

УТВЕРЖДАЮ
Директор ФТИ ТПУ

_____ О. Ю. Долматов

«__» _____ 2014 г.

**БАЗОВАЯ РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
УНИФИЦИРОВАННОГО МОДУЛЯ (ДИСЦИПЛИНЫ)
МАТЕМАТИКА 2.1 _**

Направление (специальность) ООП

13.03.02	14.03.02	14.05.02	16.03.02	18.05.02	27.03.01
13.03.01	14.05.04	12.03.01	27.03.02	27.03.04	27.03.05
13.03.03	03.03.02	12.03.02	15.03.01	15.03.02	15.03.05
16.03.01	11.03.04	12.03.04	22.03.01	29.03.04	21.05.03

Номер кластера (для унифицированных дисциплин) **1**

Профиль(и) подготовки (специализация, программа)

Квалификация (степень) **бакалавр**

Базовый учебный план приема **2014** г.

Курс I семестр 2

Количество кредитов 6

Код дисциплины

Виды учебной деятельности	Временной ресурс по очной форме обучения
Лекции, ч	48
Практические занятия, ч	48
Лабораторные занятия, ч	0
Аудиторные занятия, ч	96
Самостоятельная работа, ч	120
ИТОГО, ч	216

Вид промежуточной аттестации _ ЭКЗАМЕН

Обеспечивающее подразделение _ ВММФ, ВМ

Заведующий кафедрой

Трифонов А.Ю.
Арефьев К.П._
(ФИО)

Руководитель ООП _____ (ФИО)

Преподаватель _____ (ФИО)

2014 г.

1. Цели освоения модуля (дисциплины) Математика 2.1

Целями освоения дисциплины в области обучения, воспитания и развития, соответствующие целям ООП, являются:

- подготовка в области основ математических и естественнонаучных знаний, получение высшего профессионально-профилированного (на уровне бакалавра), углубленного профессионального (на уровне магистра) образования, позволяющего выпускнику успешно работать в избранной сфере деятельности, обладать универсальными и предметно-специализированными компетенциями,
- формирование знаний о математике, как особом способе познания мира и образе мышления, общности её понятий и представлений,
- приобретение опыта построения математических моделей и проведения необходимых расчётов в рамках построенных моделей; употребления математической символики для выражения количественных и качественных отношений объектов,
- формирование социально-личностных качеств студентов: целеустремленности, организованности, трудолюбия, ответственности, гражданственности, коммуникативности, толерантности, повышение общей культуры, готовности к деятельности в профессиональной среде

2. Место модуля (дисциплины) в структуре ООП

Дисциплина **Математика 2.1** входит в базовую часть математического и естественнонаучного цикла объединенного блока образовательных программ М2. Эта дисциплина является необходимой для освоения остальных дисциплин математического и естественнонаучного цикла и дисциплин профессионального цикла ООП.

Для освоения модуля (дисциплины) необходимо **знать**:

- курс “Математика 1.1”

Параллельно с данным модулем (дисциплиной) могут изучаться дисциплины гуманитарного, социального и экономического цикла, дисциплины естественнонаучного цикла, профессионального цикла и цикл «Физическая культура».

3. Результаты освоения модуля (дисциплины) Математика 2.1

Согласно декомпозиции результатов обучения по ООП в процессе освоения дисциплины с учетом требований ФГОС, критериев АИОР, согласованных с требованиями международных стандартов *EURACE* и *FEANI*, а также заинтересованных работодателей планируются следующие результаты:

P1	Применять <i>глубокие</i> естественнонаучные, математические и инженерные <i>знания</i> для создания и обработки <i>новых</i> материалов
P5	Проводить теоретические и экспериментальные <i>исследования</i> в области современных технологий обработки материалов, нанотехнологий, создания <i>новых</i> материалов в <i>сложных</i> и <i>неопределенных</i> условиях
P11	<i>Самостоятельно</i> учиться и непрерывно <i>повышать квалификацию</i> в течение всего периода профессиональной деятельности

В результате освоения дисциплины **Математика 2.1** студент должен будет:

Знать

- место модуля среди других изучаемых дисциплин и его значение при изучении последующих курсов; (З-2.1)
- определение неопределенного интеграла и определенных интегралов, их физический и геометрический смысл, основные методы интегрирования; (З-2.2)
- определение несобственного интеграла I и II рода, сходимость несобственных интегралов; (З-2.3)
- определение двойного и тройного интеграла, их свойства и способы вычисления; (З-2.4)
- определение криволинейных и поверхностных интегралов, свойства и способы их вычисления; (З-2.5)
- основные понятия векторного анализа, формулы Грина, Остроградского-Гаусса и Стокса; (З-2.6)
- классификацию дифференциальных уравнений; (З-2.7)
- основные методы решения дифференциальных уравнений первого и высших порядков; (З-2.8)
- методы решения систем дифференциальных уравнений; (З-2.9)

Уметь

- интегрировать рациональные, простейшие иррациональные, тригонометрические функции и дифференциальный бином; (У-2.1)
- применять определенный интеграл при нахождении площади плоской фигуры, объема тела вращения, площади поверхности вращения; (У-2.2)
- вычислять и исследовать на сходимость несобственные интегралы; (У-2.3)
- вычислять двойные и тройные интегралы в декартовых координатах, осуществлять замену переменных в кратных интегралах; (У-2.4)
- вычислять криволинейные и поверхностные интегралы; (У-2.5)
- находить потенциал, работу и поток векторного поля; (У-2.6)
- определять тип дифференциального уравнения и выбирать метод его решения; (У-2.7)
- находить общее решение изученных дифференциальных уравнений, ставить и решать задачу Коши; (У-2.8)
- решать системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами; (У-2.9)
- работать с учебной и справочной литературой; (У-2.10)
- применять методы, изученные в курсе **Математика 2.1**, к решению инженерных, исследовательских и других профессиональных задач; (У-2.11)
- использовать полученные знания при усвоении учебного материала последующих дисциплин (У-2.12)

Владеть

- математической символикой для выражения количественных и качественных отношений объектов, (В-2.1)
- методами вычисления неопределенных и определенных интегралов; (В-2.2)
- методами вычисления кратных интегралов; (В-2.3)
- методами вычисления криволинейных и поверхностных интегралов; (В-2.4)
- методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений; (В-2.5)

4. Структура и содержание модуля (дисциплины) Математика 2.1

4.1. Наименование разделов модуля:

4.1.1. Неопределенный интеграл.

Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов. Непосредственное интегрирование. Метод замены переменной и метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных функций. Простейшие рациональные дроби и их интегрирование. Теорема о представлении правильной рациональной дроби в виде суммы конечного числа простейших дробей. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Интегрирование некоторых иррациональных функций. Подстановки Чебышева, Эйлера, тригонометрические.

4.1.2. Определенный интеграл.

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение интегральной суммы Римана. Понятие определенного интеграла, его геометрический и физический смысл. Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенного интеграла. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площадей плоских фигур в декартовой и полярной системах координат. Определение и вычисление длины дуги плоской кривой. Вычисление объемов тел. Общая схема применения определенного интеграла к решению прикладных задач. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Определение, свойства. Признаки сходимости интегралов от неотрицательных функций. Абсолютная и условная сходимость. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Теорема сравнения. Интеграл, зависящий от параметра.

4.1.3. Кратные интегралы.

Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла, геометрический и физический смысл. Теорема существования, свойства. Сведение двойного интеграла от непрерывной функции к повторному интегралу. Теорема о замене переменных в двойном интеграле. Задачи, приводящие к понятию тройного интеграла. Тройной интеграл, определение, свойства, вычисление в декартовой системе координат. Формулировка теоремы о замене переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты. Приложение кратных интегралов: вычисление объемов тел и площадей фигур, решение задач механики и физики.

4.1.4. Элементы векторного анализа.

Криволинейные интегралы по длине дуги. Определение, свойства, физический смысл, вычисление. Задача о вычислении работы силового поля. Определение, свойства и вычисление криволинейного интеграла по координатам. Теорема Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Отыскание функции по ее полному дифференциалу. Поверхностный интеграл по площади поверхности. Определение, формула для вычисления. Геометрический и физический смысл. Задача о вычислении потока векторного поля через поверхность. Определение, физический смысл, свойства и вычисление поверхностного интеграла по координатам. Теорема и формула Остроградского-Гаусса. Ориентация поверхности и направление обхода замкнутого контура. Теорема и формула Стокса. Векторное поле. Векторные линии. Оператор Гамильтона. Дифференциальные операции первого порядка в скалярном и векторных полях. Потенциальные поля. Теорема Гельмгольца. Дифференциальные операции второго порядка. Дивергенция векторного поля, ее физический смысл. Теорема о существовании и вычислении дивергенции. Свойства дивергенции, векторная запись формулы Остроградского-Гаусса. Соленоидальное поле. Векторная трубка. Основное свойство соленоидального векторного поля. Циркуляция и ротор векторного поля. Механический смысл ротора, его свойства. Векторная запись формулы Стокса. Интегро-дифференциальная форма уравнений электромагнитного поля.

4.1.5. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка.

Дифференциальные уравнения первого порядка: основные определения и понятия. Существование и единственность решения задачи Коши. Особые решения. Уравнения с разделяющимися переменными и уравнения, приводящиеся к ним. Однородные уравнения. Способ решения. Уравнения, приводящиеся к однородным. Линейные уравнения. Методы решения: метод Лагранжа, метод Бернулли. Уравнение Бернулли и методы решения. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Простейшие типы уравнений, не разрешенных относительно производной

4.1.6. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков и системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Дифференциальные уравнения высших порядков: основные понятия и определения. Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами, построение фундаментальной системы решений. Уравнение Эйлера. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с произвольной правой частью. Метод Лагранжа (вариации постоянных). Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами со специальной правой частью. Системы дифференциальных уравнений: основные определения и понятия. Методы последовательного исключения неизвестных и интегрирующих комбинаций. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Методы решения. Линейные неоднородные системы.

4.1. Структура дисциплины по разделам и формам организации обучения представлена в таблице 1.

Таблица 1.

Структура модуля (дисциплины) Математика 2.1 по разделам и видам учебной деятельности

Название раздела/ темы	Аудиторная работа (час)			СРС (час)	Колл, контр. р.	Итого
	Лекции	Практ./сем. Занятия	Лаб. Зан.			
Неопределенный интеграл	8	8	0	22	2	40
Определенный интеграл	6	5	0	18	1	30
Кратные интегралы	6	6	0	16	2	30
Элементы векторного анализа	12	6	0	20	2	40
Обыкновенные дифференциальные уравнения I порядка	6	5	0	18	1	30
Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков и системы обыкновенных дифференциальных уравнений	10	8	0	26	2	46
Итого	48	38	0	120	10	216

5. Образовательные технологии

Для успешного освоения дисциплины применяются как предметно — ориентированные технологии обучения (технология постановки цели, технология полного усвоения, технология концентрированного обучения), так и личностно — ориентированные технологии обучения (технология обучения как учебного исследования, технология педагогических мастерских, технология коллективной мыследеятельности, технология эвристического обучения) которые обеспечивают достижение планируемых результатов обучения согласно основной образовательной программе.

Перечень методов обучения и форм организации обучения представлен в таблице 2.

Таблица 2.

Методы и формы организации обучения

Методы	ФОО	Лекц.	Пр. зан./сем.	Тр. *, Мк**	СРС
ИТ-методы					
Работа в команде			х		х
Case-study					
Игра					
Методы проблемного обучения			х	х,х	х
Обучение на основе опыта	х	х	х	х,х	х
Опережающая самостоятельная работа				х,х	х
Проектный метод					
Поисковый метод	х	х	х	х,х	х
Исследовательский метод	х	х	х	х,х	х

6. Организация и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

6.1. Общий объем самостоятельной работы студентов по дисциплине включает две составляющие: текущую СРС и творческую проектно-ориентированную СР (ТСР).

6.1.1. *Текущая СРС* направлена на углубление и закрепление знаний студентов, развитие практических умений и представляет собой:

- работа с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий
- опережающая самостоятельная работа;
- изучение тем, вынесенных на самостоятельную проработку;
- подготовка к практическим и семинарским занятиям;
- подготовка к контрольной работе и коллоквиуму, к зачету, к экзамену

6.1.2. *Творческая проектно-ориентированная самостоятельная работа (ТСР)*, ориентирована на развитие интеллектуальных умений, комплекса общекультурных и профессиональных компетенций, повышение творческого потенциала студентов и представляет собой:

- выполнение расчетно-графических работ;
- участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах;

6.2. Содержание самостоятельной работы студентов по дисциплине

6.2.1. *Темы индивидуальных заданий:*

1. Неопределенный интеграл.
2. Определенный интеграл.
3. Кратные интегралы
4. Криволинейные и поверхностные интегралы.
5. Элементы векторного анализа.
6. Дифференциальные уравнения и системы.

6.2.2 Темы работ выносимые на самостоятельную проработку:

1. Подстановки Эйлера.
2. Интеграл, зависящий от параметра.
3. Интегро-дифференциальная форма уравнений электромагнитного поля..

6.3 Контроль самостоятельной работы

Контроль СРС студентов проводится путем проверки работ, предложенных для выполнения в качестве домашних заданий согласно разделу 6.2. и рейтинг-плану освоения дисциплины. Одним из основных видов контроля СРС является защита индивидуальных домашних заданий. Наряду с контролем СРС со стороны преподавателя предполагается личный самоконтроль по выполнению СРС со стороны студентов.

6.4 Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Для организации самостоятельной работы студентов рекомендуется использование литературы и Internet-ресурсов согласно перечню раздела 9. **Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.**

7. Средства (ФОС) текущей и итоговой оценки качества освоения модуля (дисциплины).

7.1. Текущий контроль. Средствами оценки текущей успеваемости студентов по ходу освоения дисциплины являются:

7.1.1. Перечень вопросов, ответы на которые дают возможность студенту продемонстрировать, а преподавателю оценить степень усвоения теоретических и фактических знаний на уровне знакомства

- Понятие неопределенного интеграла.
- Свойства неопределенного интеграла.
- Методы интегрирования: метод подведения под знак дифференциала, метод подстановки.
- Интегрирование по частям, основные классы функций, интегрируемых по частям.
- Интегрирование интегралов вида $\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$, $\int \frac{Ax + B}{ax^2 + bx + c} dx$,
 $\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$, $\int \frac{(Ax + B) dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$.
- Интегрирование рациональных функций. Разложение правильной дроби на простейшие.
- Интегрирование простейших дробей. Рекуррентная формула.
- Интегрирование дробно-линейных иррациональностей.
- Интегрирование дифференциальных биномов (Теорема Чебышева).
- Нахождение интегралов вида $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$ при помощи тригонометрических подстановок.
- Интегралы вида $\int R(\sin x, \cos x) dx$. Универсальная тригонометрическая подстановка.
- Нахождение интегралов вида $\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$.
- Интегралы вида $\int R(\sin x, \cos x) dx$. Частные тригонометрические подстановки.

- “Неберущиеся” интегралы.
- Задача о вычислении площади криволинейной трапеции. Понятие определенного интеграла. Суммы Римана.
- Классы интегрируемых функций.
- Свойства определенного интеграла.
- Теоремы об оценке определенного интеграла. Теорема о среднем.
- Интеграл с переменным верхним пределом.
- Формула Ньютона-Лейбница .
- Методы интегрирования определенных интегралов: метод подстановки и метод интегрирования по частям.
- Учет симметрии функций в определенном интеграле. (Четность, нечетность, периодичность).
- Несобственные интегралы I рода (интегралы с бесконечными пределами). Определение, геометрический смысл.
- Несобственные интегралы II рода (интегралы от неограниченных функций). Определение, геометрический смысл.
- Признаки сходимости несобственных интегралов I рода.
- Признаки сходимости несобственных интегралов II рода.
- Абсолютная сходимость несобственных интегралов.
- Приложение определенного интеграла для вычисления площадей фигур в декартовой и полярной системах координат.
- Приложение определенного интеграла для вычисления объема тела вращения, работы переменной силы, длины дуги кривой.
- Определение двойного и тройного интегралов. Их геометрический и физический смысл.
- Основные свойства двойных и тройных интегралов.
- Теорема о среднем для двойного и тройного интегралов.
- Сведение двойного интеграла к повторному.
- Замена переменных в двойном интеграле.
- Якобиан, его геометрический смысл.
- Двойной интеграл в полярных координатах.
- Тройной интеграл в цилиндрических координатах.
- Тройной интеграл в сферических координатах.
- Скалярное поле. Производная по направлению.
- Градиент, его свойства. Инвариантное определение градиента.
- Векторное поле. Поток векторного поля через поверхность, его физический смысл.
- Формула Остроградского.
- Дивергенция векторного поля, ее физический смысл. Инвариантное определение дивергенции. Свойства дивергенции.
- Соленоидальное поле, его основные свойства.
- Криволинейный интеграл по длине дуги, его свойства и физический смысл.
- Криволинейный интеграл по координатам, его свойства и физический смысл
- Циркуляция векторного поля, ее гидродинамический смысл.
- Формула Стокса.
- Ротор векторного поля, его свойства. Инвариантное определение ротора.
- Условия независимости криволинейного интеграла от формы пути интегрирования.
- Потенциальное поле. Условия потенциальности.
- Понятие поверхностного интеграла 1-го рода.

- Понятие поверхностного интеграла 2-го рода.
- Дайте определение дифференциального уравнения первого порядка, его частного и общего решения.
- Что такое задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка?
- Какие обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка называются уравнениями с разделёнными и с разделяющимися переменными? Как они решаются?
- Какие обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка называются однородными? Как они решаются?
- Какие обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка называются линейными? Перечислите методы решения
- Как решается уравнение Бернулли?
- Какие обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка называются уравнениями в полных дифференциалах? Как они решаются?
- Что такое задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков? Когда она имеет единственное решение?
- Перечислите основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка.
- Дайте определение линейного дифференциального уравнения n -го порядка. Перечислите основные свойства частных решений однородного уравнения.
- Сформулируйте теоремы о вронскиане.
- Сформулируйте теорему о структуре общего решения неоднородного линейного дифференциального уравнения
- В чем состоит метод Лагранжа отыскания частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения?
- Схема построения фундаментальной системы решений однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами
- Перечислите методы отыскания частных решений неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами
- Дайте определение нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений n -го порядка. Сформулируйте задачу Коши для такой системы.
- Изложите методы исключения и характеристического уравнения отыскания общего решения системы линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами.

7.1.2. *Индивидуальные задания*

Пример варианта индивидуальных заданий.

- | | |
|---|---|
| 1. $\int \frac{\sin x}{7 + 3 \cos^2 x} dx$ | 2. $\int \frac{x + \operatorname{arctg}^3 x}{1 + x^2} dx$ |
| 3. $\int \frac{dx}{x(3 + 7 \ln x)^4}$ | 4. $\int \frac{5^{\arcsin x}}{\sqrt{1 - x^2}} dx$ |
| 5. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1 + \sqrt{x})}$ | 6. $\int \frac{81^x - 3^x}{9^x} dx$ |
| 7. $\int \frac{e^{2x} dx}{e^{4x} - 5}$ | 8. $\int \frac{1 - 2x}{\sqrt{1 + 4x^2}} dx$ |
| 9. $\int e^x \left(2 - \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} \right) dx$ | 10. $\int (3 - 2x)^7 dx$ |
| 11. $\int \operatorname{arctg} x dx$ | 12. $\int (3x - 5) \cos x dx$ |
| 13. $\int x^2 \cdot e^{-3x} dx$ | 14. $\int (x + 2) \cdot \ln^2 x dx$ |
| 15. $\int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1 - x}} dx$ | 16. $\int \sin(\ln x) dx$ |
| 17. $\int \frac{dx}{x^2 + 3x + 5}$ | 18. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 6x - 7}}$ |
| 19. $\int \frac{(x - 8) dx}{\sqrt{3 + 2x - x^2}}$ | 20. $\int \frac{(3x - 1) dx}{4x^2 - 4x + 7}$ |
| 21. $\int \frac{3x^3 + x^2 + 5x + 1}{x^3 + x} dx$ | 22. $\int \frac{dx}{x^4 - x^2}$ |
| 23. $\int \frac{(x + 2) dx}{x^3 - 2x^2 + 2x}$ | 24. $\int \frac{x^2 - x}{(x + 3)^3} dx$ |
| 25. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x - 2}}$ | 26. $\int \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} dx$ |
| 27. $\int \frac{(x + 2)^2}{\sqrt{x - 1}} dx$ | 28. $\int \sqrt[3]{x} (1 - \sqrt[3]{x})^3 dx$ |
| 29. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{1 - x^2}}$ | 30. $\int \frac{dx}{x^4 \cdot \sqrt{1 + x^2}}$ |
| 31. $\int \frac{dx}{\cos^3 x \sin^3 x}$ | 32. $\int \frac{dx}{3 \cos^2 x - 5 \sin^2 x}$ |
| 33. $\int \sin 5x \cos 3x dx$ | 34. $\int \operatorname{tg}^3 x dx$ |
| 35. $\int \cos^4 \frac{x}{3} dx$ | 36. $\int \frac{dx}{4 + 5 \sin x}$ |
| 37. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$ | 38. $\int \frac{dx}{e^x + 3}$ |
-

1. Вычислить определённые интегралы

$$1) \int_0^1 \frac{2^{\arctan x}}{1+x^2} dx \quad 2) \int_{-1}^3 \ln(2x^2+3) dx \quad 3) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x-x^2+2}}$$

$$4) \int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{\cos^5 x}{\sin^4 x} dx \quad 5) \int_2^3 \frac{x+2}{x^2(x+1)} dx \quad 6) \int_1^3 \frac{dx}{x^2 \sqrt{9+x^2}}$$

2. Найти среднее значение функций в указанных интервалах

$$1) y = \cos^3 x, \quad [0; \pi/4], \quad 2) y = \frac{1}{\sqrt[3]{3-4x}}, \quad [-3/4; 0]$$

3. Оценить значения интегралов

$$1) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}} \quad 2) \int_3^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{\ln x}}$$

4. Исследовать на сходимость несобственные интегралы

$$1) \int_0^{\infty} x \sin x dx \quad 2) \int_0^{\pi/6} \frac{\cos 3x dx}{\sqrt{(1-\sin 3x)^5}}$$

$$3) \int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{2x^6+3x^2+5}} \quad 4) \int_0^1 \frac{dx}{e^{\sqrt{x}}-1}$$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$1) \begin{cases} y = x^2, \\ y - x = 2. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \rho = \cos \varphi, \\ \rho = 2 \cos \varphi. \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x = 9(t - \sin t), \\ y = 9(1 - \cos t), \\ y = 0, \quad 0 \leq t \leq 2\pi. \end{cases}$$

6. Найти объёмы тел, образованных вращением фигур, ограниченных указанными линиями: 1) – вокруг оси OX, 2) – вокруг оси OY :

$$1) \begin{cases} x = \sqrt[3]{y-2}, \\ y = 1, \quad x = 1. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = 3 \sin t. \end{cases}$$

7. Вычислить длины дуг линий

$$1) L : \begin{cases} y = 1 - \ln(\cos x), \\ 0 \leq x \leq \pi/6. \end{cases} \quad 2) L : \begin{cases} y = 2(\cos t + t \sin t), \\ x = 2(\sin t - t \cos t), \quad 0 \leq t \leq \pi. \end{cases}$$

8. Определить работу, затрачиваемую на перенос электрического заряда q из бесконечности в точку $A(0;1)$ электрического поля заряда Q , сосредоточенного в начале координат.

Кратные интегралы

1. В двойном интеграле $\iint_{(D)} f(x; y) dx dy$ перейти к повторному и расставить пределы интегрирования по области (D), ограниченной линиями:

$$\begin{aligned} 1) & x^2 = y + 2, \quad x^2 + y = 0. \\ 2) & y = x^{2/3}, \quad y = 1 - \sqrt{4x - x^2 - 3}, \quad y = 0. \end{aligned}$$

2. Изменить порядок интегрирования в интеграле

$$J = \int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy.$$

3. Перейти к полярным координатам и вычислить

$$\iint_{(D)} (x^2 + y^2) dx dy, \quad D : \{(x^2 + y^2)^2 \leq (x^2 - y^2)\}.$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$\begin{aligned} 1) & y = \cos x; \quad y = \sin x; \quad (x \geq 0). \\ 2) & x^2 + y^2 = 1; \quad x + y = 1; \quad (x > 0; \quad y > 0). \end{aligned}$$

5. Вычислить массу пластинки, занимающей область (D), при заданной поверхностной плотности $\delta(x; y)$

$$\begin{aligned} 1) & D : \{y \geq -x; \quad y \geq x, \quad 0 \leq y \leq 1\}, \quad \delta(x; y) = \sqrt{1-y}. \\ 2) & D : \{x^2 + y^2 \leq 9, \quad -x \leq y \leq x\}, \quad \delta(x; y) = x y^2. \end{aligned}$$

6. Записать тройной интеграл $\iiint_{(V)} f(x; y; z) dx dy dz$

в виде повторного и расставить пределы интегрирования по области (V), ограниченной поверхностями:

$$\begin{aligned} 1) & x = 2, \quad y = 4x, \quad y = 3\sqrt{x}, \quad z = 4, \quad z \geq 0. \\ 2) & z = 2(x^2 + y^2), \quad z = 4 - 2(x^2 + y^2). \end{aligned}$$

7. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

$$\begin{aligned} 1) & z = 4 - x^2, \quad y = 5, \quad y = 0, \quad z = 0. \\ 2) & z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}, \quad y = x/\sqrt{3}, \quad y = x, \quad z = 0, \quad (x > 0, \quad y > 0). \end{aligned}$$

8. Вычислить массу тела, занимающего область

$$V : \{2\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2, \quad -y \leq x \leq y\},$$

если задана объемная плотность $\gamma(x; y; z) = y\sqrt{x^2 + y^2}$.

1. Вычислить криволинейный интеграл $\int_{(L)} (x^2 + y^2)^{-3/2} dl$,
где L – часть спирали $\rho \cdot \varphi = 1$, $\varphi \in [\sqrt{3}; 2\sqrt{2}]$.
 2. Найти массу линии $\begin{cases} x = \ln(1 + t^2) \\ y = 2\operatorname{arctg} t - t, \end{cases}$ где $t \in [0; 1]$,
если линейная плотность $\delta(x; y) = y \cdot e^{-x}$.
 3. Найти координаты центра тяжести дуги однородной кривой $y = 0,5(e^x + e^{-x})$ при условии, что $-1 \leq x \leq 1$.
 4. Вычислить $\iint_{(S)} z d\sigma$, где (S) – часть плоскости $z = x$, ограниченной плоскостями $x + y = 1$, $y = 0$, $z = 0$.
 5. Найти площадь части конической поверхности $x^2 + y^2 = z^2$, вырезанной цилиндром $x^2 + y^2 = 2x$.
 6. Найти массу части сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $x \geq 0$, $y \geq 0$; $z \geq 0$,
если поверхностная плотность $\delta(x; y; z) = xz$.
 7. Вычислить $\int_{(L)} (1 - x^2)y dx + x(1 + y^2) dy$, где L – окружность $x^2 + y^2 = 4$, пробегаемая в положительном направлении.
 8. Доказать, что выражение $(x^2 + 2xy - y^2) dx + (x^2 - 2xy - y^2) dy$ является полным дифференциалом функции $U(x; y)$, и найти эту функцию.
 9. Вычислить $\iint_{(S)} x dy dz$, где (S) – внутренняя часть поверхности $x^2 + y^2 = 1 - z$ (во втором октанте).
 10. Вычислить $\iint_{(S)} xz dydz + xy dx dz + yz dx dy$, где (S) – внешняя сторона поверхности, расположенной в первом октанте и составленной из цилиндра $x^2 + y^2 = 9$ и плоскостей $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $z = 2$.
-

Скалярное и векторное поле

1. Найти работу силового поля $\vec{F} = (x^2 + 2y) \cdot \vec{i} + (y^2 - 2x) \cdot \vec{j}$ вдоль дуги кривой $L: y = 2 - \frac{x^2}{8}$, между точками $A(-4; 0)$ и $B(0; 2)$.
 2. Найти работу силового поля $\vec{F} = z \cdot \vec{i} - x \cdot \vec{j} + y \cdot \vec{k}$ вдоль дуги кривой $L: x = 3 \cos t, y = 4, z = 3 \sin t, t \in [0; \pi/2]$.
 3. Найти поток векторного поля \vec{A} через поверхность S в сторону внешней нормали
 - 1) $\vec{A} = \{2x; y; -3z\}$, S — часть плоскости $x + y + z = 1$, вырезанной координатными плоскостями.
 - 2) $\vec{A} = (3z^2 + x) \cdot \vec{i} + e^x \cdot \vec{j} + e^y \cdot \vec{k}$, S — полная поверхность конуса $x^2 + y^2 = z^2, z = 4$.
 - 3) $\vec{A} = x^2 \cdot \vec{i} + x \cdot \vec{j} + xz \cdot \vec{k}$, S — полная поверхность четверти параболоида $x^2 + y^2 = z, z = 1, x = 0, y = 0$.
 4. Найти модуль циркуляции векторного поля \vec{A} вдоль контура L
 - 1) $\vec{A} = \{y^2; (x + y)^2\}$,
 L — контур треугольника $\triangle ABC$ с вершинами в точках $A(2; 0), B(2; 2), C(0; 2)$.
 - 2) $\vec{A} = yz \cdot \vec{i} + 2xz \cdot \vec{j} + zy \cdot \vec{k}$, L — линия пересечения полусферы $z = \sqrt{25 - x^2 - y^2}$ и цилиндра $x^2 + y^2 = 9$.
 5. Проверить, будет ли векторное поле $\vec{A} = \{2x + ze^x; 2y; e^z - 2z\}$ потенциальным. В случае положительного ответа найти его потенциал.
 6. Построить линии уровня скалярного поля $U(x; y) = y - \sqrt{x} + 2$.
 7. Найти производную скалярного поля $U(x; y; z) = 4 \ln(3 + x^2) - 8xyz$ в точке $M_0(1; 1; 1)$ в направлении вектора $\vec{a} = \{4; -2; 3\}$.
 8. Найти величину и направление вектора наибольшей скорости изменения температурного поля $T(x; y; z) = (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}$ в точках $M_1(1; 1; 1)$ и $M_2(0; -2; -1)$.
-

1. Найти общие решения уравнений первого порядка

- 1) $y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{\sin(y/x)}$.
- 2) $y' + y \cos x = \cos x$.
- 3) $y' + y = x\sqrt{y}$.
- 4) $\frac{e^{-x^2} dy}{x} + \frac{dx}{\cos^2 y} = 0$.
- 5) $(3x^2 + 6xy^2) dx + (6x^2y + 4y^3) dy = 0$.
- 6) $2(4y^2 + 4y - x) y' = 1$.

2. Найти частные решения уравнений

- 1) $\sqrt{y^2 + 1} dx = x y dy, \quad y(1) = 0$.
- 2) $(x - y) dx + (x + y) dy = 0, \quad y(1) = 1$.
- 3) $xy' - 2y = 2x^4, \quad y(1) = 0$.
- 4) $y' + xy = (1 + x) e^{-x} \cdot y^2, \quad y(0) = 1$.

3. Найти решения уравнений высшего порядка

- 1) $2xy'y'' = y'^2 - 1$.
- 2) $y'' = y' e^y, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$.
- 3) $y'' \cos^2 x = 1$.
- 4) $y'' + y' = \cos x$.
- 5) $y'' + y = \frac{2 + \cos^3 x}{\cos^2 x}$.
- 6) $y'' + 2y' + y = x e^x + \frac{1}{x e^x}$.
- 7) $y'' + 2y' + y = (12x - 10) e^{-x}$.
- 8) $y'' - 3y' = 2 \sin 3x - \cos 3x$.
- 9) $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = (16 - 12x)e^{-x}$.
- 10) $y''' + 3y'' + 2y' = 1 - x^2$.
- 11) $x^2 y'' + xy' + y = 0$,
- 12) $x^2 y'' - 6y = 12 \ln x$.
- 13) $\ddot{x} + 2\dot{x} + 5x = -8e^{-t} \sin 2t, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = 6$.
- 14) $\ddot{x} - 6\dot{x} + 25x = 9 \sin 4t - 24 \cos 4t, \quad x(0) = 2, \quad \dot{x}(0) = -2$.

4. Найти решения линейных систем

- 1) $\begin{cases} \dot{x} = -8x + 4y \\ \dot{y} = 3x - 4y \end{cases}$.
 - 2) $\begin{cases} \dot{x} = 6x + 5y \\ \dot{y} = -x + 2y \end{cases}, \quad \begin{matrix} x(0) = 0 \\ y(0) = 1 \end{matrix}$.
 - 3) $\begin{cases} \dot{x} = 5x - 2y \\ \dot{y} = 2x + y \end{cases}$.
 - 4) $\begin{cases} \dot{x} = 6x + 4y + 2t \\ \dot{y} = -x + 10y - 1 \end{cases}$.
-

7.2. Рубежный контроль. Данный вид контроля производится на основе баллов, полученных студентом при выполнении контрольных и индивидуальных заданий. Данный вид деятельности оценивается отдельными баллами в рейтинг-листе.

Образцы контрольных заданий

**Контрольная работа №1 по теме «Неопределенный интеграл»
ВАРИАНТ №1**

$$\begin{array}{lll}
 1. \int \frac{xdx}{\sqrt{2x^2+3}} & 2. \int \frac{\sin 3xdx}{\sqrt[3]{\cos^4 3x}} & 3. \int \frac{dx}{\arctg x(1+x^2)} \\
 4. \int \frac{e^{2x} dx}{e^{2x}+2} & 5. \int x\sqrt{1-x^2} dx & 6. \int (1+x)\sin 2x dx \\
 7. \int \frac{xdx}{(x+1)(x+3)(x+5)} & 8. \int \frac{\sin^4 x}{\cos^6 x} dx & 9. \int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{\sqrt{x^3}+4}}
 \end{array}$$

**Контрольная работа №2 по теме «Определенный интеграл»
ВАРИАНТ №1**

1. Вычислить определенные интегралы.

$$\begin{array}{ll}
 \text{а) } \int_0^{\pi} (2x + \sin 2x) dx & \text{б) } \int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{4x-2} dx \\
 \text{в) } \int_0^1 x e^x & \text{г) } \int_1^3 \frac{dx}{x^2+x}
 \end{array}$$

2. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$\begin{array}{ll}
 \text{а) } \int_3^{\infty} \frac{x^2 dx}{x^2+4} & \text{б) } \int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx
 \end{array}$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$\begin{array}{ll}
 \text{а) } y = x^3, y = x^2, x = -2, x = 1. & \\
 \text{б) } \rho = 3-2\cos \varphi, \beta = \frac{1}{2} &
 \end{array}$$

4. Вычислить длину дуги кривой $y = 1 - \ln \sin x$, от $x = 0$ до $x = \frac{\pi}{4}$

**Контрольная работа №3 по теме «Кратные интегралы»
ВАРИАНТ №1**

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^1 dx \int_{x-4}^{4-x} f(x, y) dy$$

2. Расставить границы интегрирования

$$\iint_D f(x, y) dx dy \quad D: y = x, \quad y = 2x, \quad x+y = 6$$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $x^2 + y^2 - 2x = 0$,
 $y = x$, $y = 0$.

4. Найти объем тела, ограниченного указанными поверхностями:
 $x^2 + y^2 - 8x = 0$, $x^2 + y^2 = z^2$, $z = 0$.

5. Найти массу тела, ограниченного поверхностями:
 $x^2 + z^2 = 1$, $y = 0$, $y = 1$, если $\rho(x, y, z) = k(x^2 + y^2 + z^2)$.

**Контрольная работа №4 по теме «Элементы векторного анализа»
ВАРИАНТ №1**

1. Вычислить криволинейный интеграл 1^{го} рода

$$\int_{(L)} (1 + x^2) dl, \text{ где } L: x^2 + y^2 = ay.$$

2. Вычислить работу силового поля. Проверить зависит ли интеграл от траектории интегрирования? Если не зависит, то упростить вычисления.

$$\int_{(L)} (xy - 1) dx + x^2 y^2 dy, \text{ где } L: AB; A(1,0); B(0,2).$$

3. Вычислить поверхностный интеграл $\iint_{(S)} dS$, где S – часть плоскости

$$x + y + z = a, \text{ заключенная в первом октанте.}$$

4. Найти поток векторного поля $\vec{A} = 4\vec{i} - 9\vec{j}$ через внешнюю сторону поверхности параболоида вращения $y = x^2 + z^2$, огранич. плоскостью $y = 4$, при $x \leq 0, z \geq 0$.

5. $\vec{A} = (x + \ln|z|)\vec{i} + (y + \ln|x|)\vec{j} + (z + \ln|y|)\vec{k}$. $\operatorname{div} \vec{A} = ?$, $\operatorname{rot} \vec{A} = ?$

Вариант № 1

Контрольная работа № 5 по теме «Дифференциальные уравнения 1 –го порядка»

1. Определить тип и найти общие решения данных уравнений:

3. $(y + y \ln x) dx - (x - xy) dy = 0$.

$$2. \quad y' + \frac{2x}{1+x^2}y = \frac{2x^2}{1+x^2}.$$

$$3. \quad (xy^2 + \frac{x}{y^2})dx + (x^2y - \frac{x^2}{y^3})dy = 0.$$

2. Найти частные решения уравнений:

$$4. \quad xy' - y = x \operatorname{tg}\left(\frac{y}{x}\right), \quad y(1) = 1.$$

$$5. \quad e^y dx = (2y - xe^y)dy, \quad y(-1) = 0.$$

Контрольная работа № 6 по теме «Дифференциальные уравнения высшего порядка и системы ДУ»

I) Определить тип и найти общие решения данных уравнений:

$$1) \quad y'' = y' + x.$$

$$2) \quad y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2}.$$

II) Решить задачу Коши:

$$1) \quad yy'' + (y')^2 = 0. \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 1.$$

$$2) \quad y'' - y' = e^{-x} + 2x. \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$

$$3) \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = y, \\ \frac{dy}{dt} = -x. \end{cases} \quad x(0) = 1; \quad y(0) = -1.$$

7.2. Промежуточный контроль. Данный вид контроля производится на основе баллов, полученных студентом при сдаче зачета или экзамена.

Образцы зачетных и экзаменационных материалов

ЭНИН

**Экзамен
Вариант 1**

курс 1

- Свойства определённого интеграла, их геометрическая иллюстрация.
- Дивергенция векторного поля, её основные свойства, физический смысл, вычисление. Формула Остроградского - Гаусса в векторной форме.
- Вычислить неопределённые интегралы: $\int \frac{\operatorname{arctg} x + x}{1+x^2} dx$, $\int (4-3x)e^{-3x} dx$.
- Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций: $y = (x-2)^3$, $y = 4x - 8$.

5. Пластика D задана ограничивающими ее кривыми, μ - поверхностная плотность.

Найти массу пластинки.

$$D: x = 1, y = 0, y^2 = 4x \quad (y \geq 0);$$

$$\mu = 7x^2 + y.$$

6. Найти модуль циркуляции векторного поля \mathbf{a} вдоль контура Γ .

$$\mathbf{a} = (x^2 - y)\mathbf{i} + x\mathbf{j} + \mathbf{k},$$

$$\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = 1. \end{cases}$$

7. Найдите общее решение следующих дифференциальных уравнений

а) $xy' = y + x$

в) $x^2 y' = xy + y$

Дата

«Утверждаю», зав. кафедрой ВММФ
Составили

Трифонов А.Ю.
Болтовский Д.В.

8. Рейтинг качества освоения дисциплины (модуля)

Оценка качества освоения дисциплины в ходе текущей и промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в соответствии с «Руководящими материалами по текущему контролю успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации студентов Томского политехнического университета», утвержденными приказом ректора № 77/од от 29.11.2011 г.

В соответствии с «Календарным планом изучения дисциплины»:

- текущая аттестация (оценка качества усвоения теоретического материала (ответы на вопросы и др.) и результаты практической деятельности (решение задач, выполнение заданий, решение проблем и др.) производится в течение семестра (оценивается в баллах (максимально 60 баллов), к моменту завершения семестра студент должен набрать не менее 33 баллов)

Оценивающие мероприятия	Кол-во	Баллы
Контрольная работа	6	30
Защита ИДЗ	6	12
Коллоквиум	2	18
		60

- промежуточная аттестация (экзамен) производится в конце семестра (оценивается в баллах (максимально 40 баллов), на экзамене студент должен набрать не менее 22 баллов).

Итоговый рейтинг по дисциплине определяется суммированием баллов, полученных в ходе текущей и промежуточной аттестаций. Максимальный итоговый рейтинг соответствует 100 баллам.

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

9.1. Основная литература

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление (в 2-х томах) - Минск: Высшая школа А, 2011
2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа (в 3-х томах).- М.: Дрофа, 2006
3. Никольский С.М. Курс математического анализа (в 2-х томах).- Москва: Физматлит, 2006..
4. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика: учебник для вузов в 3 томах, т.2 М.: Дрофа, 2008.
5. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика: учебник для вузов в 3 томах, т.3 М.: Дрофа, 2008.
6. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. - Екатеринбург: АТП, 2011.
7. Задачи и упражнения по математическому анализу (Под ред. Демидовича Б.П.) - Москва: АСТ Астрель, 2007

9.2. Дополнительная литература

1. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа (в 2-х томах).- Москва: Лань, 2008
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления (в 3-х томах) - Москва: Лань, 2009
3. Егоров А И Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями— 2-е изд., испр. — Москва: Физматлит, 2005
4. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения - Москва: URSS, 2008
5. Задорожный В.Н., Зальмеж В.Ф., Трифонов А.Ю., Шаповалов А.В. Высшая математика для технических университетов. V. Дифференциальные уравнения.- Томск: Изд. ТПУ, 2007
6. Запорожец Г.Н. Руководство к решению задач по математическому анализу. - СПб. Лань, 2010
7. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. - М.: Мир и Образование Астрель Оникс, 2012.
8. Терехина Л.И., Фикс И.И. Учебное пособие., «Высшая математика» части 3,4. — Томск, Изд. ТПУ, 2004 – 2009 г.г.
9. Терехина Л.И., Фикс И.И., Сборник индивидуальных заданий, «Высшая математика», части 2 , 3.

9.3. Internet-ресурсы:

<http://portal.tpu.ru> - персональный сайт преподавателя дисциплины

<http://benran.ru> - библиотека по естественным наукам Российской Академии Наук

<http://mathnet.ru> - общероссийский математический портал

<http://lib.mexmat.ru> - электронная библиотека механико-математического факультета

МГУ

<http://free-math.ru/> - Сайт о математике.

<http://www.mccme.ru/> - Сайт МЦНМО. База олимпиадных задач, книги и др.

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Освоение дисциплины производится на базе учебных аудиторий учебных корпусов ТПУ. Аудитории оснащены современным оборудованием, позволяющим проводить лекционные и практические занятия.

Программа составлена на основе Стандарта ООП ТПУ в соответствии с требованиями ФГОС по направлениям

13.03.02	14.03.02	14.05.02	16.03.02	18.05.02	27.03.01
13.03.01	14.05.04	12.03.01	27.03.02	27.03.04	27.03.05
13.03.03	03.03.02	12.03.02	15.03.01	15.03.02	15.03.05
16.03.01	11.03.04	12.03.04	22.03.01	29.03.04	21.05.03

Программа одобрена на заседании кафедры ВММФ ФТИ ТПУ (протокол №177 от «16» июня 2014 г.).

Авторы доцент кафедры ВММФ ФТИ ТПУ Болтовский Д.В.
доцент кафедры ВММФ ФТИ ТПУ Зальмеж В.Ф.

Рецензент доцент кафедры ВММФ ФТИ ТПУ Цехановский И.А