

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Ряды

СБОРНИК ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

В трех частях

Под общей редакцией
доктора физико-математических наук,
профессора *А. П. Рябушко*

Часть 3

Допущено Министерством
народного образования БССР
в качестве учебного пособия
для студентов инженерно-технических
специальностей вузов

Минск
«Вышэйшая школа»
1991

Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: Учеб. пособие. В 3 ч. Ч.3/ А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец, И. Е. Юреть; Под общ. ред. А. П. Рябушко.— Мн.: Выш. шк., 1991.—288 с.: ил.

ISBN 5-339-00328-0.

Книга является составной частью комплекса учебных пособий по курсу высшей математики, направленных на развитие и активизацию самостоятельной работы студентов вузов. Содержатся теоретические сведения и наборы задач для аудиторных и индивидуальных заданий по рядам, кратным и криволинейным интегралам и элементам теории поля.

Для студентов инженерно-технических специальностей вузов.

ЛИТЕРАТУРА

Учебники и учебные пособия

1. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры.— М.: Наука, 1980.— 336 с.
2. Бугров Я. С., Никольский С. М. Дифференциальное и интегральное исчисление.— М.: Наука, 1980.— 432 с.
3. Бугров Я. С., Никольский С. М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.— М.: Наука, 1980.— 176 с.
4. Воеводин В. В. Линейная алгебра.— М.: Наука, 1980.— 400 с.
5. Головина Л. И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения.— М.: Наука, 1975.— 408 с.
6. Гурский Е. И. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии.— Мн.: Выш. шк., 1982.— 272 с.
7. Долгов Н. М. Высшая математика.— Киев: Вища шк., 1988.— 416 с.
8. Жевняк Р. М., Карпук А. А. Высшая математика: В 5 ч.— Мн.: Выш. шк., 1984—1988.— Ч. 1.— 1984.— 223 с.
9. Ильин В. А., Позняк В. Г. Линейная алгебра.— М.: Наука, 1974.— 296 с.
10. Кудрявцев В. А., Демидович Б. П. Краткий курс высшей математики.— М.: Наука, 1986.— 575 с.
11. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа: В 2 т.— М.: Высш. шк., 1981.— Т. 1.— 688 с.
12. Лихолетов И. И. Высшая математика, теории вероятностей и математическая статистика.— Мн.: Выш. шк., 1976.— 720 с.
13. Пискунов И. С. Дифференциальное и интегральное исчисление: В 2 т.— М.: Наука, 1985.— Т. 1.— 432 с.
14. Рублев А. Н. Курс линейной алгебры и аналитической геометрии.— М.: Высш. шк., 1972.— 424 с.

Сборники задач и упражнений

15. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа.— М.: Наука, 1985.— 416 с.
16. Данко П. Е., Попов А. Г., Кожевникова Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах: В 3 ч.— М.: Высш. шк., 1986, Ч. 1.— 446 с.
17. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов / Г. С. Бараненков, Б. П. Демидович, В. А. Ефименко и др.; Под ред. Б. П. Демидовича.— М.: Наука, 1978.— 380 с.
18. Клетеник Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии.— М.: Наука, 1983.— 244 с.
19. Кузнецов Л. А. Сборник заданий по высшей математике: Типовые расчеты.— М.: Высш. шк., 1983.— 176 с.

20. *Лихолетов И. И., Мацкевич И. П.* Руководство к решению задач по высшей математике, теории вероятностей и математической статистике.— Мн.: Выш. шк., 1976.— 456 с.
21. *Минорский В. П.* Сборник задач по высшей математике.— М.: Наука, 1964.— 360 с.
22. Сборник задач по курсу высшей математики / Г. И. Кручкович, Н. И. Гутарина, П. Е. Дюбюк и др.; Под ред. Г. И. Кручковича.— М.: Выш. шк., 1973.— 576 с.
23. Сборник задач по математике для вузов: Линейная алгебра и основы математического анализа: В 2 ч. / В. А. Болгов, Б. П. Демидович, В. А. Ефименко и др.; Под ред. А. В. Ефимова, Б. П. Демидовича.— М.: Наука, 1981.— Ч. 1.— 368 с.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

12.6. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ К ГЛ. 12

ИДЗ-12.1

1. Доказать сходимость ряда и найти его сумму.

$$1.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}. \quad (\text{Ответ: } S = \frac{3}{4}.)$$

$$1.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 4^n}{12^n}. \quad (\text{Ответ: } S = \frac{5}{6}.)$$

$$1.3. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+5)(2n+7)}. \quad (\text{Ответ: } S = \frac{1}{10}.)$$

$$1.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 5^n}{10^n}. \quad (\text{Ответ: } S = \frac{5}{4}.)$$

$$1.5. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+5)(n+6)}. \quad (\text{Ответ: } S = \frac{1}{5}.)$$

$$1.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 2^n}{10^n}. \quad (\text{Ответ: } S = \frac{3}{4}.)$$

$$1.7. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+7)(2n+9)}. \quad (\text{Ответ: } S = \frac{1}{14}.)$$

$$1.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n - 3^n}{12^n}. \quad (\text{Ответ: } S = \frac{1}{6}.)$$

$$1.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+6)(n+7)}. \quad (\text{Ответ: } S = \frac{1}{7}.)$$

$$1.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 5^n}{15^n}. \quad (\text{Ответ: } S = \frac{3}{4}.)$$

$$1.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+9)(n+10)}. \quad (\text{Ответ: } S = \frac{1}{10}.)$$

$$1.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 3^n}{15^n}. \quad (\text{Ответ: } S = \frac{1}{4}.)$$

$$1.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+7)(n+8)}. \quad (\text{Ответ: } S = \frac{1}{8}.)$$

- 1.14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 7^n}{14^n}$. (Ответ: $S = \frac{7}{6}$.)
- 1.15. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)}$. (Ответ: $S = \frac{1}{2}$.)
- 1.16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n - 2^n}{14^n}$. (Ответ: $S = \frac{5}{6}$.)
- 1.17. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)}$. (Ответ: $S = \frac{1}{3}$.)
- 1.18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n + 5^n}{20^n}$. (Ответ: $S = \frac{7}{12}$.)
- 1.19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+4)(n+5)}$. (Ответ: $S = \frac{1}{5}$.)
- 1.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 4^n}{20^n}$. (Ответ: $S = \frac{1}{12}$.)
- 1.21. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}$. (Ответ: $S = \frac{1}{2}$.)
- 1.22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n + 3^n}{21^n}$. (Ответ: $S = \frac{2}{3}$.)
- 1.23. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)(2n+5)}$. (Ответ: $S = \frac{1}{6}$.)
- 1.24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n - 3^n}{21^n}$. (Ответ: $S = \frac{1}{3}$.)
- 1.25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}$. (Ответ: $S = \frac{1}{6}$.)

$$1.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 8^n}{24^n}. \quad (\text{Ответ: } S = \frac{9}{14}.)$$

$$1.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)(3n+4)}. \quad (\text{Ответ: } S = \frac{1}{12}.)$$

$$1.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n - 3^n}{24^n}. \quad (\text{Ответ: } S = \frac{5}{14}.)$$

$$1.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+2)(3n+5)}. \quad (\text{Ответ: } S = \frac{1}{15}.)$$

$$1.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n - 2^n}{18^n}. \quad (\text{Ответ: } S = \frac{7}{8}.)$$

Исследовать на сходимость указанные ряды с положительными членами.

2

$$2.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n(n+2)!}{n^5}. \quad (\text{Ответ: расходится.})$$

$$2.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n-1}{5^n(n+1)!}. \quad (\text{Ответ: сходится.})$$

$$2.3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7}{8}\right)^n \left(\frac{1}{n}\right)^7. \quad (\text{Ответ: сходится.})$$

$$2.4. \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}. \quad (\text{Ответ: сходится.})$$

$$2.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n/2}}{3^n}. \quad (\text{Ответ: расходится.})$$

$$2.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdots (n+3)}{5 \cdot 7 \cdot 9 \cdots (2n+3)}. \quad (\text{Ответ: сходится.})$$

$$2.7. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{9}{10}\right)^n n^7. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$2.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 7 \cdot 13 \cdots (6n-5)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots (n+1)}. \text{ (Ответ: расходится.)}$$

$$2.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n(n+1)}{5^n}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$2.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{n^n}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$2.11. \sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{2\pi}{3^n}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$2.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{n/2}}{n!}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$2.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n(n+3)!}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$2.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 6 \cdot 11 \cdots (5n-4)}{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdots (4n-1)}. \text{ (Ответ: расходится.)}$$

$$2.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+3)!}. \text{ (Ответ: расходится.)}$$

$$2.16. \sum_{n=1}^{\infty} n^3 \operatorname{tg} \frac{2\pi}{5^n}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$2.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+3)}{(n+1)!}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$2.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n+3)!}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

- 2.19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{n!}$. (Ответ: расходится.)
- 2.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdots (3n-1)}{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdots (4n-1)}$. (Ответ: сходится.)
- 2.21. $\sum_{n=1}^{\infty} (3n-1) \sin \frac{\pi}{4^n}$. (Ответ: сходится.)
- 2.22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n!}$. (Ответ: сходится.)
- 2.23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{\sqrt{n} \cdot 7^n}$. (Ответ: сходится.)
- 2.24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdots (4n-3)}{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdots (3n-2)}$. (Ответ: расходится.)
- 2.25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{4n!}$. (Ответ: сходится.)
- 2.26. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 7 \cdot 12 \cdots (5n-3)}$. (Ответ: сходится.)
- 2.27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+1)!}$. (Ответ: расходится.)
- 2.28. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)^3}{(2n)!}$. (Ответ: сходится.)
- 2.29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^n(2n-1)}$. (Ответ: сходится.)
- 2.30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{\sqrt{n} \cdot 2^n}$. (Ответ: сходится.)

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{\left(\frac{n+1}{n}\right)^n}. \text{ (Ответ: расходится.)}$$

$$3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n-1}{5n}\right)^{n^2}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{2n+1}\right)^n. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+2))^n}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.5. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{2^n}\right)^{3n}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.6. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+5n+8}{3n^2-2}\right)^n. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.7. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{5^n}\right)^n. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n/(n+1))^{n^2}}{2^n}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+1))^{2n}}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.10. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{5^n}\right)^{3n}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+3))^n}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.12. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2+4n+5}{6n^2-3n-1}\right)^{n^2}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.13. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{2n} \right)^{n^2}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.14. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{\pi}{n^3} \right)^{2n}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.15. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{4n} \right)^{3n}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{((n+1)/n)^{n^2}}. \text{ (Ответ: расходится.)}$$

$$3.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+1))^n}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.18. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{3n} \right)^{n^2}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.19. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{3^n} \right)^n. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.20. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n} \right)^{n^2}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.21. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2 - n - 1}{7n^2 + 3n + 4} \right)^n. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.22. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^n. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.23. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{3n} \right)^{2n}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.24. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n} \right)^{5n}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((n+1)/n)^{n^2}}{5^n}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.26. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{2n+1} \right)^n. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.27. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{\pi}{5n+1} \right)^n. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.28. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{2n-1} \right)^{2n}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{(\ln(n+5))^2}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$3.30. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arcsin} \frac{n+3}{2n+5} \right)^n. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

4

$$4.1. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{4n^2+1} \right)^2.$$

$$4.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+2) \ln(3n+2)}.$$

$$4.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1) \ln^3(2n+1)}.$$

$$4.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{(4n+5)^3}}.$$

$$4.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+4) \ln^2(3n+4)}.$$

$$4.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{(7n-5)^5}}.$$

$$4.7. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7+n}{49+n^2} \right)^2.$$

$$4.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1) \ln(3n-1)}.$$

$$4.9. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \ln \frac{n+1}{n-1}.$$

$$4.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-2) \ln(5n-2)}$$

$$4.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6+n}{36+n^2}.$$

$$4.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[7]{(3+7n)^{10}}}.$$

$$\begin{array}{ll}
4.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{(3n-1)^4}} & 4.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2) \ln(n+2)} \\
4.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(10n+5) \ln(10n+5)} & 4.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[6]{(2n+3)^7}} \\
4.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5+n}{25+n^2} & \\
4.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3) \ln(n+3) \ln(\ln(n+3))} & \\
4.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3+2n) \ln^5(3+2n)} & 4.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[8]{(4+9n)^5}} \\
4.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(9n-4) \ln^2(9n-4)} & 4.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+n}{9+n^2-2n} \\
4.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n+8) \ln^3(5n+8)} & 4.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[8]{(7n-5)^3}} \\
4.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+4) \ln(n+4) \ln(\ln(n+4))} & \\
4.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3+8n) \ln^3(3+8n)} & 4.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{(4n-3)^3}} \\
4.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(10n+3) \ln^2(10n+3)} & 4.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+n}{4+n^2-n} \\
4.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+5) \ln(n+5) \ln(\ln(n+5))} &
\end{array}$$

5

$$5.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+2}}. \quad (\text{Ответ: сходится.})$$

$$5.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^5}}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$5.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5n+2}. \text{ (Ответ: расходится.)}$$

$$5.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+3n}}. \text{ (Ответ: расходится.)}$$

$$5.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}. \text{ (Ответ: расходится.)}$$

$$5.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+2)}. \text{ (Ответ: расходится.)}$$

$$5.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}. \text{ (Ответ: расходится.)}$$

$$5.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n-1}. \text{ (Ответ: расходится.)}$$

$$5.9. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$5.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n(n+1)}. \text{ (Ответ: расходится.)}$$

$$5.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{n^2+1}. \text{ (Ответ: расходится.)}$$

$$5.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+3)}. \text{ (Ответ: расходится.)}$$

$$5.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{3n^2+5}. \text{ (Ответ: расходится.)}$$

- 5.14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^2 - n + 1}$. (Ответ: сходится.)
- 5.15. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{2^{n-1}}$. (Ответ: сходится.)
- 5.16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n(n+4)}$. (Ответ: расходится.)
- 5.17. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{2\pi}{3^n}$. (Ответ: сходится.)
- 5.18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+3)}$. (Ответ: сходится.)
- 5.19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 3^{2n}}$. (Ответ: сходится.)
- 5.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1) \cdot 3^n}$. (Ответ: сходится.)
- 5.21. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n \sqrt[3]{n}}$. (Ответ: расходится.)
- 5.22. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{2n-1}$. (Ответ: расходится.)
- 5.23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3+2}$. (Ответ: расходится.)
- 5.24. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{4n}$. (Ответ: расходится.)
- 5.25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3+1}$. (Ответ: сходится.)

$$5.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^2 + 5}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$5.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 4}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$5.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n + 1}{n^2 + 4}. \text{ (Ответ: расходится.)}$$

$$5.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5n^2 + 3}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

$$5.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+6)}. \text{ (Ответ: сходится.)}$$

6

$$6.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)^3}.$$

$$6.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n-1)}}.$$

$$6.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2n^2+1}.$$

$$6.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{3^n}.$$

$$6.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1+2^{2n}}.$$

$$6.6. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^7 n}.$$

$$6.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+1)!}.$$

$$6.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2+3}.$$

$$6.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{7^2}.$$

$$6.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-1)(6n+3)}$$

$$6.11. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{3n+1}}.$$

$$6.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n} \left(\frac{n}{n+3} \right)^{n^2}.$$

$$6.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n + n}.$$

$$6.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2}.$$

$$6.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n!}{3^n}.$$

$$6.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^5}.$$

$$6.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n+1}}.$$

$$6.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n!}.$$

$$6.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+5}.$$

$$6.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+3)}}.$$

$$6.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3+1}.$$

$$6.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{(2n)!}.$$

$$6.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(7n-1)}.$$

$$6.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2}.$$

$$6.25. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{7n+1}}.$$

$$6.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{9^n}.$$

$$6.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-7}{3n^4+5n-2}.$$

$$6.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n-1)(4n+5)}.$$

$$6.29. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+7} \right)^{n^2}.$$

$$6.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{(n-1)!}.$$

Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость знакочередующиеся ряды.

7

$$7.1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(n+1) \cdot 3^n}. \text{ (Ответ: абсолютно сходится.)}$$

$$7.2. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}}. \text{ (Ответ: условно сходится.)}$$

$$7.3. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln n}. \text{ (Ответ: условно сходится.)}$$

$$7.4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{6n+5}. \text{ (Ответ: расходится.)}$$

$$7.5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[4]{n^5}}. \text{ (Ответ: абсолютно сходится.)}$$

$$7.6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n}}. \text{ (Ответ: условно сходится.)}$$

$$7.7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^2}. \text{ (Ответ: абсолютно сходится.)}$$

$$7.8. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(2n+1)n}. \text{ (Ответ: абсолютно схи}$$

дится.)

$$7.9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n+1}}. \text{ (Ответ: условно сходится.)}$$

$$7.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \sqrt[3]{n}}. \text{ (Ответ: абсолютно сходится.)}$$

$$7.11. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}. \text{ (Ответ: условно сходится.)}$$

$$7.12. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+5}{3^n}. \text{ (Ответ: абсолютно сходится.)}$$

$$7.13. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{3n-1}. \text{ (Ответ: расходится.)}$$

$$7.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}. \text{ (Ответ: условно сходится.)}$$

- 7.15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)3^n}$. (Ответ: абсолютно сходится.)
- 7.16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n}$. (Ответ: условно сходится.)
- 7.17. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n}$. (Ответ: расходится.)
- 7.18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n^2+1}$. (Ответ: абсолютно сходится.)
- 7.19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}$. (Ответ: абсолютно сходится.)
- 7.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 5^n}$. (Ответ: абсолютно сходится.)
- 7.21. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n!}$. (Ответ: абсолютно сходится.)
- 7.22. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3}{\ln(n+1)}$. (Ответ: условно сходится.)
- 7.23. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{5n(n+1)}$. (Ответ: условно сходится.)
- 7.24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n+1}$. (Ответ: условно сходится.)
- 7.25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 3^n}{(2n+1)^n}$. (Ответ: абсолютно сходится.)
- 7.26. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n+5}}$. (Ответ: условно сходится.)
- 7.27. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+5}{3^n}$. (Ответ: абсолютно сходится.)

7.28. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{1}{2n+7}\right)^n$. (Ответ: абсолютно сходится.)

7.29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(3n-2)!}$. (Ответ: абсолютно сходится.)

7.30. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \ln\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)$. (Ответ: условно сходится.)

8

$$8.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^3}.$$

$$8.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)!}.$$

$$8.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2+1}.$$

$$8.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\ln(n+1)}.$$

$$8.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 2^n}.$$

$$8.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 2^n}{n^4}.$$

$$8.7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n-1}{3^n}.$$

$$8.8. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2+1}{n^3}.$$

$$8.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3+1}.$$

$$8.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(\ln(n+1))^n}.$$

$$8.11. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(\ln n)^2}.$$

$$8.12. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n.$$

$$8.13. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \ln n}.$$

$$8.14. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{(n+1)!}.$$

$$8.15. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{12^n}.$$

$$8.16. \sum_{n=1}^p (-1)^{n+1} \frac{1}{(n+1)^{3/2}}.$$

$$8.17. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{9n-1}.$$

$$8.18. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

$$8.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(5n+1)^n}.$$

$$8.20. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{7^n}.$$

$$8.21. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n^2}.$$

$$8.22. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^3}{n^2+1}.$$

$$8.23. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \sin \frac{\pi}{8^n}.$$

$$8.24. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{2n+2}.$$

$$8.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)(n+4)}.$$

$$8.26. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin^n \frac{\pi}{6n}.$$

$$8.27. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+2)}.$$

$$8.28. \sum_{n=4}^{\infty} (-1)^n \frac{n-3}{n^2-1}.$$

$$8.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n} \sqrt[5]{(n+1)^3}}.$$

$$8.30. \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{4n}{5n+1} \right)^n.$$

ИДЗ-12.2

Найти область сходимости ряда.

1

$$1.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2 + 1}. \quad (\text{Ответ: } \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right].)$$

$$1.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n x^{n-1}}{2^{n-1} \cdot 3^n}. \quad (\text{Ответ: } (-6; 6).)$$

$$1.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n}. \quad (\text{Ответ: } (-2; 2).)$$

$$1.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}. \quad (\text{Ответ: } [-2; 2].)$$

$$1.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}. \quad (\text{Ответ: } [-1; 1].)$$

$$1.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}. \quad (\text{Ответ: } [-1; 1].)$$

$$1.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{2n-1}. \quad (\text{Ответ: } \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right].)$$

$$1.8. \sum_{n=1}^{\infty} (\ln x)^n. \quad (\text{Ответ: } \left(\frac{1}{e}; e\right).)$$

$$1.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}. \quad (\text{Ответ: } [-1; 1].)$$

$$1.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n(n^2+1)}. \quad (\text{Ответ: } [-2; 2].)$$

$$1.11. \sum_{n=1}^{\infty} (n(n+1)x^n). \quad (\text{Ответ: } (-1; 1].)$$

$$1.12. \sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{x}{2^n}. \quad (\text{Ответ: } (-2; 2).)$$

$$1.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n x^n}{\sqrt{n}}. \quad (\text{Ответ: } [-\frac{1}{10}; \frac{1}{10}].)$$

$$1.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{n^n}. \quad (\text{Ответ: } (-e, e).)$$

$$1.15. \sum_n \frac{x^{n+1}}{5^{n+1} n}. \quad (\text{Ответ: } [-5; 5].)$$

$$1.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}. \quad (\text{Ответ: } [-1; 1].)$$

$$1.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(0,1)^n x^{2n}}{n}. \quad (\text{Ответ: } (-\sqrt{10}; \sqrt{10}).)$$

$$1.18. \sum_{n=1}^{\infty} (\lg x)^n. \quad (\text{Ответ: } (\frac{1}{10}; 10).)$$

$$1.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n}. \quad (\text{Ответ: } (-5; 5).)$$

$$1.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{(2n+1)^2 \sqrt{3^n}}. \quad (\text{Ответ: } [-\frac{\sqrt{3}}{5}; \frac{\sqrt{3}}{5}].)$$

$$1.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}}. \quad (\text{Ответ: } [-1; 1].)$$

$$1.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{n}}. \quad (\text{Ответ: } [-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}].)$$

$$1.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^{n+1}}{n^3}. \quad (\text{Ответ: } [-1; 1].)$$

- 1.24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt[3]{n}}. \left(\text{Ответ: } \left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{3} \right) \right).$
- 1.25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n \sqrt{3n-1}}. \left(\text{Ответ: } [-2; 2) \right).$
- 1.26. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{2n-1}}. \left(\text{Ответ: } \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right) \right).$
- 1.27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2 x^n}{2^n}. \left(\text{Ответ: } (-2; 2) \right).$
- 1.28. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{6^n \sqrt[3]{n}}. \left(\text{Ответ: } \left[-\frac{6}{5}; \frac{6}{5} \right) \right).$
- 1.29. $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{1}{n}. \left(\text{Ответ: } [-1; 1) \right).$
- 1.30. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2} \frac{x^n}{5^n}. \left(\text{Ответ: } (-5e; 5e) \right).$

2

- | | |
|---|--|
| <p>2.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} x^n}{n!}.$</p> | <p>2.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n/2} x^n}{(n+1)!}.$</p> |
| <p>2.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^n x}{n^n}.$</p> | <p>2.4. $\sum_{n=1}^{\infty} (nx)^n.$</p> |
| <p>2.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n!}.$</p> | <p>2.6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(n+1)!}.$</p> |
| <p>2.7. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)(2n-1)!}.$</p> | |
| <p>2.8. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{x}{2^n}.$</p> | <p>2.9. $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 x}.$</p> |

$$2.10. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{x}{2^n}.$$

$$2.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}.$$

$$2.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{x^n}.$$

$$2.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{nx^n}}.$$

$$2.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(x-2)^n}.$$

$$2.15. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{x^n n \ln n}.$$

$$2.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{2^n}.$$

$$2.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^n \sqrt{2n+1}}$$

$$2.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(nx)^n}.$$

$$2.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}.$$

$$2.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{(2n-1)^2}.$$

$$2.21. \sum_{n=0}^{\infty} 2^n \sin \frac{x}{3^n}.$$

$$2.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{x^n}.$$

$$2.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n! x^n}.$$

$$2.24. \sum_{n=1}^{\infty} n! x^n.$$

$$2.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}.$$

$$2.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^2}.$$

$$2.27. \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 x}.$$

$$2.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{e^{nx}}.$$

$$2.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{x^n}.$$

$$2.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2}.$$

3

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^{2n-1}}{2n-1}. \quad (\text{Ответ: } 3 \leq x < 5.)$$

- 3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^n \ln(1+1/n)}$. (Ответ: $1 < x < 3$.)
- 3.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2^n}$. (Ответ: $0 < x < 4$.)
- 3.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$. (Ответ: $0 < x < 2$.)
- 3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+8)^n}{n^2}$. (Ответ: $-9 \leq x \leq -7$.)
- 3.6. $\sum_{n=1}^{\infty} (2+x)^n$. (Ответ: $-3 < x < -1$.)
- 3.7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n(n+3)}$. (Ответ: $-1 \leq x < 3$.)
- 3.8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{\sqrt[3]{n+1} \sqrt{n^2+1}}$. (Ответ: $-6 \leq x \leq -4$.)
- 3.9. $\sum_{n=0}^{\infty} 2^{n^2} (x+2)^{n^2}$. (Ответ: $-2,5 < x < -1,5$.)
- 3.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n \ln(n+1)}$. (Ответ: $-1 \leq x < 3$.)
- 3.11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(x+10)^n}{n^n}$. (Ответ: $-e-10 < x < e-10$.)
- 3.12. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+5)^{n^2}}{(n+1)^n}$. (Ответ: $-6 \leq x \leq -4$.)
- 3.13. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{\ln^3(n+1)}}{n+1} (x+1)^n$. (Ответ: $0 \leq x < 2$.)

- 3.14. $\sum_{n=0}^{\infty} (2-x)^n \sin \frac{\pi}{2^n}$. (Ответ: $0 < x < 4$.)
- 3.15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3-2x)^n}{n - \ln^2 n}$. (Ответ: $1 < x \leq 2$.)
- 3.16. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3n-2)(x-3)^n}{(n+1)^2 2^{n+1}}$. (Ответ: $1 \leq x < 5$.)
- 3.17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2}$. (Ответ: $1 \leq x \leq 3$.)
- 3.18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(2n-1) \cdot 2^n}$. (Ответ: $0 \leq x < 4$.)
- 3.19. $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt[3]{n+2}}{n+1} (x-2)^n$. (Ответ: $1 < x \leq 3$.)
- 3.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{2n \cdot 4^n}$. (Ответ: $-7 < x < -3$.)
- 3.21. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)^n (x+1)^n}{2^{n-1} n^n}$. (Ответ: $-2 < x < 0$.)
- 3.22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^2}$. (Ответ: $-4 \leq x \leq -2$.)
- 3.23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{n^2}}{n^n}$. (Ответ: $-3 \leq x \leq -1$.)
- 3.24. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-2)^{2n}}{2n}$. (Ответ: $1 \leq x \leq 3$.)
- 3.25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n \cdot 9^n}$. (Ответ: $2 < x < 4$.)

$$3.26. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x-2)^n}{(n+1) \ln(n+1)}. \quad (\text{Ответ: } 1 < x \leq 3.)$$

$$3.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n \cdot 5^n}. \quad (\text{Ответ: } -2 \leq x < 8.)$$

$$3.28. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(2n-1)^{2n} (x-1)^n}{(3n-2)^{2n}}. \quad \left(\text{Ответ: } -\frac{5}{4} < x < \frac{13}{4}. \right)$$

$$3.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n}}{(n+1) \ln(n+1)}. \quad (\text{Ответ: } 2 < x < 4.)$$

$$3.30. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-5)^n}{n \cdot 3^n}. \quad (\text{Ответ: } 2 < x \leq 8.)$$

4

Разложить в ряд Маклорена функцию $f(x)$. Указать область сходимости полученного ряда к этой функции.

$$4.1. f(x) = \cos 5x. \quad (\text{Ответ: } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 5^{2n} x^{2n}}{(2n)!}, |x| < \infty.)$$

$$4.2. f(x) = x^3 \operatorname{arctg} x. \quad (\text{Ответ: } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^{2n+2}}{2n-1}, |x| \leq 1.)$$

$$4.3. f(x) = \sin x^2. \quad (\text{Ответ: } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^{4n-2}}{(2n-1)!}, |x| < \infty.)$$

$$4.4. f(x) = \frac{x^2}{1+x}. \quad (\text{Ответ: } \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{n+2}, |x| < 1.)$$

$$4.5. f(x) = \cos \frac{2x^3}{3}. \quad (\text{Ответ: } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 2^{2n} x^{6n}}{3^{2n} (2n)!}, |x| < \infty.)$$

$$4.6. f(x) = \frac{2}{1-3x^2}. \quad (\text{Ответ: } 2 \sum_{n=0}^{\infty} 3^n x^{2n}, |x| < \frac{1}{\sqrt{3}}.)$$

$$4.7. f(x) = e^{3x}. \quad (\text{Ответ: } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n!}, |x| < \infty.)$$

$$4.8. f(x) = \frac{1}{1+x}. \quad (\text{Ответ: } \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n, |x| < 1.)$$

$$4.9. f(x) = \text{ch}(2x^3). \quad (\text{Ответ: } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n x^{6n}}{n!}, |x| < \infty.)$$

$$4.10. f(x) = \frac{1}{\sqrt{e^x}}. \quad (\text{Ответ: } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2^n n!}, |x| < \infty.)$$

$$4.11. f(x) = \text{sh } x. \quad (\text{Ответ: } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}, |x| < \infty.)$$

$$4.12. f(x) = e^{-x^4}. \quad (\text{Ответ: } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{4n}}{n!}, |x| < \infty.)$$

$$4.13. f(x) = 2^{-x^2}. \quad (\text{Ответ: } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln^n \cdot 2}{n!} x^{2n}, |x| < \infty.)$$

$$4.14. f(x) = 5^x. \quad (\text{Ответ: } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n \ln^n \cdot 5}{n!}, |x| < \infty.)$$

$$4.15. f(x) = x \cos \sqrt{x}. \quad (\text{Ответ: } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{n+1}}{(2n)!},$$

$0 \leq x < \infty.)$

$$4.16. f(x) = \frac{\sin 3x}{x}. \quad (\text{Ответ: } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot 3^{2n-1}}{(2n-1)!} x^{2n-2}$$

$|x| < \infty.)$

Разложить функцию $f(x)$ в ряд Тейлора в окрестности указанной точки x_0 . Найти область сходимости полученного ряда к этой функции.

$$4.17. f(x) = \frac{1}{x}, \quad x_0 = -2. \quad (\text{Ответ: } -\frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{2^n}, \\ -4 < x < 0.)$$

$$4.18. f(x) = \frac{1}{x+3}, \quad x_0 = -2. \quad (\text{Ответ: } \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (x+2)^n, \\ -3 < x < -1.)$$

$$4.19. f(x) = e^x, \quad x_0 = 1. \quad (\text{Ответ: } e \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n!}, \quad |x| < \infty.)$$

$$4.20. f(x) = \frac{1}{2x+5}, \quad x_0 = 3. \\ (\text{Ответ: } \frac{1}{11} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{2}{11}\right)^n (x-3)^n, \quad -\frac{5}{2} < x < \frac{17}{2}.)$$

$$4.21. f(x) = \frac{1}{(x-3)^2}, \quad x_0 = 1. \quad (\text{Ответ: } \frac{1}{4} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2^n} (x-1)^n, \\ -1 < x < 3.)$$

$$4.22. f(x) = \sin \frac{\pi x}{4}, \quad x_0 = 2. \\ (\text{Ответ: } \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{\pi}{4}\right)^{2n} \frac{(x-2)^{2n}}{(2n)!}, \quad |x| < \infty.)$$

$$4.23. f(x) = \ln(5x+3), \quad x_0 = \frac{2}{5}. \\ (\text{Ответ: } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot 5^n}{n} \left(x + \frac{2}{5}\right)^n, \quad -\frac{7}{5} < x \leq \frac{3}{5}.)$$

4.24. $f(x) = \ln \frac{1}{x^2 - 2x + 2}$, $x_0 = 1$. (Ответ: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} (x - 1)^{2n}$, $0 \leq x \leq 2$.)

4.25. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4+x}}$, $x_0 = -3$.
(Ответ: $1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n-1)!}{2^n n!} (x+3)^n$, $-4 < x \leq -2$.)

4.26. $f(x) = \cos x$, $x_0 = \frac{\pi}{4}$.
(Ответ: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{n} + n \cdot \frac{\pi}{2}\right)}{n!} \left(x - \frac{\pi}{4}\right)^n$, $|x| < \infty$.)

4.27. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$, $x_0 = 2$.
(Ответ: $1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n-1)!!}{2^n n!} (x-2)^n$, $1 < x \leq 3$.)

4.28. $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$, $x_0 = -2$.
(Ответ: $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\left(\frac{1}{6 \cdot 3^n} - \frac{1}{10 \cdot 5^n} \right) (x+2)^n \right)$, $-5 < x < 1$.)

4.29. $f(x) = \sin x$, $x_0 = a$. (Ответ: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin\left(a + \frac{n\pi}{2}\right)}{n!} (x - a)^n$, $|x| < \infty$.)

4.30. $f(x) = \ln(5x+3)$, $x_0 = 1$. (Ответ: $\ln 8 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \left(\frac{5}{8}\right)^n (x-1)^n$, $-\frac{3}{5} < x \leq \frac{13}{5}$.)

5. Вычислить указанную величину приближенно с заданной степенью точности α , воспользовавшись разложе-

нием в степенной ряд соответствующим образом подобранной функции.

- 5.1. e , $\alpha = 0,0001$. (Ответ: 2,7183.)
- 5.2. $\sqrt[5]{250}$, $\alpha = 0,01$. (Ответ: 3,017.)
- 5.3. $\sin 1$, $\alpha = 0,00001$. (Ответ: 0,84147.)
- 5.4. $\sqrt{1,3}$, $\alpha = 0,001$. (Ответ: 1,140.)
- 5.5. $\operatorname{arctg} \frac{\pi}{10}$, $\alpha = 0,001$. (Ответ: 0,304.)
- 5.6. $\ln 3$, $\alpha = 0,0001$. (Ответ: 1,0986.)
- 5.7. $\operatorname{ch} 2$, $\alpha = 0,0001$. (Ответ: 3,7622.)
- 5.8. $\lg e$, $\alpha = 0,0001$. (Ответ: 0,4343.)
- 5.9. π , $\alpha = 0,00001$. (Ответ: 3,14159.)
- 5.10. e^2 , $\alpha = 0,001$. (Ответ: 7,389.)
- 5.11. $\cos 2^\circ$, $\alpha = 0,001$. (Ответ: 0,999.)
- 5.12. $\sqrt[3]{80}$, $\alpha = 0,001$. (Ответ: 4,309.)
- 5.13. $\ln 5$, $\alpha = 0,001$. (Ответ: 1,609.)
- 5.14. $\operatorname{arctg} \frac{1}{2}$, $\alpha = 0,001$. (Ответ: 0,464.)
- 5.15. $\sqrt[6]{738}$, $\alpha = 0,001$. (Ответ: 3,006.)
- 5.16. $\sqrt[3]{e}$, $\alpha = 0,00001$. (Ответ: 1,3956.)
- 5.17. $\sin 1^\circ$, $\alpha = 0,0001$. (Ответ: 0,0175.)
- 5.18. $\sqrt[3]{8,36}$, $\alpha = 0,001$. (Ответ: 2,030.)
- 5.19. $\ln 10$, $\alpha = 0,0001$. (Ответ: 2,3026.)
- 5.20. $\arcsin \frac{1}{3}$, $\alpha = 0,001$. (Ответ: 0,340.)
- 5.21. $\lg 7$, $\alpha = 0,001$. (Ответ: 0,8451.)
- 5.22. \sqrt{e} , $\alpha = 0,0001$. (Ответ: 1,6487.)
- 5.23. $\cos 10^\circ$, $\alpha = 0,0001$. (Ответ: 0,9848.)
- 5.24. $\frac{1}{\sqrt[3]{30}}$, $\alpha = 0,001$. (Ответ: 0,302.)
- 5.25. $\sqrt[10]{1080}$, $\alpha = 0,001$. (Ответ: 2,031.)
- 5.26. $\frac{1}{e}$, $\alpha = 0,0001$. (Ответ: 0,3679.)
- 5.27. $\sin \frac{\pi}{100}$, $\alpha = 0,0001$. (Ответ: 0,0314.)
- 5.28. $\sqrt[4]{90}$, $\alpha = 0,001$. (Ответ: 3,079.)
- 5.29. $\frac{1}{\sqrt[2]{136}}$, $\alpha = 0,001$. (Ответ: 0,496.)

5.30. $\frac{1}{\sqrt[3]{e}}$, $\alpha = 0,001$. (Ответ: 0,716.)

6. Используя разложение подынтегральной функции в степенной ряд, вычислить указанный определенный интеграл с точностью до 0,001.

6.1. $\int_0^{0,25} \ln(1 + \sqrt{x}) dx$. (Ответ: 0,070.)

6.2. $\int_0^1 \operatorname{arctg}\left(\frac{x^2}{2}\right) dx$. (Ответ: 0,162.)

6.3. $\int_0^{0,2} \sqrt{x} e^{-x} dx$. (Ответ: 0,054.)

6.4. $\int_0^{0,5} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx$. (Ответ: 0,487.)

6.5. $\int_0^{0,2} \sqrt{x} \cos x dx$. (Ответ: 0,059.)

6.6. $\int_0^{0,5} \ln(1 + x^3) dx$. (Ответ: 0,015.)

6.7. $\int_0^1 x^2 \sin x dx$. (Ответ: 0,223.)

6.8. $\int_0^1 e^{-x^2/2} dx$. (Ответ: 0,855.)

6.9. $\int_0^{0,5} \sqrt{1 + x^2} dx$. (Ответ: 0,480.)

6.10. $\int_0^{0,5} \frac{dx}{1 + x^5}$. (Ответ: 0,484.)

6.11. $\int_0^1 \sqrt[3]{1 + x^2/4} dx$. (Ответ: 1,027.)

6.12. $\int_0^{0,5} \frac{\sin x^2}{x} dx$. (Ответ: 0,493.)

$$6.13. \int_0^{0,1} \frac{e^x - 1}{x} dx. \text{ (Ответ: 0,103.)}$$

$$6.14. \int_0^{0,5} x^2 \cos 3x dx. \text{ (Ответ: 0,018.)}$$

$$6.15. \int_0^{0,5} \ln(1 + x^2) dx. \text{ (Ответ: 0,385.)}$$

$$6.16. \int_0^{0,4} \sqrt{x} e^{-x/4} dx. \text{ (Ответ: 0,159.)}$$

$$6.17. \int_{0,3}^{0,5} \frac{1 + \cos x}{x^2} dx. \text{ (Ответ: 2,568.)}$$

$$6.18. \int_0^{0,5} \frac{\operatorname{arctg} x^2}{x^2} dx. \text{ (Ответ: 0,498.)}$$

$$6.19. \int_0^{0,8} \frac{1 - \cos x}{x} dx. \text{ (Ответ: 0,156.)}$$

$$6.20. \int_0^1 \sin x^2 dx. \text{ (Ответ: 0,310.)}$$

$$6.21. \int_0^{0,1} \frac{\ln(1 + x)}{x} dx. \text{ (Ответ: 0,098.)}$$

$$6.22. \int_0^1 \cos \sqrt[3]{x} dx. \text{ (Ответ: 0,718.)}$$

$$6.23. \int_0^1 \sqrt{x} \sin x dx. \text{ (Ответ: 0,364.)}$$

$$6.24. \int_0^{25} \frac{e^{-2x^2}}{\sqrt{x}} dx. \text{ (Ответ: 0,976.)}$$

$$6.25. \int_0^1 \cos \frac{x^2}{4} dx. \text{ (Ответ: 0,994.)}$$

$$6.26. \int_0^1 \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{x}}{2}\right) dx. \text{ (Ответ: } 0,318.)$$

$$6.27. \int_0^{0,5} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^2} dx. \text{ (Ответ: } 0,039.)$$

$$6.28. \int_0^{0,4} \sqrt{1-x^3} dx. \text{ (Ответ: } 0,397.)$$

$$6.29. \int_0^{0,5} e^{-x^2} dx. \text{ (Ответ: } 0,461.)$$

$$6.30. \int_0^{0,5} \sqrt{1+x^3} dx. \text{ (Ответ: } 0,508.)$$

7. Найти разложение в степенной ряд по степеням x решения дифференциального уравнения (записать три первых, отличных от нуля, члена этого разложения).

$$7.1. y' = xy + e^y, y(0) = 0. \text{ (Ответ: } y = x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x^3 + \dots)$$

$$7.2. y' = x^2y^2 + 1, y(0) = 1. \text{ (Ответ: } y = 1 - x + \frac{1}{3}x^3 + \dots)$$

$$7.3. y' = x^2 - y^2, y(0) = \frac{1}{2}. \text{ (Ответ: } y = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}x - \frac{1}{8}x^2 + \dots)$$

$$7.4. y' = x^3 + y^2, y(0) = \frac{1}{2}. \text{ (Ответ: } y = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}x + \frac{1}{8}x^2 + \dots)$$

$$7.5. y' = x + y^2, y(0) = -1. \text{ (Ответ: } y = -1 + x + 3x^2 + \dots)$$

$$7.6. y' = x + x^2 + y^2, y(0) = 1. \text{ (Ответ: } y = 1 + x + \frac{3}{2}x^2 + \dots)$$

$$7.7. y' = 2 \cos x - xy^2, y(0) = 1. \left(\text{Ответ: } y = 1 + 2x - \frac{1}{2}x^2 + \dots \right)$$

$$7.8. y' = e^x - y^2, y(0) = 0. \left(\text{Ответ: } y = x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3 + \dots \right)$$

$$7.9. y' = x + y + y^2, y(0) = 1. \left(\text{Ответ: } y = 1 + 2x + \frac{7}{2}x^2 + \dots \right)$$

$$7.10. y' = x^2 + y^2, y(0) = 1. \left(\text{Ответ: } y = 1 + x + x^2 + \dots \right)$$

$$7.11. y' = x^2 y^2 + y \sin x, y(0) = \frac{1}{2}. \left(\text{Ответ: } y = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}x^2 + \frac{x^3}{12} + \dots \right)$$

$$7.12. y' = 2y^2 + ye^x, y(0) = \frac{1}{3}. \left(\text{Ответ: } y = \frac{1}{3} + \frac{5}{9}x + \frac{26}{27}x^2 + \dots \right)$$

$$7.13. y' = e^{3x} + 2xy^2, y(0) = 1. \left(\text{Ответ: } y = 1 + x + \frac{5}{2}x^2 + \dots \right)$$

$$7.14. y' = x + e^y, y(0) = 0. \left(\text{Ответ: } y = x + x^2 + \frac{1}{2}x^3 + \dots \right)$$

$$7.15. y' = y \cos x + 2 \cos y, y(0) = 0. \left(\text{Ответ: } y = 2x + x^2 - x^3 + \dots \right)$$

$$7.16. y' = x^2 + 2y^2, y(0) = 0,2. \left(\text{Ответ: } y = 0,2 + 0,08x + 0,032x^2 + \dots \right)$$

$$7.17. y' = x^2 + xy + y^2, y(0) = 0,5. \left(\text{Ответ: } y = 0,5 + 0,25x + 0,375x^2 + \dots \right)$$

$$7.18. y' = e^{\sin x} + x, y(0) = 0. \left(\text{Ответ: } y = x + x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \dots \right)$$

$$7.19. y' = xy - y^2, y(0) = 0,2. \left(\text{Ответ: } y = 0,2 - 0,04x + 0,108x^2 + \dots \right)$$

$$7.20. y' = 2x + y^2 + e^x, y(0) = 1. \left(\text{Ответ: } y = 1 + 2x + 3,5x^2 + \dots \right)$$

7.21. $y' = x \sin x - y^2$, $y(0) = 1$. (Ответ: $y = 1 - x + x^2 + \dots$)

7.22. $y' = 2x^2 - xy$, $y(0) = 0$. (Ответ: $y = \frac{4x^3}{3!} - \frac{16x^5}{5!} + \frac{96x^7}{7!} - \dots$)

7.23. $y' = x - 2y^2$, $y(0) = 0,5$. (Ответ: $y = 0,5 - 0,5x + x^2 + \dots$)

7.24. $y' = xe^x + 2y^2$, $y(0) = 0$. (Ответ: $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{8}x^4 + \dots$)

7.25. $y' = xy + x^2 + y^2$, $y(0) = 1$. (Ответ: $y = 1 + x + \frac{3}{2}x^2 + \dots$)

7.26. $y' = xy + e^x$, $y(0) = 0$. (Ответ: $y = x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^3 + \dots$)

7.27. $y' = ye^x$, $y(0) = 1$. (Ответ: $y = 1 + x + x^2 + \dots$)

7.28. $y' = 2 \sin x + xy$, $y(0) = 0$. (Ответ: $y = x^2 + \frac{1}{6}x^4 + \frac{11}{360}x^6 + \dots$)

7.29. $y' = x^2 + e^y$, $y(0) = 0$. (Ответ: $y = x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x^3 + \dots$)

7.30. $y' = x^2 + y$, $y(0) = 1$. (Ответ: $y = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots$)

8. Методом последовательного дифференцирования найти первые k членов разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения при указанных начальных условиях.

8.1. $y' = \arcsin y + x$, $y(0) = \frac{1}{2}$, $k = 4$. (Ответ: $y = \frac{1}{2} + \frac{\pi x}{6} + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\pi}{3\sqrt{x}}\right) x^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{2\pi}{9} + \frac{\pi^2}{27\sqrt{3}}\right) x^3 + \dots$)

$$8.2. y' = xy + \ln(y + x), y(1) = 0, k = 5. \left(\text{Ответ: } y = \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{6} + \frac{(x-1)^4}{6} + \dots \right)$$

$$8.3. y' = x + y^2, y(0) = 1, k = 3. \left(\text{Ответ: } y = x + \frac{1}{2!} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \dots \right)$$

$$8.4. y' = x + \frac{1}{y}, y(0) = 1, k = 5. \left(\text{Ответ: } y = 1 + x + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{3} + \dots \right)$$

$$8.5. y^{IV} = xy + y'x^2, y(0) = y'(0) = y''(0) = 1, y'''(0) = 1, k = 7. \left(\text{Ответ: } y = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{4x^6}{6!} + \dots \right)$$

$$8.6. y' = 2x - 0,1y^2, y(0) = 1, k = 3. \left(\text{Ответ: } y = 1 - 0,1x + 0,01x^2 + \dots \right)$$

$$8.7. y''' = y'' + y'^2 + y^3 + x, y(0) = 1, y'(0) = 2, y''(0) = 0,5, k = 6. \left(\text{Ответ: } y = 1 + 2x + \frac{x^2}{4} + \frac{11}{12}x^3 + \frac{29}{48}x^4 + \frac{25}{48}x^5 + \dots \right)$$

$$8.8. y' = x^2 - xy, y(0) = 0,1, k = 3. \left(\text{Ответ: } y = 0,1 - 0,05x^2 + 0,333x^3 + \dots \right)$$

$$8.9. y'' = 2yy', y(0) = 0, y'(0) = 1, k = 3. \left(\text{Ответ: } y = x + \frac{2x^3}{3!} + \frac{12x^5}{5!} + \dots \right)$$

$$8.10. y' = 2x + \cos y, y(0) = 0, k = 5. \left(\text{Ответ: } y = x^2 - \frac{x^3}{6} - \frac{x^4}{4} + \dots \right)$$

$$8.11. y''' = ye^x - xy'^2, y(0) = 1, y'(0) = y''(0) = 1, k = 6 \left(\text{Ответ: } y = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + 0 \cdot x^5 + \dots \right)$$

$$8.12. y' = 3x - y^2, y(0) = 2, k = 3. \left(\text{Ответ: } y = 2 - 4x - \frac{13}{2}x^2 - \dots \right)$$

8.13. $y'' = xy y'$, $y(0) = y'(0) = 1$, $k = 6$. (Ответ: $y = 1 + x + \frac{x^3}{3!} + \frac{2x^4}{4!} + \frac{3x^5}{5!} + \dots$)

8.14. $y' = x^2 - 2y$, $y(0) = 1$, $k = 3$. (Ответ: $y = 1 - 2x + 2x^2 + \dots$)

8.15. $y'' = \frac{y'}{y} - \frac{1}{x}$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 0$, $k = 4$.
(Ответ: $y = 1 - \frac{(x-1)^2}{2!} + \frac{(x-1)^4}{4!} - \frac{4(x-1)^5}{5!} + \dots$)

8.16. $y' = x^2 + 0,2y^2$, $y(0) = 0,1$, $k = 3$. (Ответ: $y = 0,1 + 0,002x + 0,00004x^2 + \dots$)

8.17. $y'' = y'^2 + xy$, $y(0) = 4$, $y'(0) = -2$, $k = 5$
(Ответ: $y = 4 - 2x + 2x^2 - 2x^3 + \frac{19}{6}x^4 + \dots$)

8.18. $y' = xy + y^2$, $y(0) = 0,1$, $k = 3$. (Ответ: $y = 0,1 + 0,01x + 0,051x^2 + \dots$)

8.19. $y'' = e^y \sin y'$, $y(\pi) = 1$, $y'(\pi) = \frac{\pi}{2}$, $k = 3$
(Ответ: $y = 1 + \frac{\pi}{2}(x - \pi) + \frac{e}{2}(x - \pi)^2 + \dots$)

8.20. $y' = 0,2x + y^2$, $y(0) = 1$, $k = 3$. (Ответ: $y = 1 + x + 1,1x^2 + \dots$)

8.21. $y'' = x^2 + y^2$, $y(-1) = 2$, $y'(-1) = 0,5$, $k = 4$
(Ответ: $y = 2 + \frac{1}{2}(x + 1) + \frac{5}{2}(x + 1)^2 + \frac{15}{16}(x + 1)^4 + \dots$)

8.22. $y' = x^2 + xy + e^{-x}$, $y(0) = 0$, $k = 3$. (Ответ: $y = x - \frac{x^2}{2!} + \frac{5x^3}{3!} + \dots$)

8.23. $y' = \frac{1-x^2}{y} + 1$, $y(0) = 1$, $k = 5$. (Ответ: $y = 1 + 2x - x^2 + \frac{4}{3}x^3 - \frac{17}{9}x^4 + \dots$)

8.24. $y'' + y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$, $k = 3$. (Ответ: $y = x - \frac{x^3}{3!} - \frac{x^5}{5!} + \dots$)

8.25. $y'' = y \cos y' + x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = \frac{\pi}{3}$, $k = 3$.
(Ответ: $y = 1 + \frac{\pi}{3}x + \frac{1}{4}x^2 + \dots$)

8.26. $y' = \cos x + x^2$, $y(0) = 0$, $k = 3$. (Ответ: $y = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} \dots$)

8.27. $y' - 4y + 2xy^2 - e^{3x}$, $y(0) = 2$, $k = 4$. (Ответ: $y = 2 + 9x + \frac{31}{2}x^2 - \frac{11}{6}x^3 + \dots$)

8.28. $(1 - x)y'' + y = 0$, $y(0) = y'(0) = 1$, $k = 3$. (Ответ: $y = 1 + x - \frac{x^2}{2} + \dots$)

8.29. $4x^2y'' + y = 0$, $y(1) = 1$, $y'(1) = \frac{1}{2}$, $k = 3$. (Ответ: $y = 1 + \frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{8}(x-1)^2 + \dots$)

8.30. $y' = 2x^2 + y^3$, $y(1) = 1$, $k = 3$. (Ответ: $y = 1 + 3(x-1) + \frac{13}{2}(x-1)^2 + \dots$)

ИДЗ-12.3

1. Разложить в ряд Фурье периодическую (с периодом $\omega = 2\pi$) функцию $f(x)$, заданную на отрезке $[-\pi; \pi]$.

$$1.1. f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ x-1, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases} \left(\text{Ответ: } f(x) = \frac{\pi-2}{4} - \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + \frac{\pi-2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k} \right)$$

$$1.2. f(x) = \begin{cases} 2x-1, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases} \left(\text{Ответ: } f(x) = -\frac{\pi+1}{2} + \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + \frac{2(\pi+1)}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} - 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k} \right)$$

$$1.3. f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ x+2, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases} \left(\text{Ответ: } f(x) = \frac{\pi+4}{4} - \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + \frac{\pi+4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k} \right)$$

$$1.4. f(x) = \begin{cases} -x+1/2, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases} \left(\text{Ответ: } f(x) = \frac{\pi+1}{4} - \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} - \frac{\pi+1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k} \right)$$

$$1.5. f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ x/2+1, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases} \left(\text{Ответ: } f(x) = \frac{\pi-4}{8} - \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + \frac{\pi-4}{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k} \right)$$

$$\begin{aligned}
 1.6. f(x) &= \begin{cases} 2x+3, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases} \quad (\text{Ответ: } f(x) = \frac{3-\pi}{2} + \\
 &+ \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + \frac{2(\pi-3)}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} - \\
 &- 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}.)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1.7. f(x) &= \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 3-x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases} \quad (\text{Ответ: } f(x) = \frac{6-\pi}{4} + \\
 &+ \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + \frac{6-\pi}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} + \\
 &+ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}.)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1.8. f(x) &= \begin{cases} x-2, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases} \quad (\text{Ответ: } f(x) = \\
 &= -\frac{\pi+4}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + \frac{4+\pi}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} - \\
 &- \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}.)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1.9. f(x) &= \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 4x-3, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases} \quad (\text{Ответ: } f(x) = \\
 &= \frac{2\pi-3}{2} - \frac{8}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + \\
 &+ \frac{2(2\pi-3)}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} - 4 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}.)
 \end{aligned}$$

$$1.10. f(x) = \begin{cases} 5-x, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases} \quad (\text{Ответ: } f(x) = \frac{\pi+10}{4} -$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} - \frac{\pi+10}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} + \\
& + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}.
\end{aligned}$$

1.11. $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 3x - 1, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$ (Ответ: $f(x) =$
 $= \frac{3\pi-2}{4} - \frac{6}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + \frac{3\pi-2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} -$
 $- 3 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}.$)

1.12. $f(x) = \begin{cases} 3-2x, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$ (Ответ: $f(x) = \frac{\pi+3}{2} -$
 $- \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} - \frac{2(\pi+3)}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} +$
 $+ 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}.$)

1.13. $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ (\pi-x)/2, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$ (Ответ: $f(x) =$
 $= \frac{\pi}{8} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin kx}{k}.)$

1.14. $f(x) = \begin{cases} 5x+1, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$ (Ответ: $f(x) =$
 $= \frac{2-5x}{4} + \frac{10}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} +$
 $+ \frac{5\pi-2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} - 5 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}.)$

$$1.15. f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 1 - 4x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

$$\left(\text{Ответ: } f(x) = \frac{1 - 2\pi}{2} + \frac{8}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + \right. \\ \left. + \frac{2 - 4\pi}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} + 4 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}. \right)$$

$$1.16. f(x) = \begin{cases} 3x + 2, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

$$\left(\text{Ответ: } f(x) = \frac{4 - 3\pi}{4} + \frac{6}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + \right. \\ \left. + \frac{3\pi - 4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} - 3 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}. \right)$$

$$1.17. f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 4 - 2x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

$$\left(\text{Ответ: } f(x) = \frac{4 - \pi}{2} + \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + \right. \\ \left. + \frac{2(4 - \pi)}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}. \right)$$

$$1.18. f(x) = \begin{cases} x + \pi/2, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases} \left(\text{Ответ: } f(x) = \right. \\ \left. = \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}. \right)$$

$$1.19. f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 6x - 5, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

$$\left(\text{Ответ: } f(x) = \frac{3\pi - 5}{2} - \frac{12}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + \right. \\ \left. + \frac{2(3\pi - 5)}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} - 6 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}. \right)$$

$$1.20. f(x) = \begin{cases} 7 - 3x, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (\text{Ответ: } f(x) = & \frac{3\pi + 14}{4} - \frac{6}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} - \\ & - \frac{14 + 3\pi}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} + 3 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}. \end{aligned}$$

$$1.21. f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases} \quad (\text{Ответ: } f(x) =$$

$$= \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}.)$$

$$1.22. f(x) = \begin{cases} 6x - 2, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (\text{Ответ: } f(x) = & -\frac{3\pi + 2}{2} + \frac{12}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + \\ & + \frac{2(3\pi + 2)}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} - 6 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}. \end{aligned}$$

$$1.23. f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 4 - 9x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (\text{Ответ: } f(x) = & \frac{8 - 9\pi}{4} + \frac{18}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + \\ & + \frac{8 - 9\pi}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} + 9 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}. \end{aligned}$$

$$1.24. f(x) = \begin{cases} x/3 - 3, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (\text{Ответ: } f(x) = & -\frac{\pi + 18}{12} + \frac{2}{3\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + \\ & + \frac{18 + \pi}{9\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} - \frac{1}{9} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}. \end{aligned}$$

$$1.25. f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 10x - 3, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

$$\left(\text{Ответ: } f(x) = \frac{5\pi - 3}{2} - \frac{20}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + \right. \\ \left. + \frac{2(5\pi - 3)}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} - 10 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}. \right)$$

$$1.26. f(x) = \begin{cases} 1 - x/4, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

$$\left(\text{Ответ: } f(x) = \frac{\pi + 8}{16} - \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} - \right. \\ \left. - \frac{\pi + 8}{4\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} + \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}. \right)$$

$$1.27. f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ x/5 - 2, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

$$\left(\text{Ответ: } f(x) = \frac{\pi - 20}{20} + \frac{2}{5\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + \right. \\ \left. + \frac{\pi - 20}{5\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} - \frac{1}{5} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}. \right)$$

$$1.28. f(x) = \begin{cases} 2x - 11, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

$$\left(\text{Ответ: } f(x) = -\frac{\pi + 11}{2} + \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + \right. \\ \left. + \frac{2(\pi + 11)}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} - 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}. \right)$$

$$1.29. f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 3 - 8x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

$$\left(\text{Ответ: } f(x) = \frac{3 - 4\pi}{2} + \frac{16}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + \right.$$

$$+ \frac{2(3-4\pi)}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} + 8 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}.)$$

$$1.30. f(x) = \begin{cases} 7x - 1, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (\text{Ответ: } f(x) = & -\frac{7\pi+2}{4} + \frac{14}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + \\ & + \frac{7\pi+2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)x)}{2k-1} - 7 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}.) \end{aligned}$$

2. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$, заданную в интервале $(0; \pi)$, продолжив (доопределив) ее четным и нечетным образом. Построить графики для каждого продолжения.

$$\begin{aligned} 2.1. f(x) = e^x. (\text{Ответ: } e^x = & \frac{e^\pi - 1}{\pi} + \\ & + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((-1)^n e^\pi - 1) \cos nx}{1+n^2}, e^x = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (1 - \\ & - (-1)^n e^\pi) \frac{n \sin nx}{n^2 + 1}.) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2.2. f(x) = x^2. (\text{Ответ: } x^2 = & \frac{\pi^2}{3} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cos nx}{n^2}, \\ x^2 = & \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\pi^2 - 4(2k-1)^2}{(2k-1)^3} \sin((2k-1)x) - 2\pi \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}.) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2.3. f(x) = 2^x. (\text{Ответ: } 2^x = & \frac{2^\pi - 1}{\pi \ln 2} + \\ & + \frac{2 \ln 2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^\pi (-1)^n - 1}{n^2 + \ln^2 2} \cos nx, \\ 2^x = & \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 2^\pi + 1}{n^2 + \ln^2 2} n \sin nx.) \end{aligned}$$

$$2.4. f(x) = \operatorname{ch} x. (\text{Ответ: } \operatorname{ch} x = \frac{\operatorname{sh} \pi}{\pi} (1 +$$

$$+ 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos nx}{1+n^2}, \quad \operatorname{ch} x = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n \operatorname{ch} \pi}{1+n^2} n \sin nx.)$$

$$2.5. f(x) = e^{-x}. \quad (\text{Ответ: } e^{-x} = \frac{1 - e^{-\pi}}{\pi} +$$

$$+ \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n e^{-\pi}}{1+n^2} \cos nx,$$

$$e^{-x} = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n e^{-\pi}}{1+n^2} n \sin nx.)$$

$$2.6. f(x) = (x-1)^2. \quad (\text{Ответ: } (x-1)^2 = \frac{\pi^2 - 3\pi + 3}{3} +$$

$$+ \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2 - \pi}{(2k-1)^2} \cos((2k-1)x) + 4 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(2kx)}{(2k)^2}, (x-1)^2 =$$

$$= \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{\pi^2 - 2\pi + 2}{2k-1} + \frac{4}{(2k-1)^3} \right) \sin((2k-1)x) + 2(2 -$$

$$- \pi) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2kx)}{2k}.)$$

$$2.7. f(x) = 3^{-x/2}. \quad (\text{Ответ: } 3^{-x/2} = \frac{2(1 - 3^{-\pi/2})}{\pi \ln 3} +$$

$$+ \frac{4 \ln 3}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n \cdot 3^{-\pi/2}}{4n^2 + (\ln 3)^2},$$

$$3^{-x/2} = \frac{8}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n \cdot 3^{-\pi/2}}{4n^2 + (\ln 3)^2} n \sin nx.)$$

$$2.8. f(x) = \operatorname{sh} 2x. \quad (\text{Ответ: } \operatorname{sh} 2x = \frac{\operatorname{ch} 2\pi}{2\pi} +$$

$$+ \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{ch} 2\pi \cdot (-1)^n - 1}{4+n^2} \cos nx,$$

$$\operatorname{sh} 2x = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot \operatorname{sh} 2\pi}{n^2 + 4} n \sin nx$$

2.9. $f(x) = e^{2x}$. (Ответ: $e^{2x} = \frac{e^{2\pi} - 1}{2\pi} +$

$$+ \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n e^{2\pi} - 1}{4 + n^2} \cos nx,$$

$$e^{2x} = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n e^{2\pi}}{4 + n^2} n \sin nx.)$$

2.10. $f(x) = (x - 2)^2$. (Ответ: $(x - 2)^2 = \frac{\pi^2 - 6\pi + 12}{3} +$

$$+ \frac{4(4 - \pi)}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(2k - 1)x}{(2k - 1)^2} + 4 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos 2kx}{(2k)^2},$$

$$(x - 2)^2 = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n^2 - 2}{n^3} + (-1)^n \frac{2 - n^2(2 - \pi)^2}{n^3} \right) \sin nx.)$$

2.11. $f(x) = 4^{x/3}$. (Ответ: $4^{x/3} = \frac{3(4^{\pi/3} - 1)}{\pi} +$

$$+ \frac{6 \ln 4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 4^{n/3} - 1}{9n^2 + (\ln 4)^2} \cos nx,$$

$$4^{x/3} = \frac{18}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n \cdot 4^{n/3}}{9n^2 + (\ln 4)^2} n \sin nx.)$$

2.12. $f(x) = \operatorname{ch} \frac{x}{2}$. (Ответ: $\operatorname{ch} \frac{x}{2} = \frac{2 \operatorname{sh}(\pi/2)}{\pi} +$

$$+ \frac{4 \sin(\pi/2)}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos nx}{1 + 4n^2},$$

$$\operatorname{ch} \frac{x}{2} = \frac{8 \operatorname{ch}(\pi/2)}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n}{1 + 4n^2} n \sin nx.)$$

2.13. $f(x) = e^{4x}$. (Ответ: $e^{4x} = \frac{e^{4\pi} - 1}{4\pi} +$

$$+ \frac{8}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n e^{4\pi} - 1}{n^2 + 16} \cos nx,$$

$$e^{4x} = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n e^{4\pi}}{n^2 + 16} n \sin nx.)$$

$$\begin{aligned} 2.14. f(x) &= (x+1)^2. \quad (\text{Ответ: } (x+1)^2 = \frac{\pi^2 + 3\pi + 3}{3} - \\ &- \frac{4(\pi+2)}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos((2k-1)x)}{(2k-1)^2} + 4 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(2kx)}{(2k)^2}, \quad (x+1)^2 = \\ &= \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2-n^2) + (-1)^n((\pi-1)^2 n^2 - 2)}{n^3} \sin nx.) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2.15. f(x) &= 5^{-x}. \quad (\text{Ответ: } 5^{-x} = \frac{1-5^{-\pi}}{\pi \ln 5} + \\ &+ \frac{2 \ln 5}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-5^{-\pi}(-1)^n}{n^2 + (\ln 5)^2} \cos nx, \\ 5^{-x} &= \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n \cdot 5^{-\pi}}{n^2 + (\ln 5)^2} n \sin nx.) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2.16. f(x) &= \operatorname{sh} 3x. \quad (\text{Ответ: } \operatorname{sh} 3x = \frac{\operatorname{ch} 3\pi - 1}{3\pi} + \\ &+ \frac{6}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \operatorname{ch} 3\pi - 1}{n^2 + 9} \cos nx, \\ \operatorname{sh} 3x &= \frac{2 \operatorname{sh} 3}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2 + 9} n \sin nx.) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2.17. f(x) &= e^{-x/4}. \quad (\text{Ответ: } e^{-x/4} = \frac{4(1-e^{-\pi/4})}{\pi} + \\ &+ \frac{8}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n e^{-\pi/4}}{16n^2 + 1} \cos nx, \\ e^{-x/4} &= \frac{32}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n e^{-\pi/4}}{16n^2 + 1} n \sin nx.) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2.18. f(x) &= (2x - 1)^2. \quad (\text{Ответ: } (2x - 1)^2 = \frac{4\pi^2 - 6\pi + 3}{3} + \\
&+ \frac{8}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2\pi - 1)^2 + 1}{n^2} \cos nx, \\
(2x - 1)^2 &= \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 8 + (-1)^n (8 - (1 - 2n)^2)}{n^3} \sin nx.)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2.19. f(x) &= 6^{x/4}. \quad (\text{Ответ: } 6^{x/4} = \frac{4(6^{\pi/4} - 1)}{\pi \ln 6} + \\
&+ \frac{8 \ln 6}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 6^{\pi/4} - 1}{16n^2 + (\ln 6)^2} \cos nx, \\
6^{x/4} &= \frac{32}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n 6^{\pi/4}}{16n^2 + (\ln 6)^2} n \sin nx.)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2.20. f(x) &= \operatorname{ch} 4x. \quad (\text{Ответ: } \operatorname{ch} 4x = \frac{\operatorname{sh} 4\pi}{4\pi} + \\
&+ \frac{8 \operatorname{sh} 4\pi}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 16} \cos nx, \\
\operatorname{ch} 4x &= \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n \operatorname{ch} 4\pi}{n^2 + 16} n \sin nx.)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2.21. f(x) &= e^{-3x}. \quad (\text{Ответ: } e^{-3x} = \frac{1 - e^{-3\pi}}{3\pi} + \\
&+ \frac{6}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n e^{-3\pi}}{n^2 + 9} \cos nx, \\
e^{-3x} &= \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n e^{-3\pi}}{n^2 + 9} n \sin nx.)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2.22. f(x) &= x^2 + 1. \quad (\text{Ответ: } x^2 + 1 = \frac{\pi^2 + 3}{3} + \\
&+ 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos nx, \\
x^2 + 1 &= \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2 - 2) + (2 - n)^2 (\pi^2 + 1) (-1)^n}{n^3} \sin nx.)
\end{aligned}$$

$$2.23. f(x) = 7^{-x/7}. \left(\text{Ответ: } 7^{-x/7} = \frac{7(1 - 7^{-\pi/7})}{\pi \ln 7} + \right. \\ \left. + \frac{14 \ln 7}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n \cdot 7^{-\pi/7}}{49n^2 + (\ln 7)^2} \cos nx, \right.$$

$$\left. 7^{-x/7} = \frac{98}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n 7^{-\pi/7}}{49n^2 + (\ln 7)^2} n \sin nx. \right)$$

$$2.24. f(x) = \operatorname{sh} \frac{x}{5}. \left(\text{Ответ: } \operatorname{sh} \frac{x}{5} = \frac{5 \left(\operatorname{ch} \frac{\pi}{5} - 1 \right)}{\pi} + \right. \\ \left. + \frac{10}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \operatorname{ch} \frac{\pi}{5} - 1}{25n^2 + 1} \cos nx, \right.$$

$$\left. \operatorname{sh} \frac{x}{5} = \frac{50 \operatorname{sh} \frac{\pi}{5}}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{25n^2 + 1} n \sin nx. \right)$$

$$2.25. f(x) = e^{-2x/3}. \left(\text{Ответ: } e^{-2x/3} = \frac{3(1 - e^{-2\pi/3})}{2\pi} + \right. \\ \left. + \frac{12}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n e^{-2\pi/3}}{9n^2 + 4} \cos nx, \right.$$

$$\left. e^{-2x/3} = \frac{18}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n e^{-2\pi/3}}{9n^2 + 4} n \sin nx. \right)$$

$$2.26. f(x) = (x - \pi)^2. \left(\text{Ответ: } (x - \pi)^2 = \frac{\pi^2}{3} + \right. \\ \left. + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2}, (x - \pi)^2 = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2 \pi^2 + 2)(-1)^n - 1}{n^3} \sin nx. \right)$$

$$2.27. f(x) = 10^{-x}. \left(\text{Ответ: } 10^{-x} = \frac{1 - 10^{-\pi}}{\pi \ln 10} + \right. \\ \left. + \frac{2 \ln 10}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n 10^{-\pi}}{n^2 + \ln^2 10} \cos nx, \right.$$

$$\left. 10^{-x} = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n \cdot 10^{-\pi}}{n^2 + \ln^2 10} n \sin nx. \right)$$

$$\begin{aligned}
2.28. \quad f(x) &= \operatorname{ch} \frac{x}{\pi}. \quad (\text{Ответ: } \operatorname{ch} \frac{x}{\pi} = \operatorname{sh} 1 + \\
&+ 2 \operatorname{sh} 1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{1+n^2\pi^2} \cos nx, \\
\operatorname{ch} \frac{x}{\pi} &= 2\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n \operatorname{ch} 1}{1+n^2\pi^2} n \sin nx.) \\
2.29. \quad f(x) &= e^{4x/3}. \quad (\text{Ответ: } e^{4x/3} = \frac{3(e^{4\pi/3} - 1)}{4\pi} + \\
&+ \frac{24}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n e^{4\pi/3} - 1}{9n^2 + 16} \cos nx, \\
e^{4x/3} &= \frac{18}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n e^{4\pi/3}}{9n^2 + 16} n \sin nx.) \\
2.30. \quad f(x) &= (x - 5)^2. \quad (\text{Ответ: } (x - 5)^2 = \frac{\pi^2 - 15\pi + 75}{3} + \\
&+ \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\pi - 5)^2 (-1)^n + 5}{n^2} \cos nx, \quad (x - 5)^2 = \\
&= \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(25n^2 - 2) + (-1)^n (2 - n^2(5 - \pi)^2)}{n^3} \sin nx.)
\end{aligned}$$

3. Разложить в ряд Фурье в указанном интервале периодическую функцию $f(x)$ с периодом $\omega = 2l$.

$$\begin{aligned}
3.1. \quad f(x) &= |x|, \quad -1 < x < 1, \quad l = 1. \quad (\text{Ответ: } |x| = \frac{1}{2} - \\
&- \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos((2n+1)\pi x)}{(2n+1)^2}.)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
3.2. \quad f(x) &= 2x, \quad -1 < x < 1, \quad l = 1. \quad (\text{Ответ: } 2x = 1 - \\
&- \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2\pi nx)}{n}.)
\end{aligned}$$

$$3.3. f(x) = e^x, \quad -2 < x < 2, \quad l = 2. \quad (\text{Ответ: } e^x = \\ = \text{sh } 2 \left(\frac{1}{2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2 \cos \frac{n\pi x}{2} - \pi n \sin \frac{n\pi x}{2}}{4 + n^2 \pi^2} \right).)$$

$$3.4. f(x) = |x| - 5, \quad -2 < x < 2. \quad (\text{Ответ: } |x| - 5 = \\ = -4 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2}.)$$

$$3.5. f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x < 0, \\ x, & 0 < x \leq 1, \end{cases} \quad l = 1. \quad (\text{Ответ: } f(x) = \frac{3}{4} - \\ - \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cos(\pi(2n-1)x)}{\pi(2n-1)^2} + \sin(\pi n x).)$$

$$3.6. f(x) = x, \quad 1 < x < 3, \quad l = 1. \quad (\text{Ответ: } x = 2 + \\ + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sin(n\pi x)}{n}.)$$

$$3.7. f(x) = \begin{cases} 0, & -2 \leq x < 0, \\ x, & 0 \leq x < 1, \\ 2-x, & 1 \leq x \leq 2, \end{cases} \quad l = 2. \quad (\text{Ответ: } f(x) = \\ = \frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n-1)\pi x)}{(2n-1)^2} + \\ + \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin((2n+1)\pi x/2)}{(2n+1)^2}.)$$

$$3.8. f(x) = 10 - x, \quad 5 < x < 15, \quad l = 5. \quad (\text{Ответ: } 10 - x = \\ = \frac{10}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin(n\pi x/5)}{n}.)$$

$$3.9. f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x < 0, \\ 1/2, & x = 0, \\ x, & 0 < x \leq 1, \end{cases} \quad l = 1. \quad (\text{Ответ: } f(x) = \\ = \frac{3}{4} - \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n-1)\pi x)}{(2n-1)^2} - \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi x)}{n}.)$$

$$3.10. f(x) = 5x - 1, \quad -5 < x < 5, \quad l = 5. \quad (\text{Ответ: } 5x - 1 = -1 + \frac{50}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n} \sin \frac{\pi n x}{5}.)$$

$$3.11. f(x) = \begin{cases} 0, & -3 < x \leq 0, \\ x, & 0 < x < 3, \end{cases} \quad l = 3. \quad (\text{Ответ: } f(x) = \frac{3}{4} - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n-1)\pi x/3)}{(2n-1)^2} - \frac{3}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin \frac{n\pi x}{3}.)$$

$$3.12. f(x) = 3 - x, \quad -2 < x < 2, \quad l = 2. \quad (\text{Ответ: } 3 - x = 2 + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(-1)^n}{n} \sin \frac{\pi n x}{2} \right).)$$

$$3.13. f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1, \\ -1, & 1 < x < 2, \end{cases} \quad l = 1. \quad (\text{Ответ: } f(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin((2n+1)\pi x)}{2n+1}.)$$

$$3.14. f(x) = \begin{cases} 0, & -2 < x < 0, \\ 2, & 0 < x < 2, \end{cases} \quad l = 2. \quad (\text{Ответ: } f(x) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\pi(2n-1)} \sin \frac{(2n-1)\pi x}{2}.)$$

$$3.15. f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & 1 < x < 2, \\ 3 - x, & 2 \leq x \leq 3, \end{cases} \quad l = 3. \quad (\text{Ответ: } f(x) = \frac{2}{3} - \frac{9}{2\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2\pi n x/3)}{n^2} + \frac{1}{2\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(2\pi k x)}{k^2}.)$$

$$3.16. f(x) = 2x - 3, \quad -3 < x < 3, \quad l = 3. \quad (\text{Ответ: } 2x - 3 = -3 + \frac{12}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin \frac{\pi n x}{3}.)$$

$$3.17. f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 3/2, \\ -1, & 3/2 < x < 3, \end{cases} \quad l = 3. \quad (\text{Ответ: } f(x) = \\ = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos((2n+1)\pi x/3)}{2n+1}.)$$

$$3.18. f(x) = 3 - |x|, \quad -5 < x < 5, \quad l = 5. \quad (\text{Ответ: } 3 - \\ - |x| = \frac{1}{2} + \frac{20}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos \frac{(2n+1)\pi x}{5}.)$$

$$3.19. f(x) = \begin{cases} -x, & -4 < x < 0, \\ 1, & x = 0, \\ 2, & 0 < x < 4, \end{cases} \quad l = 4. \quad (\text{Ответ: } f(x) = \\ = 2 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n-1)\pi x/4)}{(2n-1)^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin(n\pi x/4)}{n} + \\ + \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)\pi x/4)}{2k-1}.)$$

$$3.20. f(x) = 1 + x, \quad -1 < x < 1, \quad l = 1. \quad (\text{Ответ: } 1 + x = \\ = 1 + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \sin n\pi x}{n}.)$$

$$3.21. f(x) = \begin{cases} -1, & -2 < x < 0, \\ -1/2, & x = 0, \\ x/2, & 0 < x < 2, \end{cases} \quad l = 2. \quad (\text{Ответ: } f(x) = \\ = -\frac{1}{4} - \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n-1)\pi x/2)}{(2n-1)^2} + \frac{3}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin((2n-1)\pi x/2)}{2n-1} - \\ - \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(k\pi x)}{2k}.)$$

$$3.22. f(x) = 2x + 2, \quad -1 < x < 3, \quad l = 2. \quad (\text{Ответ: } 2x + \\ + 2 = 2 - \frac{8}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin(n\pi x/2)}{n}.)$$

$$\begin{aligned}
 3.23. \quad f(x) &= \begin{cases} 3, & -3 < x < 0, \\ 3/2, & x = 0, \\ -x, & 0 < x < 3, \end{cases} \quad l = 3. \quad (\text{Ответ: } f(x) = \\
 &= \frac{3}{4} - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n-1)\pi x/3)}{(2n-1)^2} - \frac{9}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin((2n-1)\pi x/3)}{2n-1} + \\
 &+ \frac{3}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2k\pi x/3)}{2k}.)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3.24. \quad f(x) &= 1 - |x|, \quad -3 < x < 3, \quad l = 3. \quad (\text{Ответ: } 1 - \\
 - |x| &= -\frac{1}{2} + \frac{12}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{(2n-1)\pi x}{3}}{(2n-1)^2}.)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3.25. \quad f(x) &= \begin{cases} -2, & -4 < x < 0, \\ -1/2, & x = 0, \\ 1+x, & 0 < x < 4, \end{cases} \quad l = 4. \quad (\text{Ответ: } f(x) = \\
 &= \frac{1}{2} + \frac{32}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n-1)\pi x/4)}{(2n-1)^2} + \frac{10}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin((2n-1)\pi x/4)}{2n-1} - \\
 &- \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(k\pi x/2)}{2k}.)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3.26. \quad f(x) &= 4x - 3, \quad -5 < x < 5, \quad l = 5. \quad (\text{Ответ: } 4x - \\
 - 3 &= -3 + \frac{40}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin \frac{n\pi x}{5}.)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3.27. \quad f(x) &= \begin{cases} x+2, & -2 < x < -1, \\ 1, & -1 \leq x \leq 1, \\ 2-x, & 1 < x < 2, \end{cases} \quad l = 2. \\
 (\text{Ответ: } f(x) &= \frac{3}{4} + \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n-1)\pi x/2)}{(2n-1)^2} - \\
 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(2(2k-1)\pi x/2)}{(2(2k-1))^2}.)
 \end{aligned}$$

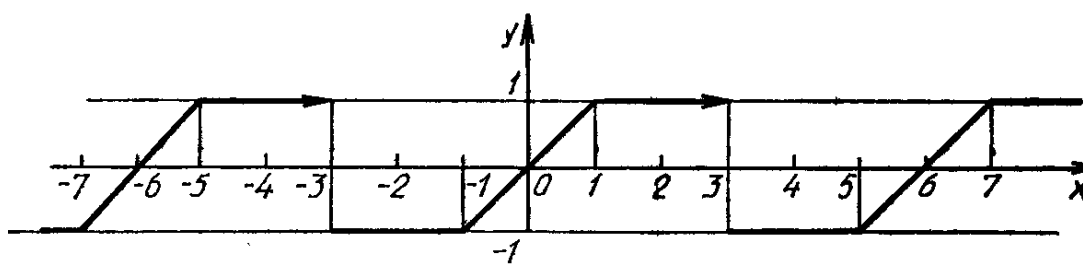
$$3.28. f(x) = \begin{cases} -1/2, & -6 < x < 0, \\ 1, & 0 < x < 6, \end{cases} \quad l = 6. \quad (\text{Ответ: } f(x) = \\ = \frac{1}{4} + \frac{3}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \sin \frac{(2n-1)\pi x}{6}.)$$

$$3.29. f(x) = \begin{cases} -2x, & -2 < x < 0, \\ 2, & x = 0, \\ 4, & 0 < x < 2, \end{cases} \quad l = 2. \quad (\text{Ответ: } f(x) = \\ = 3 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n-1)\pi x/2)}{(2n-1)^2} + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi x}{2}.)$$

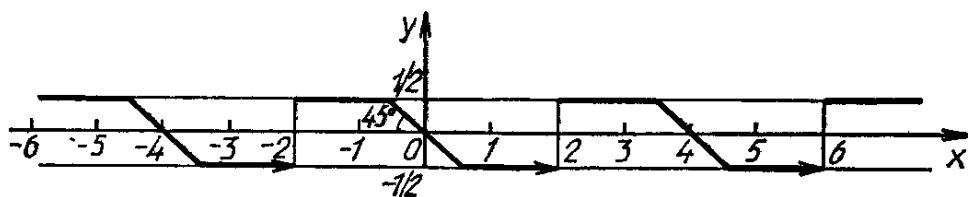
$$3.30. f(x) = |x| - 3, \quad -4 < x < 4, \quad l = 4. \quad (\text{Ответ: } |x| - \\ - 3 = -1 - \frac{16}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cos \frac{(2n-1)\pi x}{2} - \\ - \frac{8}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi x)}{2n} - \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2k-1} \sin \frac{(2k-1)\pi x}{2}.)$$

4. Разложить в ряд Фурье функцию, заданную графически.

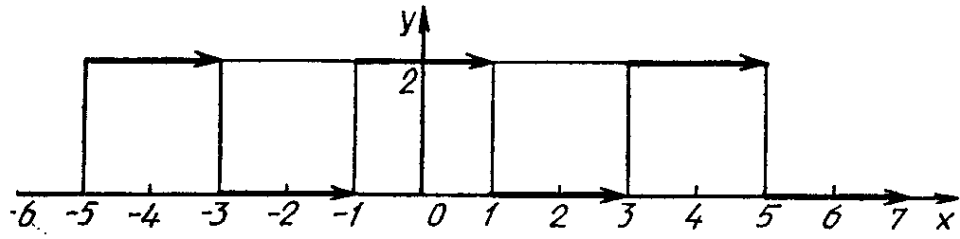
4.1.



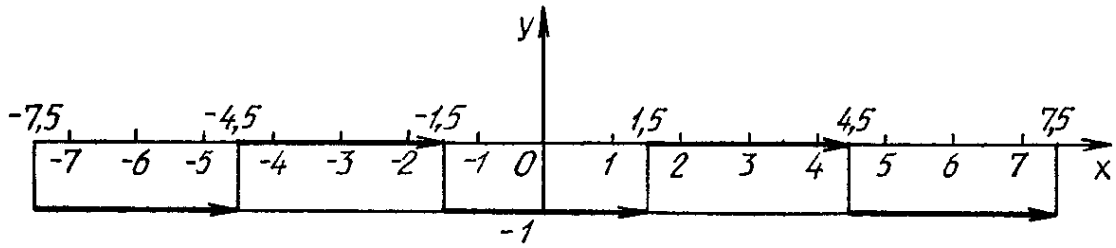
4.2.



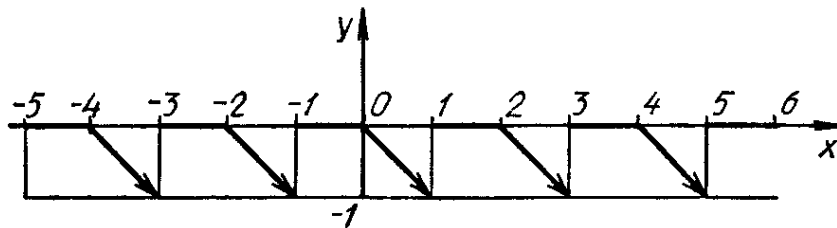
4.3.



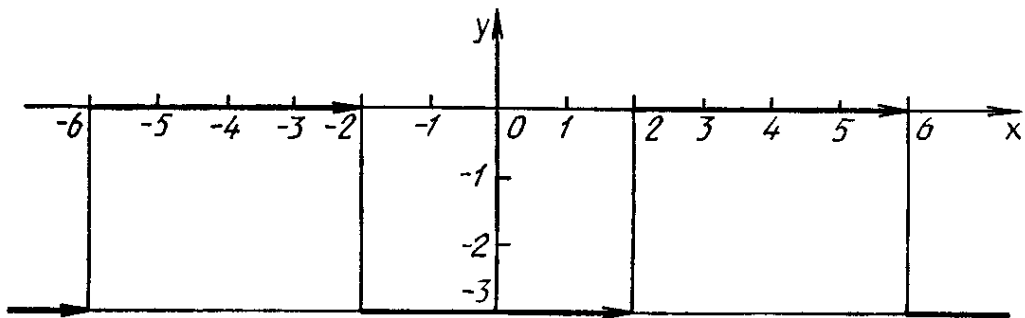
4.4.



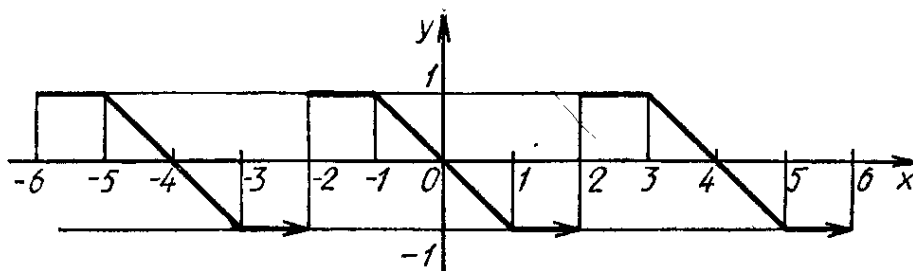
4.5.



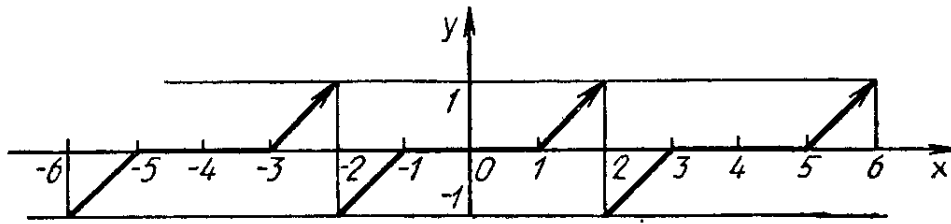
4.6.



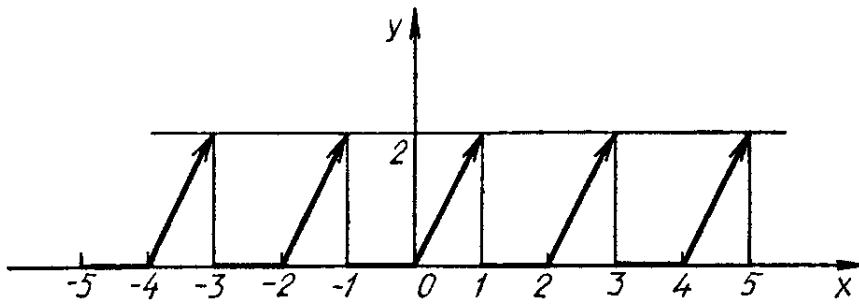
4.7.



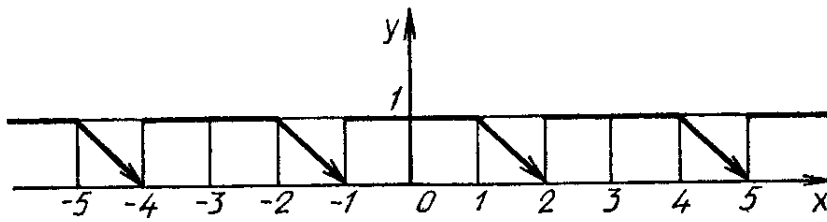
4.8.



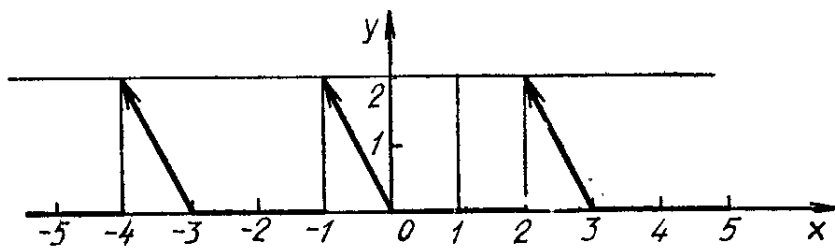
4.9.



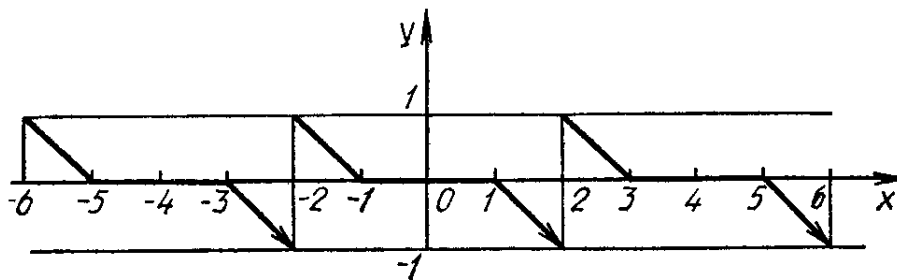
4.10.



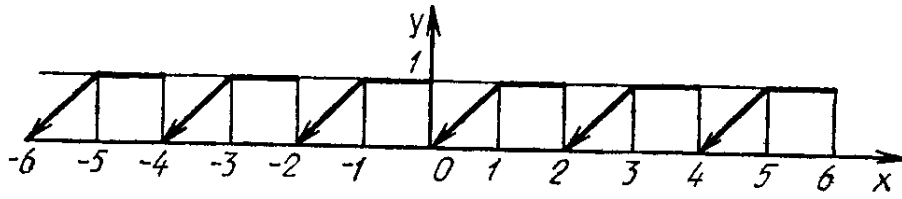
4.11.



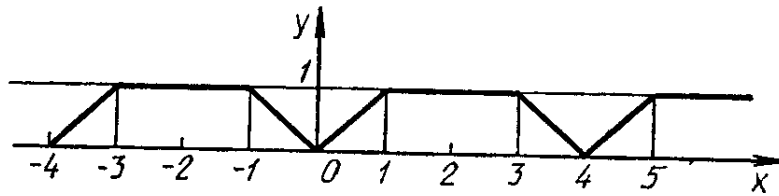
4.12.



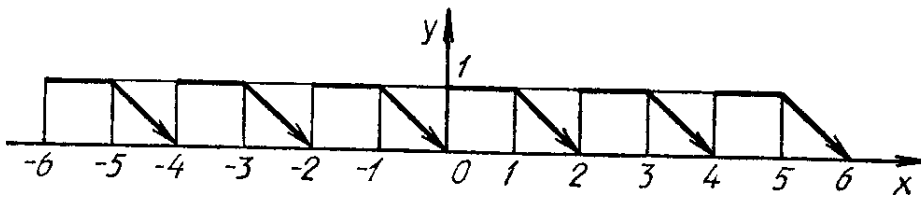
4.13.



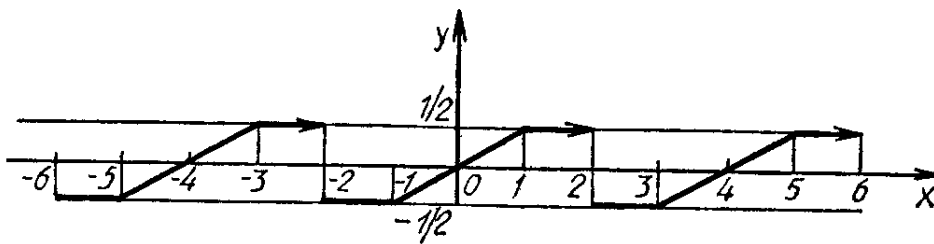
4.14.



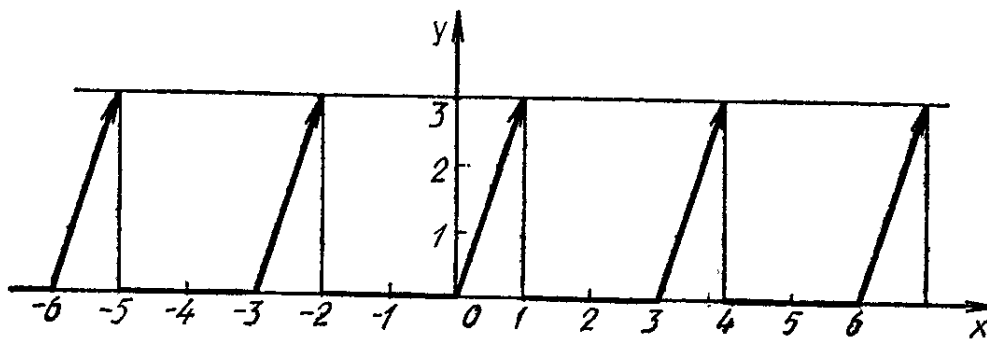
4.15.



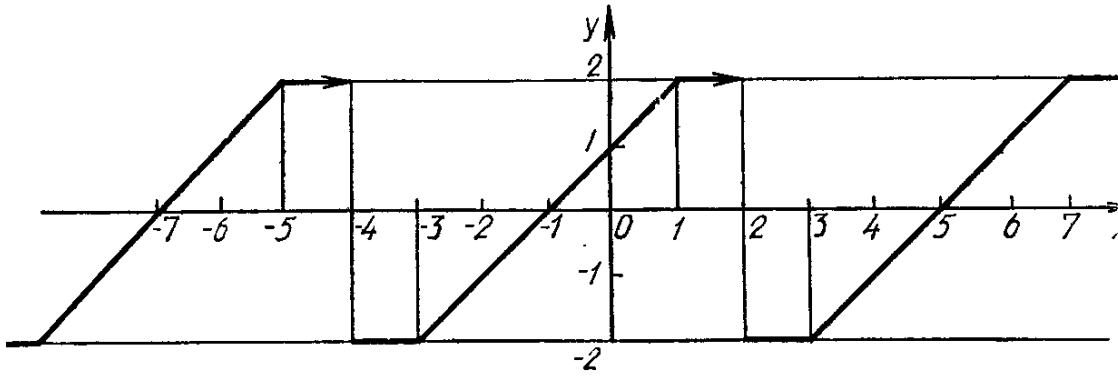
4.16.



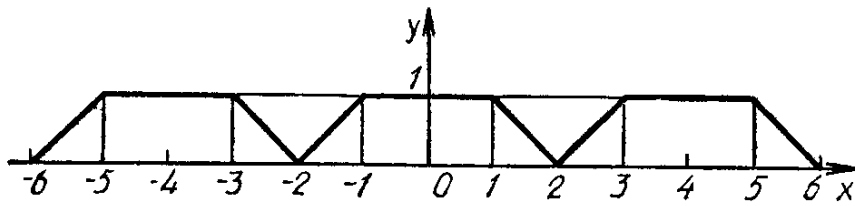
4.17.



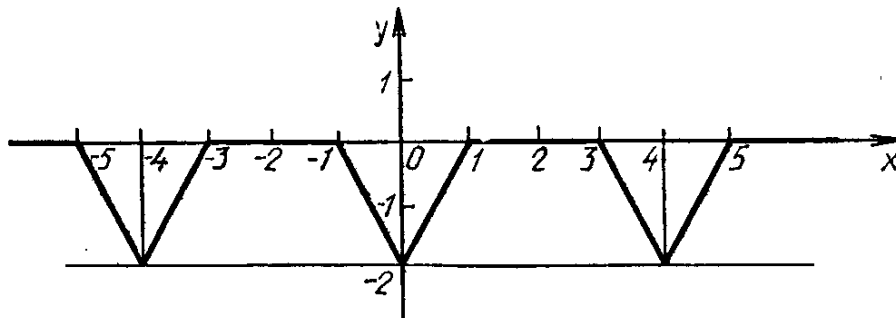
4.18.



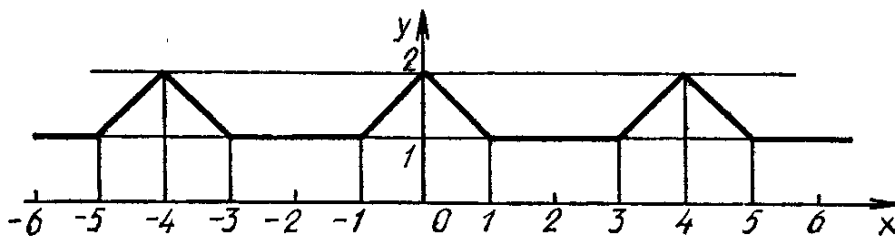
4.19.



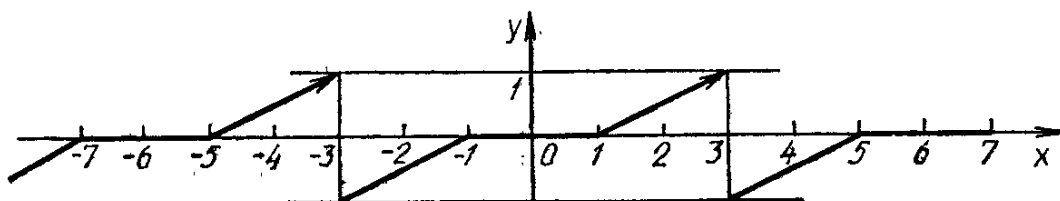
4.20.



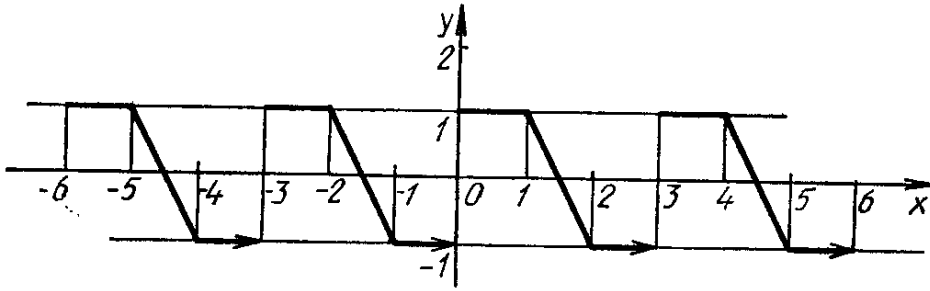
4.21.



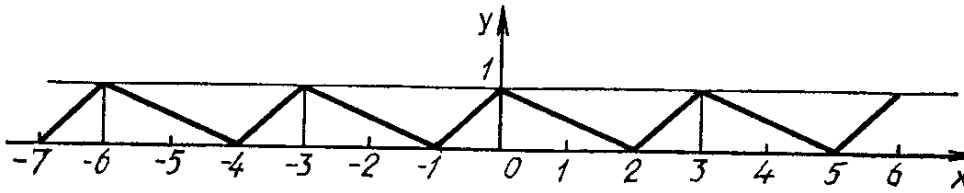
4.22.



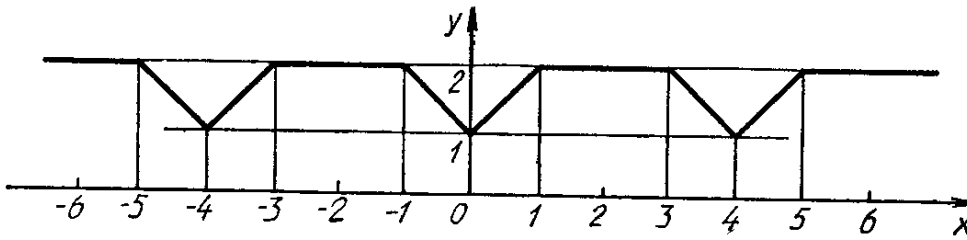
4.23.



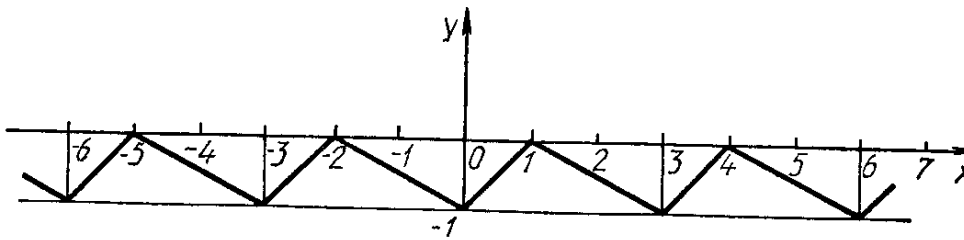
4.24.



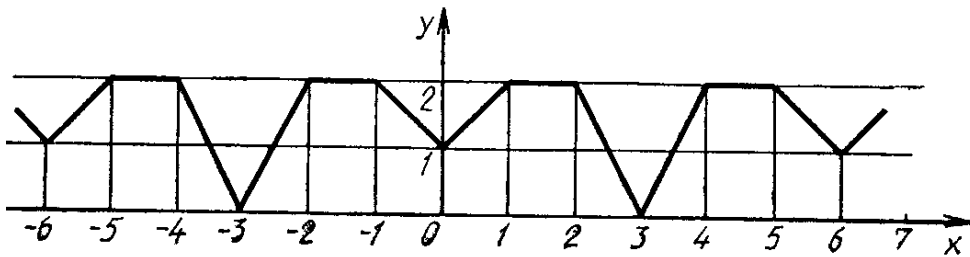
4.25.



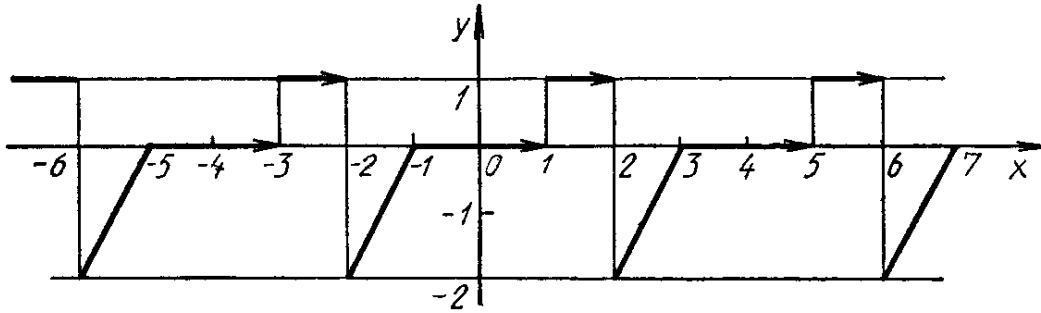
4.26.



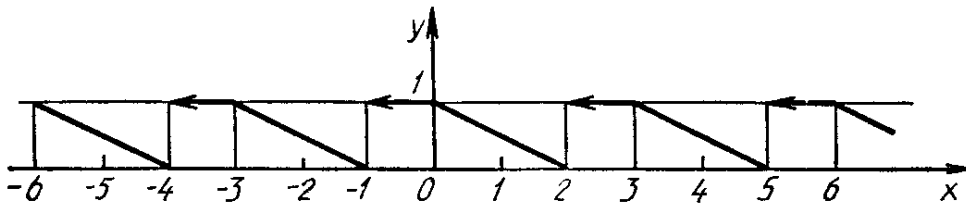
4.27.



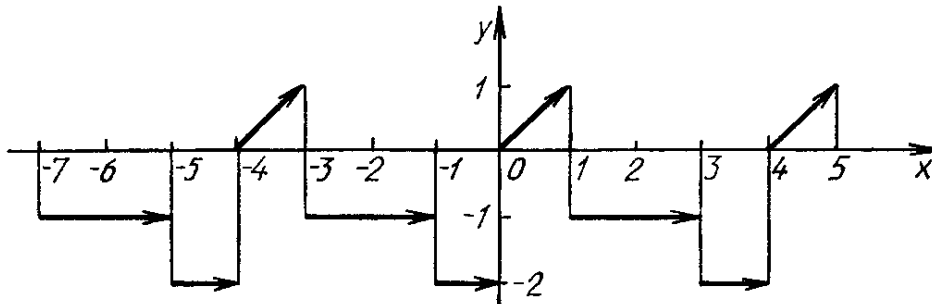
4.28.



4.29.



4.30.



5. Воспользовавшись разложением функции $f(x)$ в ряд Фурье в указанном интервале, найти сумму данного числового ряда.

5.1. $f(x) = |x|$, $(-\pi; \pi)$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$. (Ответ: $\frac{\pi^2}{8}$.)

5.2. $f(x) = |\sin x|$, $(-\pi; \pi)$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}$. (Ответ: $\frac{1}{2}$.)

5.3. $f(x) = x^2$, $[-\pi; \pi]$, $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n^2}$. (Ответ: $\frac{\pi^2}{12}$.)

5.4. $f(x) = x$, $[0; \pi]$, по косинусам, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$. (Ответ: $\frac{\pi^2}{8}$.)

5.5. $f(x) = \begin{cases} -x, & -\pi \leq x \leq 0, \\ x^2/\pi, & 0 < x \leq \pi, \end{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 - (-1)^n}{n^2}$. (Ответ: $\frac{7\pi^2}{12}$.)

5.6. $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi < x < 0, \\ 1, & 0 < x < \pi, \\ 0, & x = -\pi, x = 0, x = \pi, \end{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$.
(Ответ: $\frac{\pi}{4}$.)

5.7. $f(x) = \frac{\pi}{4}$, $(0; \pi)$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$. (Ответ: $\frac{\pi}{4}$.)

5.8. $f(x) = \cos x$, $[0; \frac{\pi}{2}]$, $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k-1)(2k+1)}$. (Ответ: $\frac{2-\pi}{4}$.)

5.9. $f(x) = x$, $(0; \pi)$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$. (Ответ: $\frac{\pi^2}{8}$.)

5.10. $f(x) = x^2$, $(-\pi; \pi)$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$. (Ответ: $\frac{\pi^2}{6}$.)

5.11. $f(x) = x(\pi - x)$, $(0; \pi)$, по синусам, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3}$.
(Ответ: $\frac{\pi^3}{32}$.)

5.12. $f(x) = |\sin x|$, $(-\pi; \pi)$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4n^2 - 1}$.
(Ответ: $\frac{2-\pi}{4}$.)

$$5.13. f(x) = \begin{cases} 0, & -3 < x \leq 0, \\ x, & 0 < x < 3, \end{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}. \quad (\text{Ответ: } \frac{\pi^2}{8}.)$$

$$5.14. f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x < 0, \\ x, & 0 \leq x \leq 1, \end{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}. \quad (\text{Ответ: } \frac{\pi^2}{8}.)$$

$$5.15. f(x) = |x|, \quad (-1; 1), \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}. \quad (\text{Ответ: } \frac{\pi^2}{8}.)$$

$$5.16. f(x) = x^2, \quad (-\pi; \pi), \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}. \quad (\text{Ответ: } \frac{\pi^2}{8}.)$$

$$5.17. f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x < 0, \\ 1/2, & x = 0, \\ x, & 0 < x \leq 1, \end{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}. \quad (\text{Ответ: } \frac{\pi^2}{8}.)$$

$$5.18. f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1, \\ -1, & 1 < x < 2, \end{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}. \quad (\text{Ответ: } \frac{\pi}{4}.)$$

$$5.19. f(x) = \begin{cases} -x, & -4 < x < 0, \\ 1, & x = 0, \\ 2, & 0 < x < 4, \end{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}. \\ (\text{Ответ: } \frac{\pi^2}{8}.)$$

$$5.20. f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 3/2, \\ -1, & 3/2 < x < 3, \end{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}. \quad (\text{Ответ: } \frac{\pi}{4}.)$$

$$5.21. f(x) = \begin{cases} -1, & -2 < x < 0, \\ -1/2, & x = 0, \\ x/2, & 0 < x < 2, \end{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}. \\ (\text{Ответ: } \frac{\pi^2}{8}.)$$

$$5.22. f(x) = \begin{cases} -2x, & -2 < x < 0, \\ 2, & x = 0, \\ 4, & 0 < x < 2, \end{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}. \\ (\text{Ответ: } \frac{\pi^2}{8}.)$$

$$5.23. f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ x - 1, & 0 \leq x \leq \pi, \end{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{\pi^2}{8}.)$$

$$5.24. f(x) = \begin{cases} -2x, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 3x, & 0 < x \leq \pi, \end{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 - (-1)^n)}{n^2}.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{7\pi^2}{20}.)$$

$$5.25. f(x) = \pi^2 - x^2, (-\pi; \pi), \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}. (\text{Ответ: } \frac{\pi^2}{12}.)$$

$$5.26. f(x) = x \sin x, [-\pi; \pi], \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 - 1}. (\text{Ответ: } \frac{1}{4}.)$$

$$5.27. f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 1, & 0 \leq x \leq \pi, \end{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}. (\text{Ответ: } \frac{\pi}{4}.)$$

$$5.28. f(x) = \begin{cases} -a, & -\pi \leq x < 0, \\ a, & 0 \leq x \leq \pi, \end{cases} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n+1}. (\text{Ответ: } \frac{\pi}{4}.)$$

$$5.29. f(x) = |\cos x|, [-\pi; \pi], \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{4n^2 - 1}.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{\pi - 2}{4}.)$$

$$5.30. f(x) = \left| \cos \frac{x}{2} \right|, [-\pi; \pi], \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{1 - 4n^2}.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{\pi - 2}{4}.)$$