. Подробное описание каждого из методов расчета состояний системы приведено во встроенной справочной системе **MATLAB**.

Ниже двух раскрывающихся списков **Type** находится область, содержимое которой меняется в зависимости от выбранного способа изменения модельного времени. При выборе **Fixed-step** в данной области появляется текстовое поле **Fixed-step size** (величина фиксированного шага) позволяющее указывать величину шага моделирования (рис. 5.17). Величина шага моделирования по умолчанию устанавливается системой автоматически (**auto**). Требуемая величина шага может быть введена вместо значения **auto** либо в форме числа, либо в виде вычисляемого выражения (то же самое относится и ко всем параметрам устанавливаемым системой автоматически).



*Текстовое поле для установки величины фиксированного шага*

### **Настройка окна осциллографа Scope**

Осциллограф Scope строит графики исследуемых сигналов в функции времени и позволяет наблюдать за изменениями сигналов в процессе моделирования. Изображение блока и окна для просмотра графиков показаны (рис. 5.18) .

Для того, чтобы открыть окно просмотра сигналов необходимо выполнить двойной щелчок левой клавишей “мыши” на изображении блока. Это можно сделать на любом этапе расчета (как до начала расчета, так и после него, а также во время расчета). В том случае, если на вход блока поступает векторный сигнал, то кривая для каждого элемента вектора строится отдельным цветом.

Настройка окна осциллографа выполняется с помощью панелей инструментов (рис. 5.19).

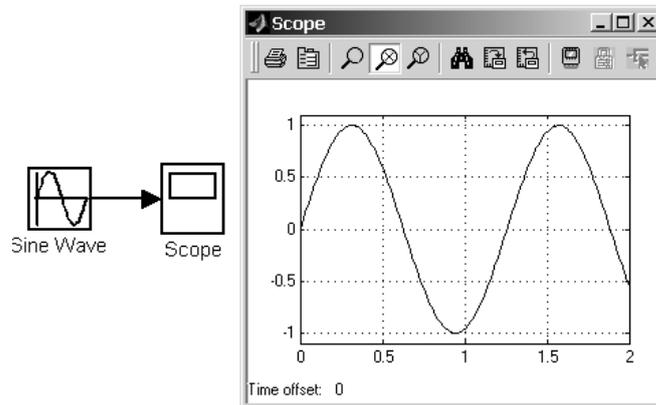


Рис. 5.18. Осциллограф Scope

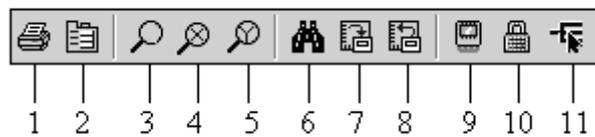


Рис. 5.19. Панель инструментов блока Scope

Панель инструментов содержит 11 кнопок:

1. **Print** – печать содержимого окна осциллографа.
2. **Parameters** – доступ к окну настройки параметров.
3. **Zoom** – увеличение масштаба по обеим осям.
4. **Zoom X-axis** – увеличение масштаба по горизонтальной оси.
5. **Zoom Y-axis** – увеличение масштаба по вертикальной оси.
6. **Autoscale** – автоматическая установка масштабов по обеим осям.
7. **Save current axes settings** – сохранение текущих настроек окна.
8. **Restore saved axes settings** – установка ранее сохраненных настроек окна.
9. **Floating scope** – перевод осциллографа в “свободный” режим.
10. **Lock/Unlock axes selection** – закрепить/разорвать связь между текущей координатной системой окна и отображаемым сигналом. Инструмент доступен, если включен режим **Floating scope**.
11. **Signal selection** – выбор сигналов для отображения. Инструмент доступен, если включен режим **Floating scope**.

### *Задание №2 Создание и исследование S – модели*

1. Создать новый файл модели с помощью команды **File** ⇒ **New** ⇒ **Model**, или используя кнопку  на панели инструментов.
2. В окне модели рис. 5.5 расположить блок **Constant** из библиотеки **Simulink / Commonly Used Blocks**, объект исследования

звено **Transfer Fcn** из библиотеки **Simulink/Continuous** и осциллографом **Simulink / Sinks / Scope**.

3. Схему модели, в которой выполнены соединения между блоками рис. 5.20 необходимо сохранить в виде файла на диске, выбрав пункт меню **File** ⇒ **Save As..** указав папку и имя файла.

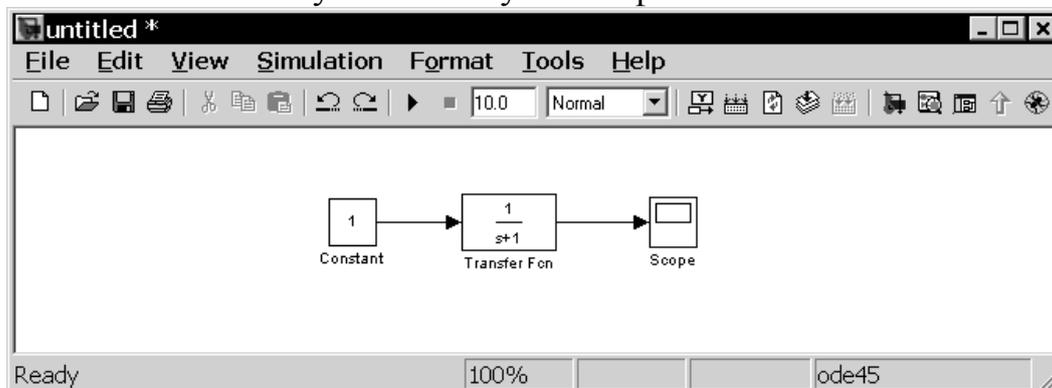


Рис. 5.20. Готовая модель

4. В общем случае передаточная функция звена **Transfer Fcn** имеет вид [1,3,4]

$$W(s) = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}, \quad (5.1)$$

где коэффициенты  $a_i$  следует вводить в поле **Numerator**, начиная с коэффициента  $a_m$  при старшей производной. Аналогично заполняется поле знаменателя передаточной функции **Denominator**, начиная с коэффициента  $b_n$ .

Для этого необходимо вызвать блок параметров данного звена двойным нажатием на его изображении. Окно настройки параметров звена **Transfer Fcn** имеет следующий вид (рис. 5.21).

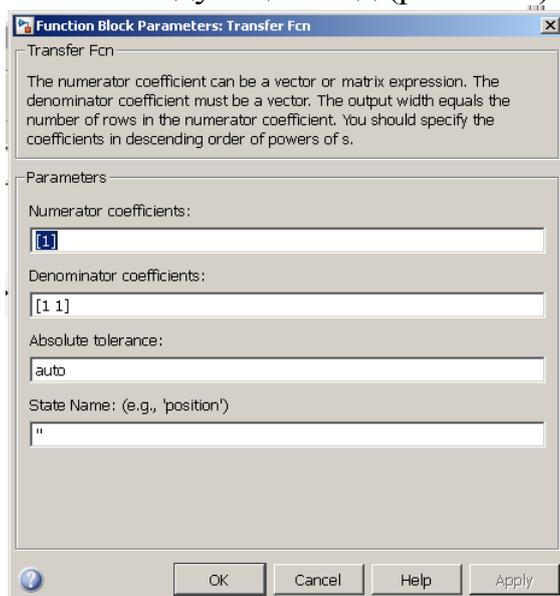


Рис. 5.21. Окно настройки параметров звена Transfer Fcn

При построении переходного процесса существенно влияет на результат выбор численного метода расчета (**Solver**), шаг расчета (**Relative tolerance**), начальное и конечное значения времени переходного процесса (**Start time, Stop time**). Рекомендуется устанавливать параметры как указано на рис.5.22.

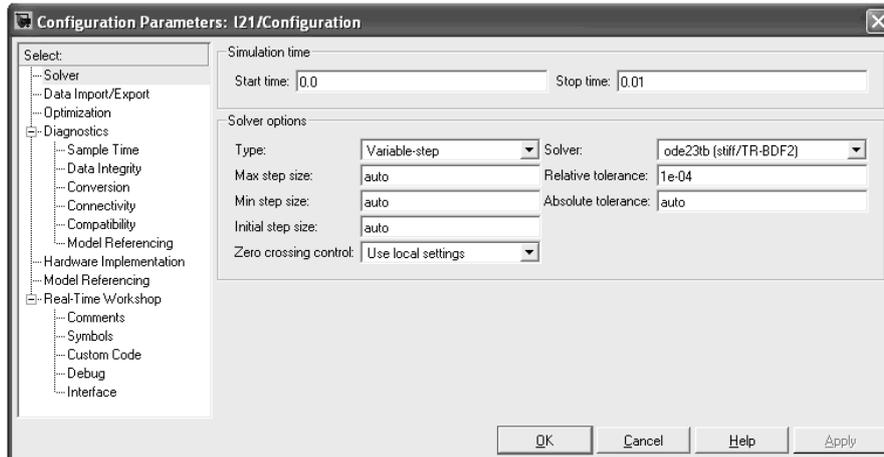


Рис. 5.22. Настройка параметров модели

5. Исходные данные для выполнения задания 2 приведены в таблице 5.2.

Исходные данные.				
№	Передаточные функции звеньев	Постоянные времени	Коэффициенты передачи	Изменение параметров
1	$k_1 \cdot \frac{1}{p(T_1 \cdot p + 1)}$	$T_1 = 0.36$	$k_1 = 10$	$k_1 = 5; 15.$
2	$k_2 \cdot \frac{1}{(T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1)}$	$T_1 = 0.036$ $T_2 = 0.36$	$k_2 = 16$	$k_2 = 10; 20.$
3	$k_3 \cdot \frac{1}{p \cdot (T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1)}$	$T_1 = 0.036$ $T_2 = 0.36$	$k_3 = 26$	$k_3 = 10; 30$
4	$k_4 \cdot \frac{1}{p \cdot (T^2 \cdot p^2 + 2\xi \cdot T \cdot p + 1)}$	$T = 0.016$ $\xi = 0.2$	$k_4 = 260$	$\xi = 0.4; 0.6.$
5	$k_5 \cdot \frac{1}{(T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1) \cdot (T \cdot p + 1)}$	$T_1 = 0.036$ $T_2 = 0.36$ $T = 0.016$	$k_5 = 160$	$T_2 = 0.5; 0.8$
6	$k_1 \cdot \frac{1}{p(T_1 \cdot p + 1)}$	$T_1 = 0.6$	$k_1 = 20$	$T_1 = 0.3; 0.8$

7	$k_2 \cdot \frac{1}{(T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1)}$	$T_1 = 0.036$ $T_2 = 0.36$	$k_2 = 30$	$T_2 = 0.3; 0.8$
8	$k_3 \cdot \frac{1}{p \cdot (T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1)}$	$T_1 = 0.036$ $T_2 = 0.36$	$k_3 = 46$	$T_1 = 0.03; 0.05$
9	$k_4 \cdot \frac{1}{p \cdot (T^2 \cdot p^2 + 2\xi \cdot T \cdot p + 1)}$	$T = 0.016$ $\xi = 0.2$	$k_4 = 26$	$T = 0.01; 0.06$
10	$k_5 \cdot \frac{1}{(T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1) \cdot (T \cdot p + 1)}$	$T_1 = 0.036$ $T_2 = 0.36$ $T = 0.016$	$k_5 = 16$	$T_2 = 0.3; 0.4$

### Ход выполнения задания

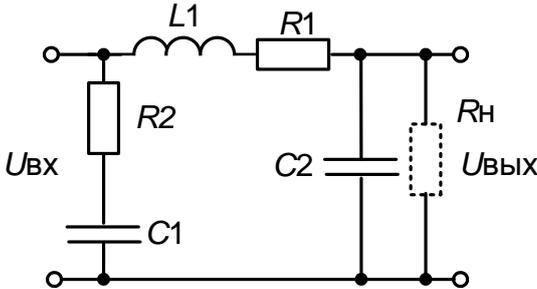
- Рассчитать коэффициенты  $a_i$  для *Numeratora* и  $b_i$  для *Denominatora* и настроить для расчета переходных характеристик;
- В среде MatLAB/Simulink получить графики переходных процессов для данных приведенных в табл. 5.2. (таких графиков должно быть три);
- Провести сравнительный анализ этих графиков по времени переходного процесса и построить зависимости  $t_{\text{пр}} = f(t)$ ;
- Сделать выводы по результатам исследований.

### Задание №3 Создание и исследование SPS – модели

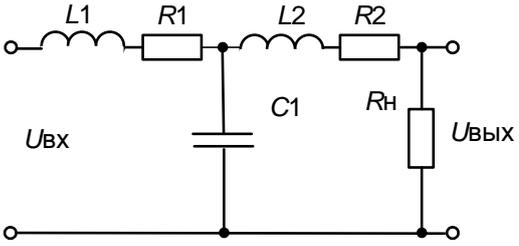
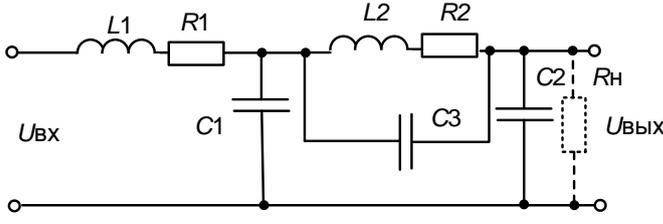
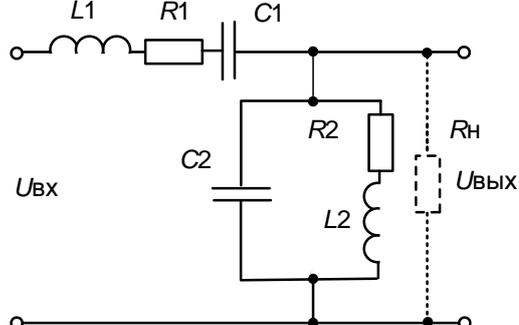
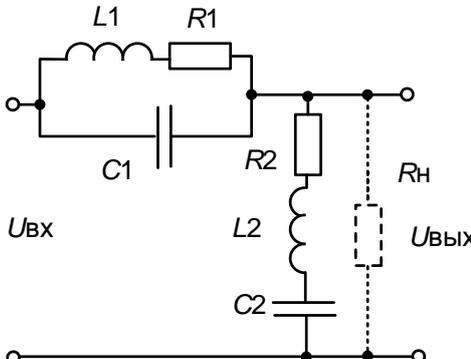
1. Создать новый файл модели с помощью команды **File** ⇒ **New** ⇒ **Model**, или используя кнопку  на панели инструментов.
2. В рабочем окне в соответствие с рекомендациями параграфа 4.5. настоящего пособия создать SPS – модель при переменном напряжении на входе схемы. ( $U = 220$  В,  $f = 50$  Гц.)
3. Данные для разработки модели приведены в табл. 5.3.

Таблица 5.3.

Исходные данные для SPS – модели

Вариант	Принципиальная схема	Параметры
1		$L1 = 5$ мГн, $R1 = 1$ Ом, $C1 = 1$ мкФ, $C2 = 10$ мкФ, $Rн = 1$ кОм, $R2 = 10$ Ом

2		$L1=5 \text{ мГн},$ $R1=1 \text{ Ом},$ $C1=1 \text{ мкФ},$ $L2=10 \text{ мГн},$ $R2=1 \text{ Ом},$ $R_H=4 \text{ кОм}$
3		$L1=50 \text{ мГн},$ $R1=1 \text{ Ом},$ $C1=10 \text{ мкФ},$ $L2=5 \text{ мГн},$ $R2=100 \text{ Ом},$ $R_H=2 \text{ кОм}$
4		$L1=5 \text{ мГн},$ $R1=1 \text{ Ом},$ $C1=100 \text{ мкФ},$ $L2=10 \text{ мГн},$ $R2=100 \text{ Ом},$ $L3=70 \text{ мкГн},$ $R3=100 \text{ Ом},$ $R_H=6 \text{ кОм}$
5		$L1=5 \text{ мГн},$ $R1=1 \text{ Ом},$ $C1=100 \text{ мкФ},$ $C2=50 \text{ мкФ},$ $C3=0.7 \text{ мкФ},$ $R_H=1 \text{ кОм},$ $R2=10 \text{ Ом}$
6		$L1=10 \text{ мГн},$ $R1=1 \text{ Ом},$ $C1=10 \text{ мкФ},$ $R_H=8 \text{ кОм}$

7		$L1=5 \text{ мГн},$ $R1=1 \text{ Ом},$ $C1=1 \text{ мкФ},$ $C2=10 \text{ мкФ},$ $L2=10 \text{ мГн},$ $R2=100 \text{ Ом},$ $Rн=10 \text{ кОм}$
8		$L1=3 \text{ мГн},$ $R1=1 \text{ Ом},$ $R2=100 \text{ Ом},$ $L2=10 \text{ мГн},$ $C1=10 \text{ мкФ},$ $C2=20 \text{ мкФ},$ $C3=0.1 \text{ мкФ},$ $Rн=5 \text{ кОм}$
9		$L1=40 \text{ мГн},$ $R1=1 \text{ Ом},$ $C1=100 \text{ мкФ},$ $L2=5 \text{ мГн},$ $R2=100 \text{ кОм},$ $C2=1 \text{ мкФ},$ $Rн=3 \text{ кОм}$
10		$L1=5 \text{ мГн},$ $R1=1 \text{ Ом},$ $C1=10 \text{ мкФ},$ $L2=10 \text{ мГн},$ $R2=100 \text{ Ом},$ $C2=0.1 \text{ мкФ},$ $R = Rн; R = 100$ $Rн=9 \text{ кОм}$

### Ход выполнения задания

- Получить осциллограммы напряжений на выходе источника питания и на выходе электрической схемы, на холостом ходу;
- Получить осциллограммы напряжений на выходе источника питания и на выходе электрической схемы, при работе на активную нагрузку при трех значения сопротивления нагрузки  $R = Rн; R = Rн; R = Rн;$

- Провести сравнительный анализ этих осциллограмм и сделать выводы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аристов А.В., Бурулько Л.К., Паюк Л.А. Математическое моделирование в электромеханике: учеб. пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2006. – 145 с.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи. Учебник для студентов электротехнических, энергетических и приборостроительных специальностей вузов. – М.: Высшая школа, 1978. – 528 с.
3. Бурулько Л.К. Математическое моделирование электромеханических систем: учебное пособие. Часть 1 Математическое моделирование преобразователей электрической энергии переменного тока. / Л.К. Бурулько – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2014. – 104 с.
4. Бурулько Л.К. Математическое моделирование электромеханических систем: Лабораторный практикум: учебное пособие. / Л.К. Бурулько – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2014. – 68 с.
5. Глазырин А.С. Методы и средства автоматизации профессиональной деятельности. Ч.1: учебное пособие /А.С. Глазырин, Д.Ю. Ляпунов, И.В. Слащев, С.В. Ляпушкин; под общ. Ред. А.С. Глазырина.– Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2007. – 199 с.
6. Глазырин А.С. Методы и средства автоматизации профессиональной деятельности. Ч.2: учебное пособие /А.С. Глазырин, Д.Ю. Ляпунов, И.В. Слащев, С.В. Ляпушкин; под общ. Ред. А.С. Глазырина.– Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2007. – 173 с.
7. Дьяконов В.П. *MathCAD 2000: учебный курс* – СПб.: Питер, 2001. – 592 с.

8. Дьяконов В.П. *MatLAB 6: учебный курс* – СПб.: Питер, 2001. – 592 с.
9. Дьяконов В.П. *Simulink - 4: Специальный справочник* – СПб.: Питер, 2002. – 528 с.
10. Дьяконов В. П. Новейшие информационные технологии. Достижения и люди / В. П. Дьяконов. — Москва: СОЛОН-Пресс, 2004. — 410 с.
11. Дьяконов В. П. *MATLAB R2006/2007/2008 + Simulink 5/6/7. Основы применения* / В. П. Дьяконов. — Москва: СОЛОН-Пресс, 2008. — 800 с.
12. Кирьянов Д.В. Самоучитель *MathCAD 13*. – СПб.: БХВ – Петербург, 2006. – 528 с.
13. Парфенов А.И., Лопарев А.В., Понамарев В.К. Применение *MathCAD* в инженерных расчетах: Учеб. пособие/ СПбГУАП. СПб., 2004. – 88 с.
14. Попов В.П. Основы теории цепей: Учебник для вузов. – Изд-во Высшая школа, 2012. – 635 с.
15. Рудникова Л.В. *Microsoft Excel для студентов*. – СПб.; БХВ – Петербург, 2007.– 368 с.
16. Арефьев В. П. *Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Учебное пособие* – Издательство ТПУ, Томск, 2010. – 92 с.