

1-й семестр

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Тема 1. Линейная алгебра

1. Матрица, элементы матрицы, размерность матрицы. Классификация матриц в зависимости от их размерности, квадратные матрицы. Нулевая и единичная матрицы.
2. Линейные операции над матрицами (умножение на число и сложение). Условия возможности их выполнения и свойства. Операции над матрицами. Транспонирование матриц и свойства транспонирования.
3. Определители матриц и их свойства. Миноры и алгебраическое дополнение элементов матрицы. Свойства определителей.
4. Формулы расчёта определителей 2-ого и 3-его порядка (мнемоническое правило и разложение по минорам 2-го порядка). Вычисление определителей порядков больше 3-х.
5. Системы линейных уравнений. Матричная запись. Классификация систем линейных уравнений. Однородные и неоднородные уравнения. Способы решения.
6. невырожденные системы линейных уравнений и их решение методом Гаусса.
7. Обратная матрица, условие её существования (т. е. обратимости матрицы) и способы её нахождения (без доказательства). Формула для вычисления обратной матрицы. Теорема о существовании обратной матрицы. Свойства обращения матриц. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
8. Ранг матрицы, его свойства и способы вычисления.
9. невырожденные системы линейных уравнений и их решение методом Крамера.
10. Вырожденные системы линейных уравнений (однородные и неоднородные уравнения) и их решение, их особенности и способы решения. Общие решения. Фундаментальное решение.
11. Теорема Кронекера - Капелли.

Тема 2. Аналитическая геометрия

12. Прямоугольная система координат. Правая и левая системы координат. Координаты вектора в прямоугольной системе координат. Проекция точки на ось. Расстояние между точками.
13. Вектор, длина вектора и направление. Геометрическое и алгебраическое представление. Нулевой и единичный вектор. Направляющие косинусы. Равенство векторов. Коллинеарность и компланарность векторов. Единичные вектора и нулевой вектор.

14. Линейные операции над векторами в координатной и алгебраической форме. Признак коллинеарности векторов в координатной форме.
15. Сложение и вычитание векторов. Правила треугольника, параллелограмма, правило параллелепипеда. Свойства операции сложения векторов. Умножение вектора на число. Свойства операции умножения вектора на число.
16. Скалярное умножение векторов. Связь скалярного произведения векторов и проекции вектора на ось. Угол между векторами. Свойства скалярного произведения векторов. Проекция вектора на оси координат и на другой вектор.
17. Векторное умножение векторов в геометрической и алгебраической форме и его свойства.
18. Смешанное умножение векторов, его вычисление и свойства. Геометрический смысл. Прямая на плоскости.
19. Прямая на плоскости. Каноническое уравнение прямой, уравнение прямой линии с угловым коэффициентом в общей форме и другие виды уравнений прямой. геометрический смысл параметров и коэффициентов.
20. Прямая в трёхмерном пространстве и способы её задания.
21. Плоскость в трёхмерном пространстве. Способы задания.
22. Кривые второго порядка. Эллипс. Гипербола. Парабола. Классификация кривых второго порядка.
23. Эллипс и его свойства.
24. Гипербола и её свойства.
25. Парабола и её свойства.
26. Поверхности второго порядка (общие представления). Цилиндры. Конусы. Эллипсоиды. Гиперboloиды. Гиперболический параболоид. Эллиптический параболоид. Классификация поверхностей второго порядка.

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМУ И ИНТЕГРАЛЬНОМУ ИСЧИСЛЕНИЮ (МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ)

Тема 4. Элементы теории множеств

1. Понятие множества. Способы задания множеств. Мощность множества. Конечные и бесконечные множества. Плотные и неплотные множества.
2. Операции над множествами: объединение, пересечение, вычитание, симметрическая разность, декартово произведение.

Тема 5. Пределы последовательностей и функций

3. Понятие функции: определение, Область её определения и область допустимых значений. Способы задания. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Сложные функции. Обратные функции, их графики. Операции над функциями и над аргументами. Симметрии функций: четность, периодичность, монотонность, способы задания. Обратная функция.

4. Понятие бесконечной числовой последовательности. Формула общего члена последовательности. Сходящиеся и расходящиеся последовательности. Теорема о единственности предела.
5. Понятие предела функции и их вычисление. Алгебраические свойства пределов. Неопределённости при вычислении пределов и способы их устранения.
6. Первый и второй замечательные пределы.
7. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их взаимосвязь и свойства.
8. Классификация неопределённостей, возникающих при вычислении пределов. Способы устранения неопределённостей разных типов.

Тема 6. Производная функции

9. Определение производной. Геометрический и физический смысл производной. Свойства производной. Правила дифференцирования функции умноженной на число, суммы, произведения и частного функций. Понятие дифференцируемости функции в точке.
10. Приёмы дифференцирования: теорема о производной сложной функции, теорема о производной обратной функции, дифференцирование функций заданных неявно, дифференцирование функций заданных параметрически, логарифмическое дифференцирование.
11. Формулы дифференцирования основных элементарных функций.
12. Понятие точки разрыва функции. Классификация точек разрыва и их поиск.
13. Производные высших порядков. Их свойства. Формула Лейбница. Гладкость функций.
14. Теоремы о дифференцируемых функциях (теоремы «о среднем»): Ферма, Роля, Лагранжа, Коши.
15. Формула Тейлора разложения функций (с выводом). Остаточный член в форме Лагранжа. Формула Маклорена. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.
16. Правило Лопиталья – Бернулли и его применение к раскрытию неопределённостей вида $\left(\frac{0}{0}\right)$ и $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ его использование при раскрытии неопределённостей других видов.
17. Монотонность функции. Области монотонности. Экстремумы функции (максимумы и минимумы). Супремум и инфимум. Нахождение экстремумов и определение типа экстремума с помощью производных. Интервалы монотонности функций, их классификация. Признаки возрастания и убывания функции.
18. Выпуклость и вогнутость функции и их геометрическое представление на графике функции. Понятие точек перегиба и способы их нахождения.
19. Асимптоты: определение, виды (наклонная, вертикальная). Выпуклость, вогнутость функции.
20. Полная схема исследования функций.
21. Дифференциал и его геометрический смысл. Правила нахождения дифференциалов и дифференциалы элементарных функций. Таблица дифференциалов.

22. Применение дифференциалов для приближённых вычислений.

Тема 7. Функции нескольких переменных

23. Функции нескольких переменных. Способы задания функций нескольких переменных. Геометрическое представление. Область определения и область допустимых значений. Предел функций нескольких переменных. Последовательные и одновременные пределы. Непрерывность функций нескольких переменных.

24. Приращения переменных функций нескольких переменных. Частные приращения и полное приращение функций. Частные производные и их обозначения. Инвариантность формы полного дифференциала. Геометрическое представление частных производных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

25. Дифференцирование сложных и неявно заданных функций нескольких переменных.

26. Дифференциалы функций нескольких переменных, полный дифференциал. Использование дифференциалов для приближённого вычисления.

27. Формула Тейлора функций нескольких переменных.

28. Понятие экстремума функции нескольких переменных. Необходимое условие существования экстремума функции нескольких переменных. Достаточные условия экстремума функций двух и трёх переменных. Алгоритм поиска наибольшего и наименьшего значения функции двух переменных в замкнутой области.

29. Условный экстремум. Функция Лагранжа. Нахождение условного экстремума.