

Сегодня: суббота, 11 февраля 2017 г.

Толмачева Нелла Дмитриевна
доцент кафедры общей физики

Кинематика

Кинематика - изучает движение тел, не рассматривая причин, которые это движение вызывают.

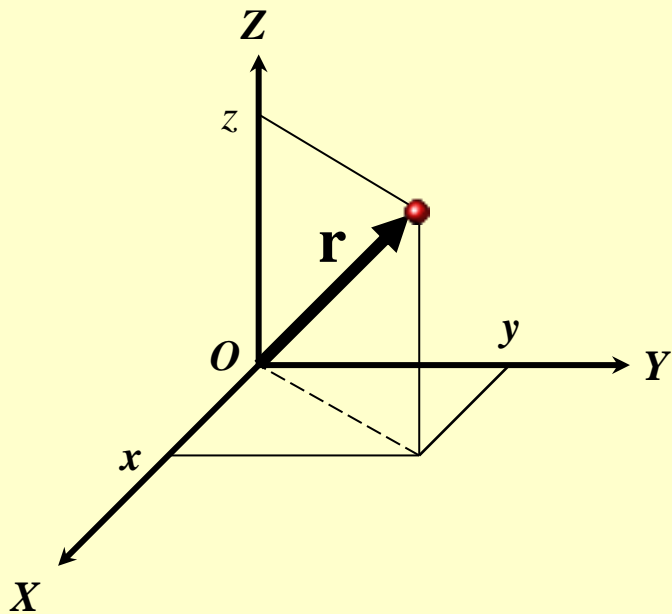
Она использует понятия: траектория, путь(s), перемещение(Δr), время(t), скорость(v), ускорение(a), угловая скорость(ω) и угловое ускорение (ε).

§1. Кинематика материальной точки, система отсчета.

Абсолютно твердым телом называется тело, которое ни при каких условиях не может деформироваться и при всех условиях расстояние между двумя точками (или точнее между двумя частицами) этого тела остается постоянным.

Тело, относительно которого рассматривается движение, называют *телом отсчета*.

Система отсчета - совокупность системы координат и часов, связанных с телом отсчета.



Простейшие прямолинейные координаты – *декартовы* в них положение точки задаётся тройкой чисел: координатами x, y, z , ; или \mathbf{r} , ($\mathbf{r} = f(t)$); либо: r, α, β ; r, γ, α ; r, β, γ .

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

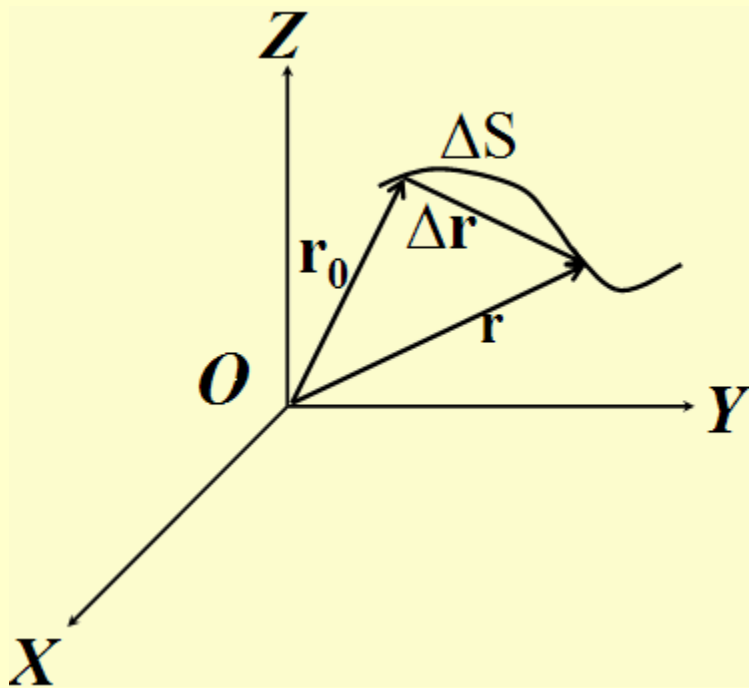
Простейшие криволинейные – *полярные*, задаются \mathbf{r} и φ .

В общем случае движение точки определяется *скалярными уравнениями*

$$x = x(t) , y = y(t) , z = z(t) , \quad (1)$$

эквивалентными *векторному уравнению* (2)

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \quad (2)$$



Вектор $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0$
называется
перемещением.
 Δs – путь.

Самостоятельно:

1. Операции с векторами.
2. Производные основных элементарных функций.
3. Простейшие интегралы.

Векторы обозначены жирным шрифтом или стрелкой!

§2 *Скорость.*

Вектором средней скорости $\langle \mathbf{v} \rangle$ называют:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Для характеристики движения материальной точки вводится векторная величина - *скорость*, которую определяют как *быстроту движения*, так и изменение его *направления* в данный момент времени .

Мгновенная скорость — векторная величина, равная скорости материальной точки в фиксированный момент времени.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (3)$$

При $\Delta t \rightarrow 0$

$$v = |\vec{v}| = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt} \quad (4)$$

В общем случае:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{i} \frac{dx(t)}{dt} + \mathbf{j} \frac{dy(t)}{dt} + \mathbf{k} \frac{dz(t)}{dt} = \mathbf{i} v_x + \mathbf{j} v_y + \mathbf{k} v_z \quad (5)$$

Справедлив принцип суперпозиций :

$$\vec{v} = \sum_{i=1}^i \vec{v}_i \quad (6)$$

Модуль скорости : (7)

Из (4) следует:

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt \quad (8)$$

§3 Ускорение

Средним ускорением неравномерного движения в интервале от t до $t+\Delta t$ называется векторная величина, равная отношению изменения скорости к интервалу времени:

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Мгновенное ускорение

Мгновенным ускорением \vec{a} материальной точки в момент времени t называют предел среднего ускорения

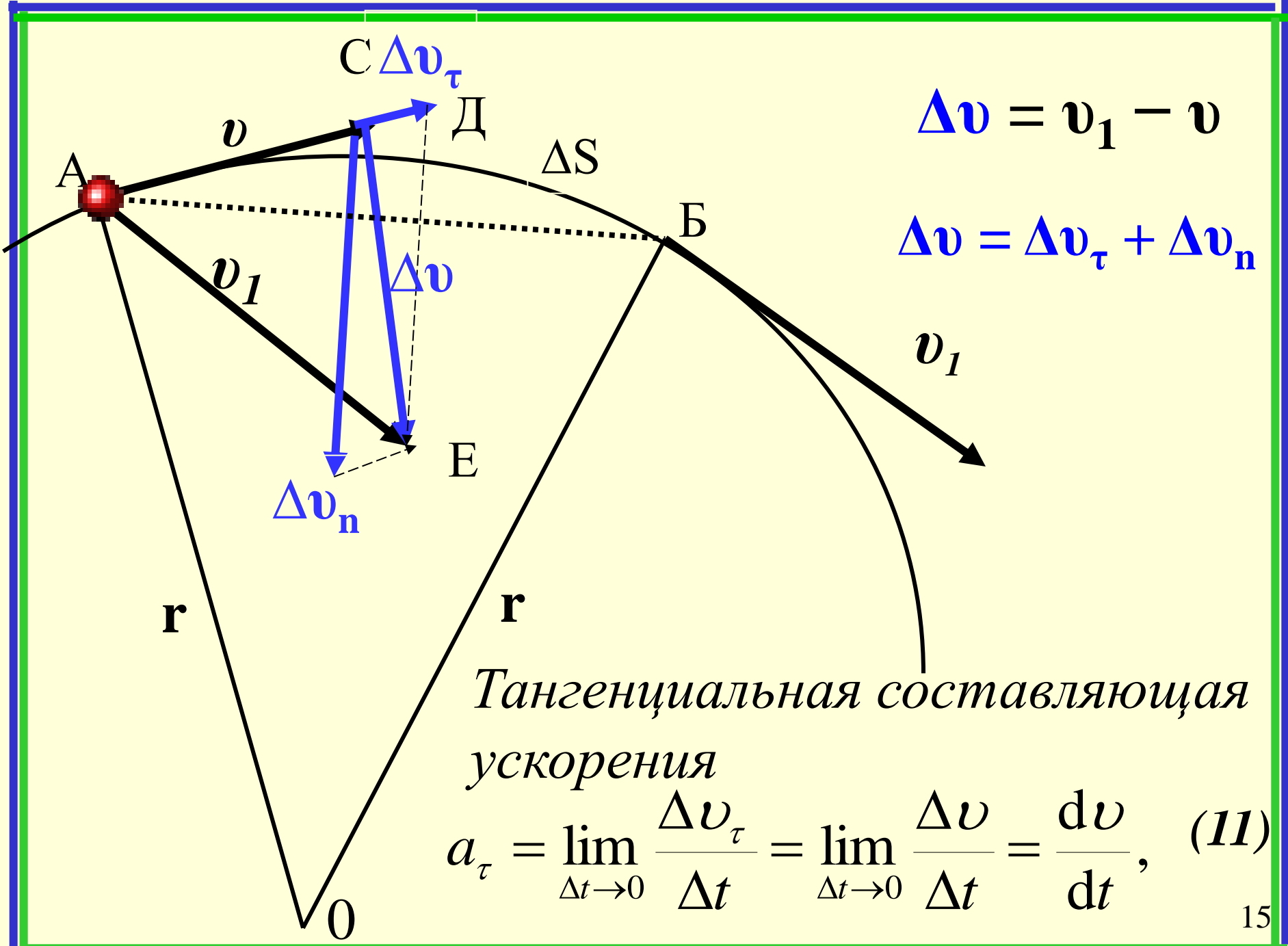
$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \langle \vec{a} \rangle = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Или:

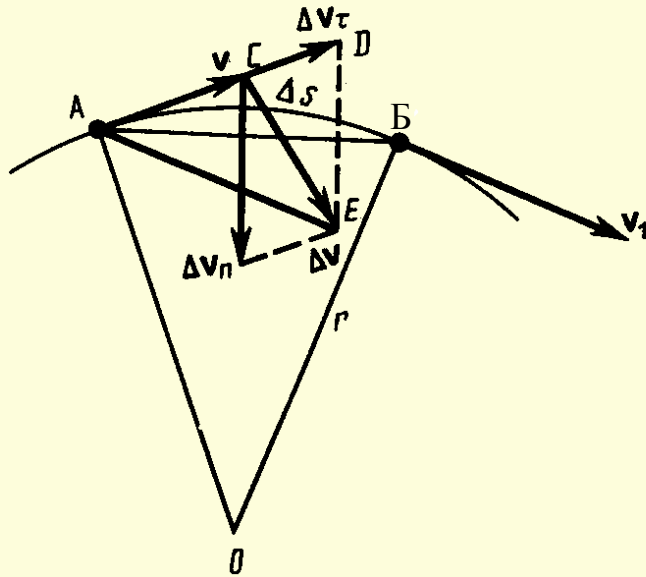
=

(10)

Движение при котором $\mathbf{a} = \text{const}$
называется *равнопеременным*.



Из рис. Видно, что при $\Delta t \rightarrow 0$,
 дуга $\Delta S =$ хорде АБ. Из
 подобия ΔAOB и ΔEAD
 следует:



(12)

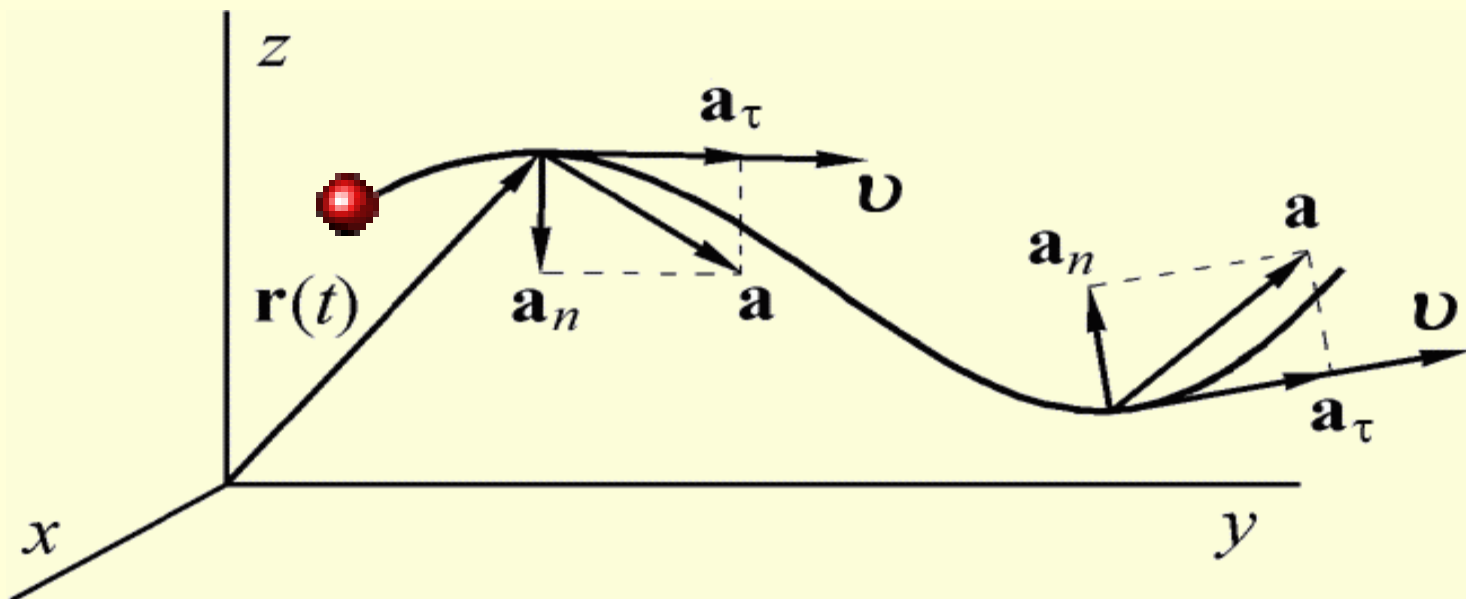
(13)

$$a_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \frac{v^2}{r},$$

называется *нормальной составляющей ускорения*

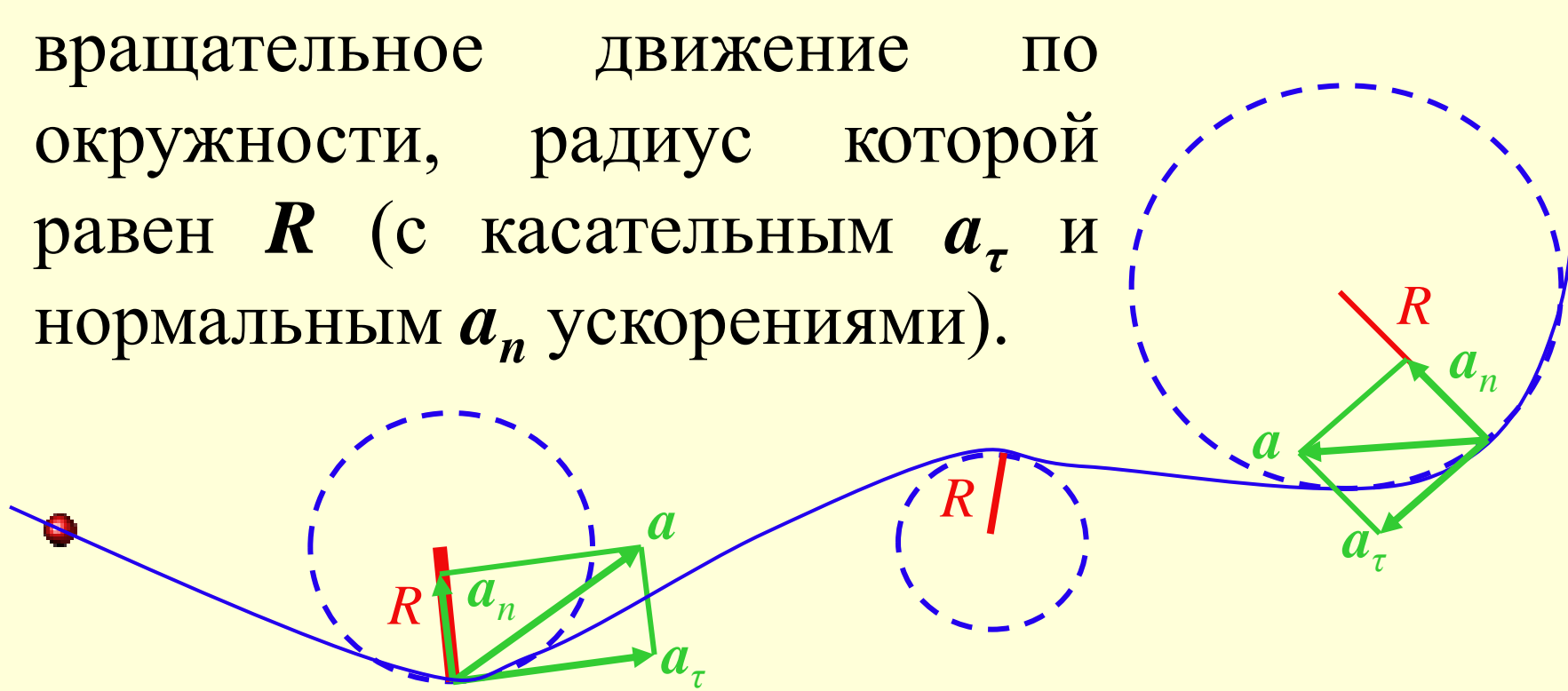
она направлена по нормали к траектории к центру ее кривизны (поэтому ее называют также центростремительным ускорением).

Полное ускорение $\mathbf{a} = \mathbf{a}_\tau + \mathbf{a}_n$



Ускорение при произвольном движении:

в любой точке траектории движение материальной точки можно рассматривать как вращательное движение по окружности, радиус которой равен R (с касательным a_τ и нормальным a_n ускорениями).



Если:

1. $a_\tau=0$, $a_n=0$ – прямолинейное равномерное движение;

2. $a_\tau=const$, $a_n=0$ – прямолинейное равнопеременное движение.

При таком виде движения

$$v = v_0 + at$$

$$S = \int_0^t v dt = \int_0^t (v_0 + at) dt = v_0 t + at^2 / 2$$

3. $a_{\tau}=0$, $a_n=\text{const}$ – равномерное движение по окружности;

4. $a_{\tau}=f(t)$, $a_n=0$ - прямолинейное с переменным ускорением;

5. $a_{\tau}=0$, $a_n=f(t)$ – равномерное криволинейное движение;

6. $a_{\tau}=f(t)$, $a_n \neq 0$ – криволинейное с переменным ускорением.

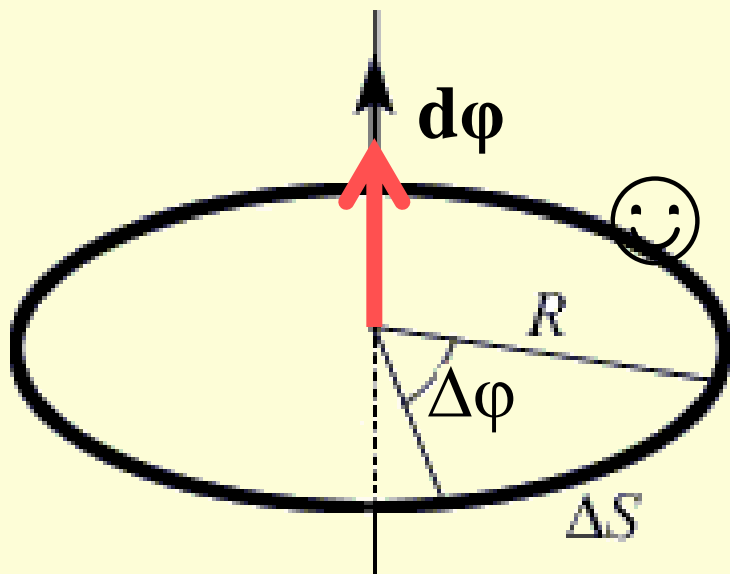
§4 Кинематика вращательного движения мат. точки.

Вращательное движение – это движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой *осью вращения*.

Угловой скоростью называется векторная величина, равная первой производной угла поворота тела по времени:

ω

(14)



Вектор ω направлен вдоль оси вращения по правилу правого винта, так же, как и вектор $d\phi$

Размерность угловой скорости (rad/c).

Линейная скорость точки:

(15)

Периодом вращения T называют промежуток времени, в течении которого тело, равномерно вращаясь с угловой скоростью ω , совершает один полный оборот.

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi n. \quad (20)$$

Частотой вращения n называют число оборотов совершаемых телом за 1с при равномерном вращении с угловой скоростью ω .

в векторной форме : $\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}]$. (21)

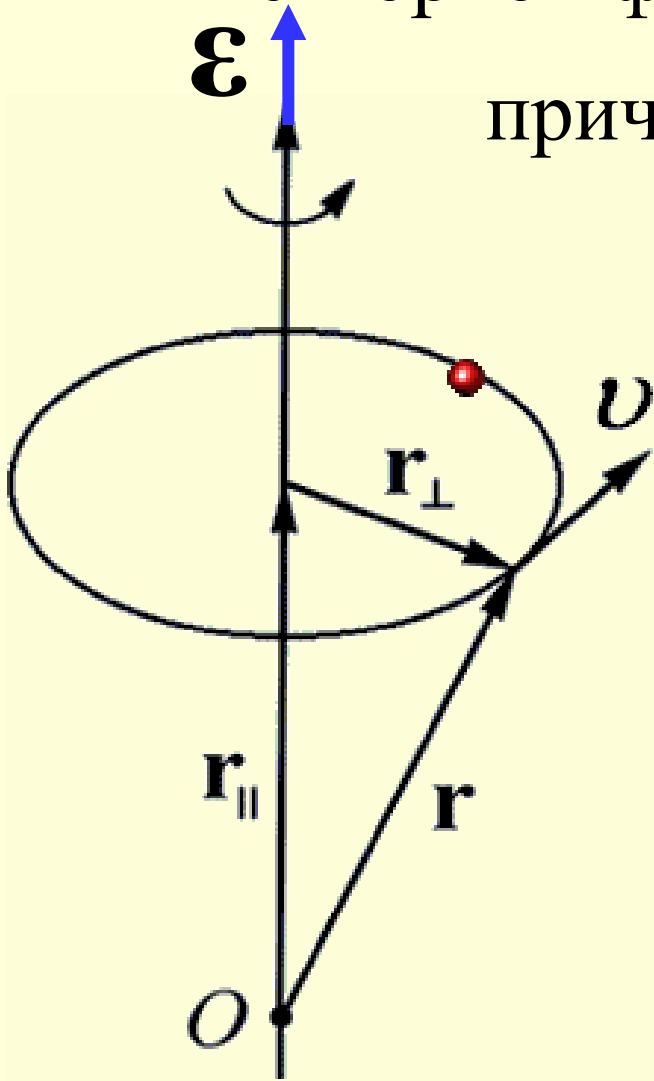
причем $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{\parallel} + \mathbf{r}_{\perp}$ ($R = r_{\perp}$)

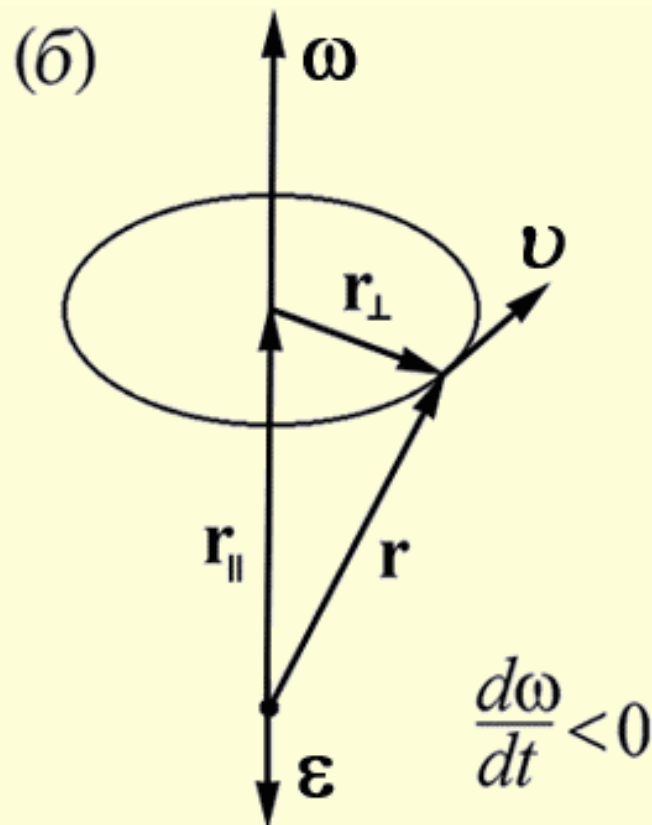
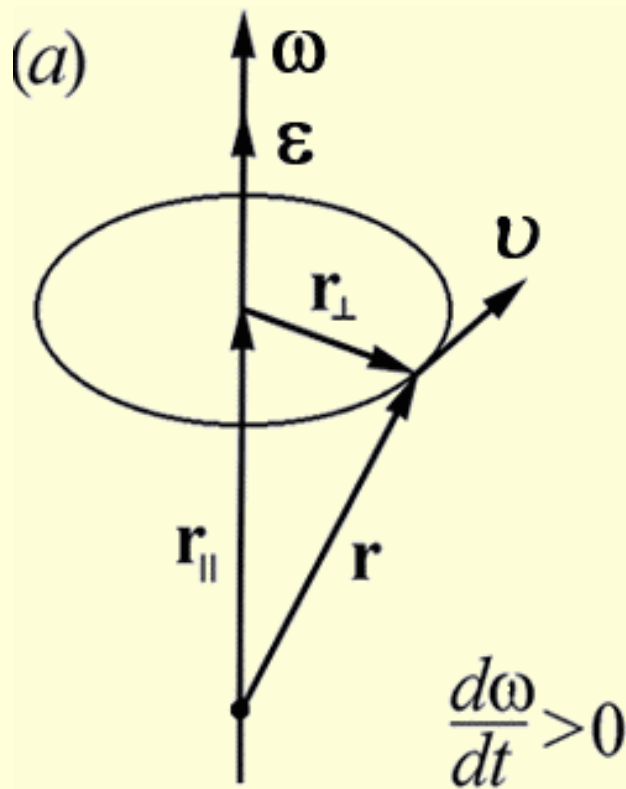
В скалярной форме :

$$v = \omega r \sin(\omega r) = \omega R \quad (22)$$

Угловым ускорением называют вектор

$$\vec{\xi} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad (23)$$





Вектор $\boldsymbol{\varepsilon}$ направлен по оси вращения тела.

Если $\boldsymbol{\varepsilon} \uparrow \uparrow \boldsymbol{\omega}$ - движение равноускоренное.

Если $\boldsymbol{\varepsilon} \uparrow \downarrow \boldsymbol{\omega}$ – движение равнозамедленное.

Связь линейных и угловых характеристик:

$$a_{\tau} = \frac{d(\omega R)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon \quad (24)$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R \quad (25)$$

$\omega, \varepsilon, \varphi$ при равнопеременном
вращательном движении:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t \quad (26)$$

$$\varphi = \omega_0 t \pm \varepsilon t^2 / 2 \quad (27)$$

Знать :

Определения
Основные формулы кинематики.
Связи угловых и линейных
характеристик.

Уметь :

Вычислять : $s, \Delta r, t, v, a, a_t, a_n, \omega, \varepsilon$
при произвольном движении.