

# **ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК**

# Причины возникновения электрического тока

- Заряженные объекты являются причиной не только электростатического поля, но еще и электрического тока.

В этих двух явлениях, есть существенное отличие:

- Для возникновения электростатического поля требуются неподвижные, каким-то образом зафиксированные в пространстве заряды.
- Для возникновения электрического тока, требуется наличие свободных, не закрепленных заряженных частиц, которые в электростатическом поле неподвижных зарядов приходят в состояние *упорядоченного движения вдоль силовых линий поля.*

**Электрический ток - упорядоченное движение свободных зарядов вдоль силовых линий поля.**

Различают:

**Ток проводимости (ток в проводниках) –** движение микрочарядов в макротеле.

**Конвекционный ток –** движение макроскопических заряженных тел в пространстве.

**Ток в вакууме –** движение микрочарядов в вакууме

Распределение **напряженности  $E$**  и **потенциала  $\phi$**  электростатического поля связано **с плотностью распределения зарядов  $\rho$**  в пространстве **уравнением Пуассона:**

$$\nabla E = \frac{1}{\varepsilon} \rho$$

и 
$$\Delta \phi = -\frac{1}{\varepsilon} \rho,$$

Где  $\rho = \frac{\partial q}{\partial V}$  - объемная плотность  
заряда.

- Если заряды неподвижны, то есть распределение зарядов в пространстве стационарно, то  $\rho$  не зависит от времени, в результате чего и  $E$ , и  $\varphi$  являются функциями только координат, но не времени. Такое поле называется *электростатическим*.

- Наличие свободных зарядов приводит к тому, что  $\rho$  становится функцией времени, что, порождает изменение со временем и характеристик электрического поля, появляется электрический ток. Поле перестает быть электростатическим.

- ***Условия появления и существования тока проводимости:***
- **1.** Наличие в среде свободных носителей заряда, т.е. заряженных частиц, способных перемещаться. В металле это электроны проводимости; в электролитах – положительные и отрицательные ионы; в газах – положительные, отрицательные ионы и электроны.
- **2.** Наличие в среде электрического поля, энергия которого затрачивалась бы на перемещение электрических зарядов. Для того, чтобы ток был длительным, энергия электрического поля должна все время пополняться, т.е. нужен ***источник электрической энергии*** – устройство, в котором происходит преобразование какого-либо вида энергии в энергию электрического поля.

**Количественной мерой тока служит сила тока  $I$  - заряд, перенесенный через поверхность  $S$  (или через поперечное сечение проводника), в единицу времени**

$$I = \frac{\partial q}{\partial t}$$



- Если, движение свободных зарядов таково, что оно не приводит к изменению со временем плотности зарядов  $\rho$ , то в этом частном случае электрическое поле опять статическое.
- Этот частный случай есть случай постоянного тока.

***Ток, не изменяющийся по величине со временем – называется постоянным током***

$$I = \frac{q}{t}$$

**Размерность силы тока в СИ:**

$$1A = \frac{1Кл}{1с};$$

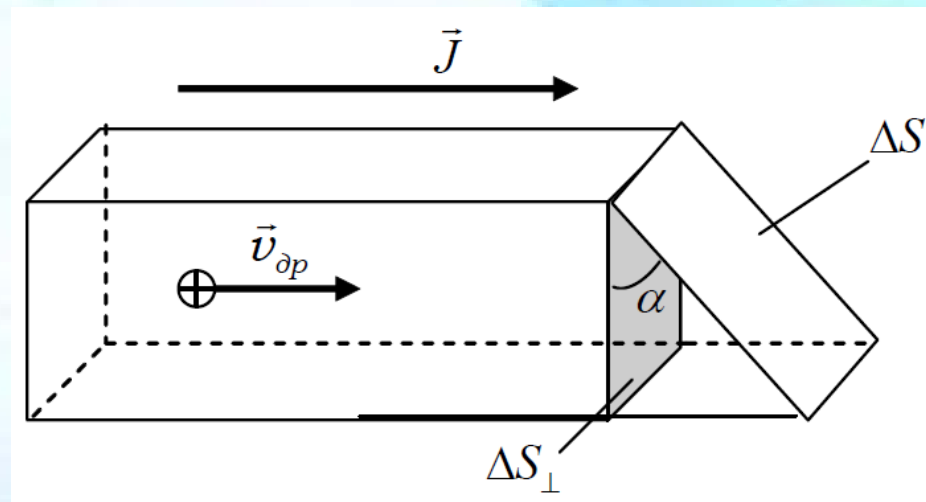
# Плотность тока

- Есть *две основные характеристики электрического тока* – это сила тока  $I$  и плотность тока  $j$ .
- В отличие от силы тока, которая есть величина скалярная и направления не имеет, **плотность тока – это вектор**.
- Связь между этими двумя физическими величинами такова:

$$I = \int_S j \partial S$$

Наоборот, **модуль вектора плотности тока численно равен отношению силы тока через элементарную площадку, перпендикулярную направлению движения носителей заряда, к ее площади:**

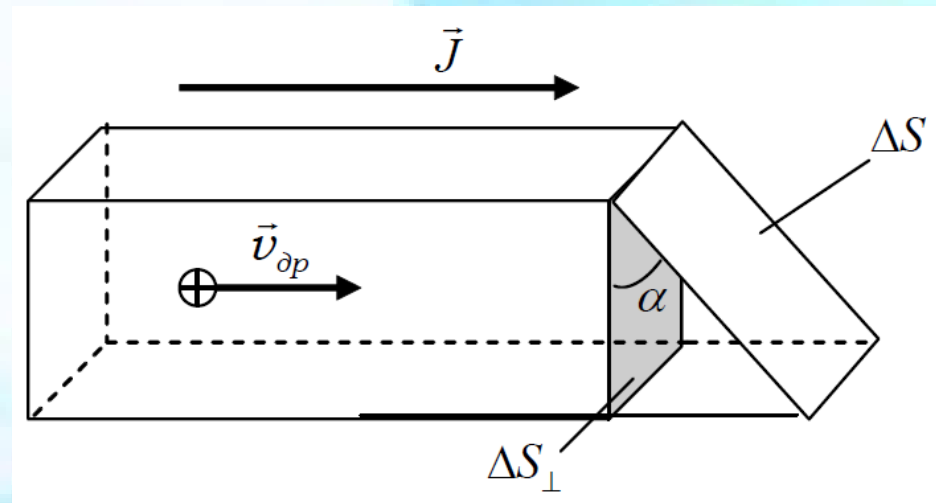
$$j = \frac{\partial I}{\partial S_{\perp}}$$



- Плотность тока  $j$  - есть более подробная характеристика тока, чем сила тока  $I$ .
- $j$  - характеризует ток локально, в каждой точке пространства,
- $I$  – это интегральная характеристика, привязанная не к точке, а к области пространства, в которой протекает ток.

- **Плотность тока  $\vec{j}$**  связана с плотностью свободных зарядов  $\rho$  и со скоростью их движения  $\vec{v}_{др}$  :

$$\vec{j} = \rho \vec{v}_{др}$$



- **За направление вектора  $\vec{j}$  принимают направление вектора  $\vec{v}$  положительных носителей зарядов**
- **Если носителями являются как положительные, так и отрицательные заряды, то плотность тока определяется формулой:**

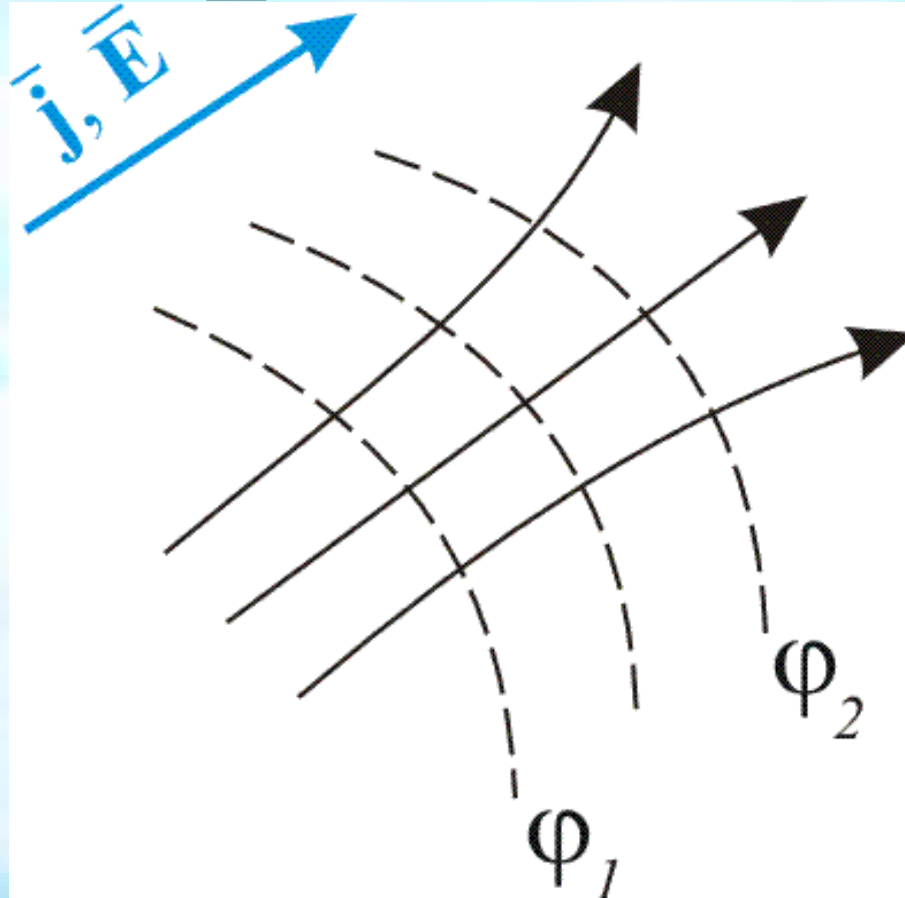
$$\vec{j} = q_+ n_+ \vec{v}_{др.+} + q_- n_- \vec{v}_{др.-}$$

где  $q_+ n_+$  и  $q_- n_-$  – объемные плотности зарядов.

- Там, где носители только электроны, плотность тока определяется выражением:

$$\vec{j} = en\vec{v}_{др.}$$

- **Поле вектора  $\vec{j}$**  можно изобразить графически с помощью **линий тока**, которые проводят так же, как и линии вектора напряженности  $\vec{E}$





- Зная  $\vec{j}$  в каждой точке интересующей нас поверхности  $S$  можно найти силу тока через эту поверхность, как поток вектора  $\vec{j}$  :

$$I = \oint_S (\vec{j}, d\vec{S}). \quad (7.2.6)$$

- Сила тока является скалярной величиной и алгебраической.
- Однако часто говорят о направлении тока: направление тока определяется выбором направления нормали к внешней поверхности  $S$ .

# Уравнение непрерывности

Представим себе, в некоторой проводящей среде, где течет ток, замкнутую поверхность  $S$ .

Для замкнутых поверхностей векторы нормалей  $\vec{n}$  а следовательно, и векторы  $\vec{\partial S}$  принято брать наружу, поэтому **интеграл**

$$\oint_S \vec{j} \cdot \vec{\partial S}$$

дает **заряд, выходящий в единицу времени наружу из объема  $V$ , охваченного поверхностью  $S$ .**

С другой стороны, это есть не что иное, как поток вектора плотности тока, выходящего из замкнутой поверхности  $S$ , или сила тока.

Итак, поток вектора плотности тока сквозь поверхность  $S$  равен электрическому току  $I$ , идущему вовне из области, ограниченной этой поверхностью. Следовательно, согласно закону сохранения электрического заряда, суммарный электрический заряд  $q$ , охватываемый поверхностью  $S$ , изменяется за время  $\partial t$  на  $\partial q = -I\partial t$ . Как следствие, в интегральной форме можно записать:

$$\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\frac{\partial q}{\partial t} (*)$$

- Это соотношение называется **уравнением непрерывности**.
- Оно является, по существу, выражением **закона сохранения электрического заряда**.
- Можно показать, что (\*) после ряда преобразований можно представить в **дифференциальной форме записи уравнения непрерывности**

$$\nabla \cdot \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

- В случае **постоянного тока**, распределение зарядов в пространстве должно оставаться неизменным:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = 0,$$

- следовательно,

$$\oint \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0,$$

- это **уравнение непрерывности для постоянного тока** (в интегральной форме).

- *В дифференциальной форме уравнение непрерывности для постоянного тока:*

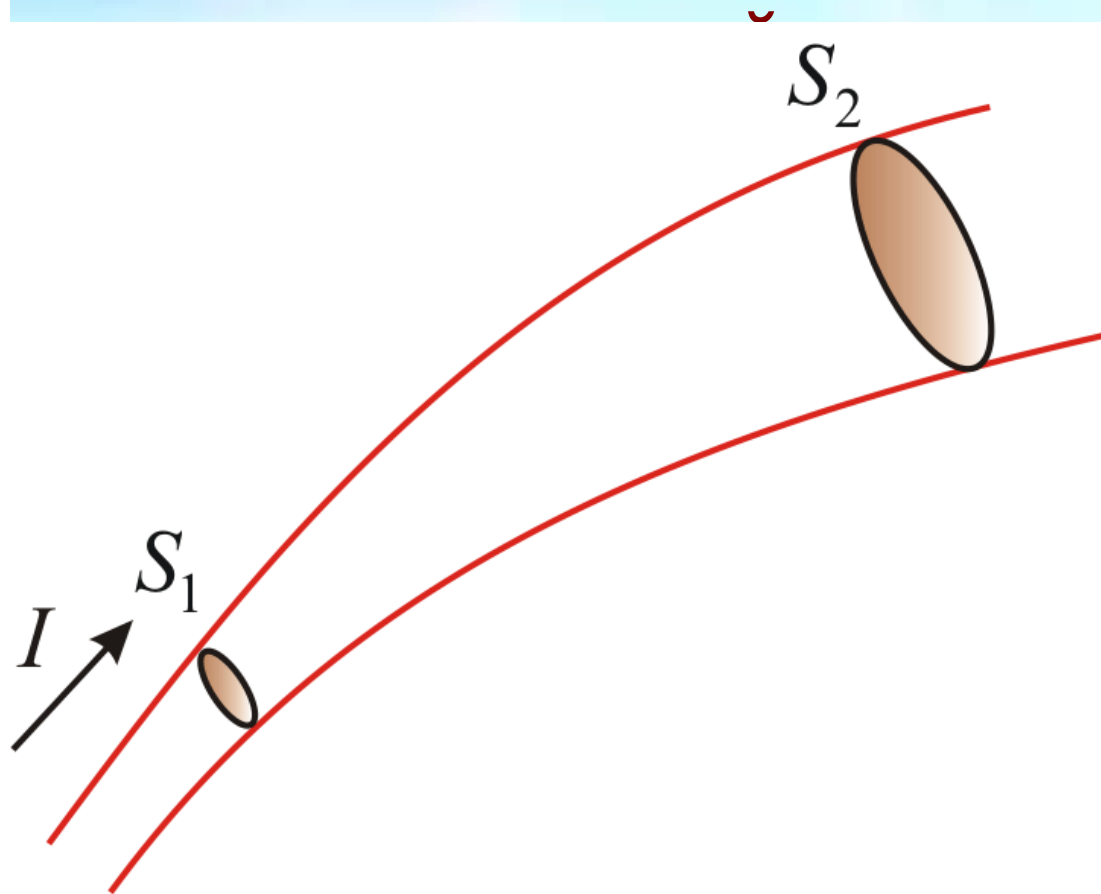
$$\nabla \vec{j} = 0$$

- *Для однородного проводника плотность постоянного электрического тока одинакова по всему поперечному сечению  $S$ .*

- Поэтому можно записать: *для постоянного тока в однородном проводнике с поперечным сечением  $S$  сила тока:*

$$I = jS$$

- Если проводник имеет неоднородное сечение, то **плотности постоянного тока в различных поперечных сечениях 1 и 2 цепи обратно пропорциональны площадям  $S_1$  и  $S_2$**



$$j_2 / j_1 = S_1 / S_2$$

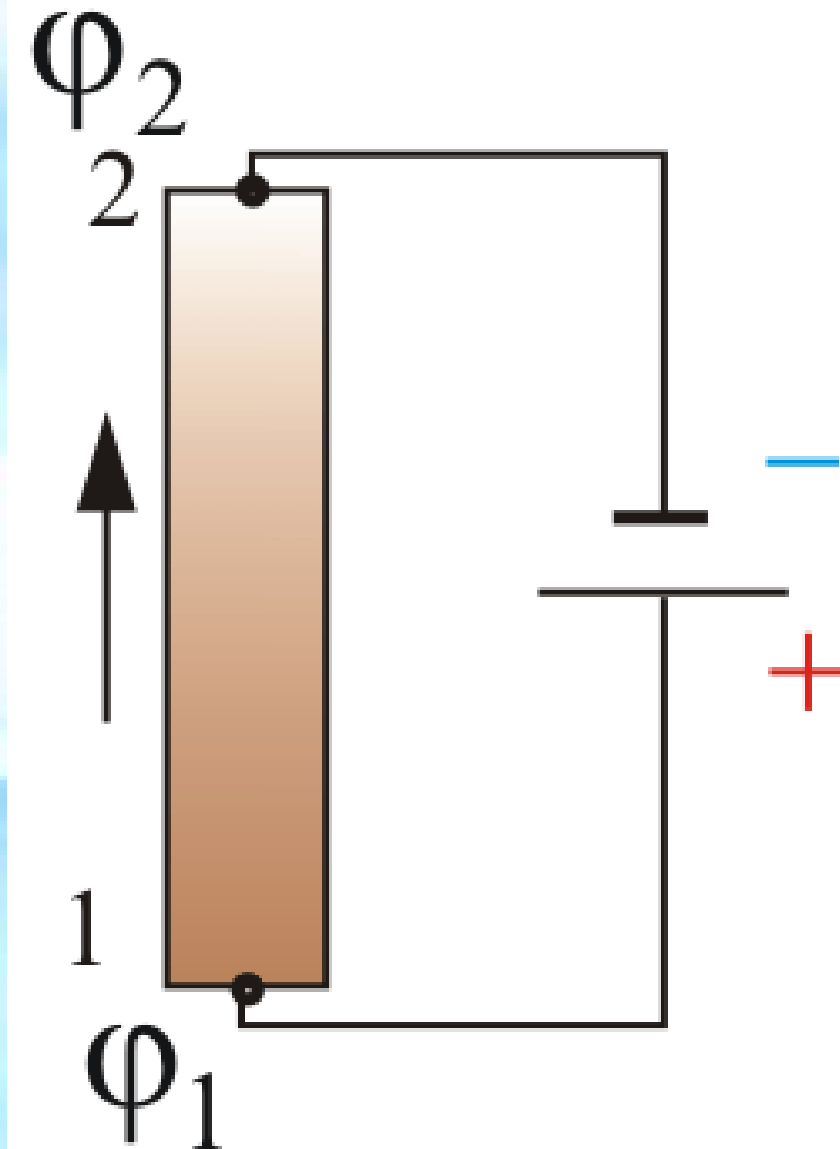


- ***Если ток постоянный, то избыточный заряд внутри однородного проводника всюду равен нулю.***
- Избыточный заряд может появиться только на поверхности проводника в местах соприкосновения с другими проводниками, а также там, где проводник имеет неоднородности.

# Сторонние силы и ЭДС

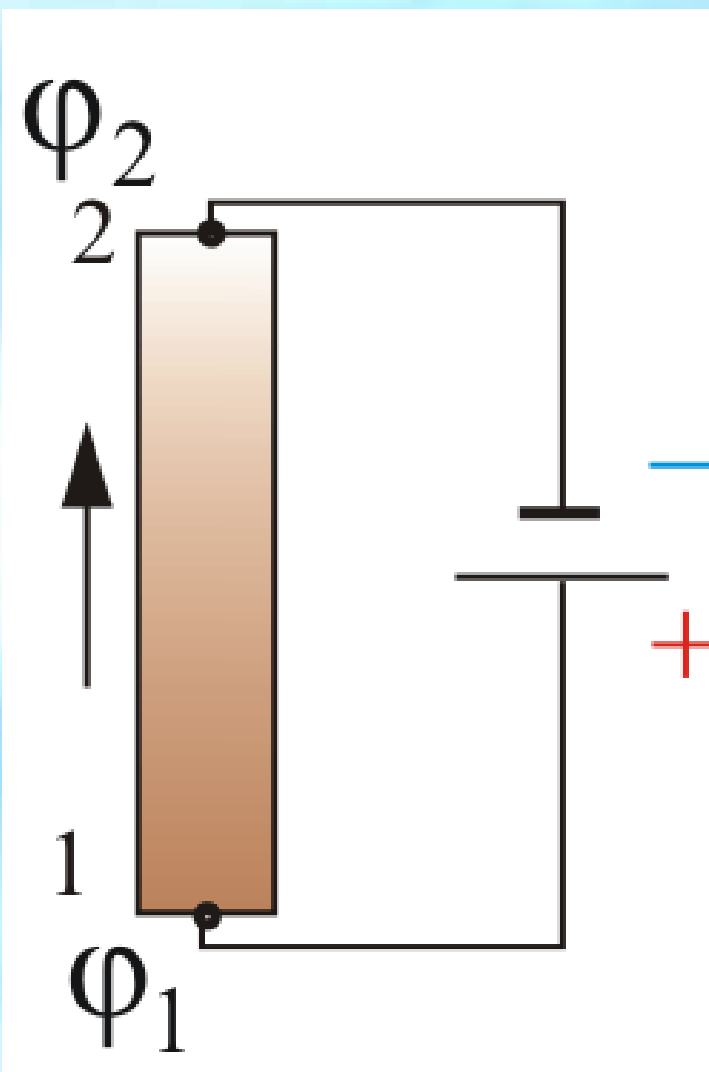
- Для того, чтобы поддерживать ток достаточно длительное время, необходимо от конца проводника с меньшим потенциалом непрерывно отводить, а к другому концу – с большим потенциалом – подводить электрические заряды.
- Т.е. **необходим круговорот зарядов.**

- Поэтому в замкнутой цепи, наряду с нормальным движением зарядов, должны быть **участки, на которых движение (положительных) зарядов происходит в направлении возрастания потенциала, т.е. против сил электрического поля**



Перемещение заряда на этих участках возможно лишь с помощью **сил неэлектрического происхождения (сторонних сил)**: химические процессы, диффузия носителей заряда и др.

Аналогия: насос, качающий воду в водонапорную башню, действует за счет негравитационных сил (электромотор).



- ***Сторонние силы можно характеризовать работой, которую они совершают по перемещению зарядов против сил электрического поля в замкнутой цепи***

- *Величина, равная работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда в цепи, называется **электродвижущей силой (ЭДС)**, действующей в цепи:*

$$E = \frac{A}{q}; \quad \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} \right] = [V]$$

- **Стороннюю силу, действующую на заряд, можно представить в виде:**

$$\vec{F}_{\text{СТ}} = \vec{E}_{\text{СТ}} q,$$

$\vec{E}_{\text{СТ}}$  – напряженность поля сторонних сил.

- **Работа сторонних сил на участке 1 – 2:**

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F}_{\text{ст}} d\vec{l} = q \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l},$$

- Тогда **ЭДС**

$$\mathcal{E}_{12} = \frac{A_{12}}{q} = \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}. \quad (7.4.3)$$

- **Для замкнутой цепи ЭДС :**

$$\mathcal{E} = \sum \mathcal{E}_i = \oint \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}. \quad (7.4.4)$$



$$E = \sum E_i = \oint \vec{E}_{\text{СТ}} d\vec{l}.$$

Говоря другими словами, ЭДС, действующая в замкнутой цепи, может быть определена как ***циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил***

# Закон Ома для неоднородного участка цепи

- *Один из основных законов электродинамики был открыт в 1826 г. немецким учителем физики Георгом Омом.*
- *Он установил, что сила тока в проводнике пропорциональна разности потенциалов:*

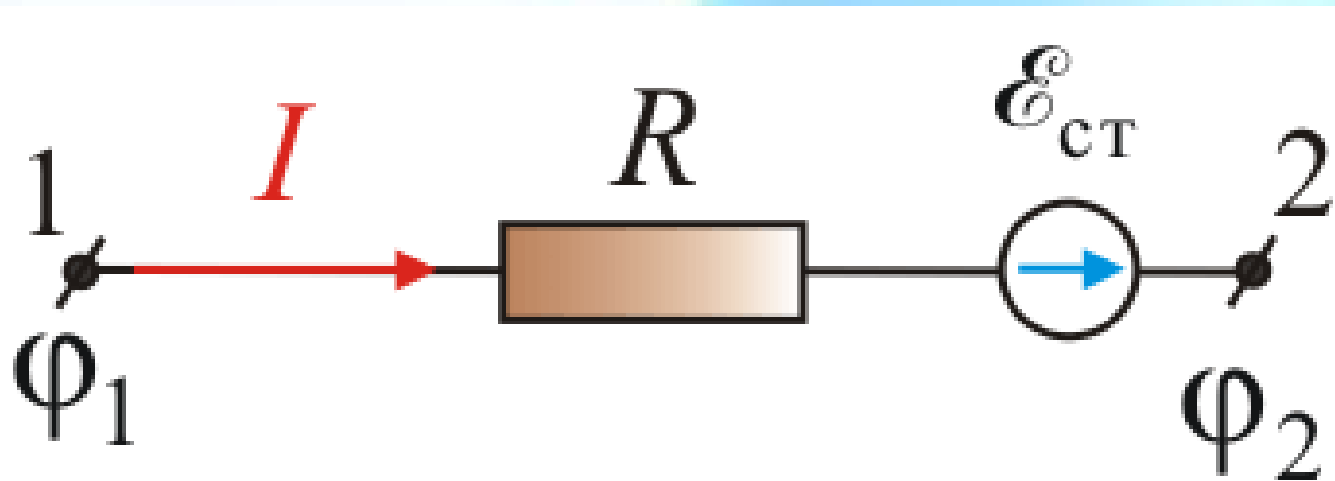
$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}$$

- **Рассмотрим неоднородный участок цепи - участок, содержащий источник ЭДС**

(т.е. участок, где действуют неэлектрические силы).

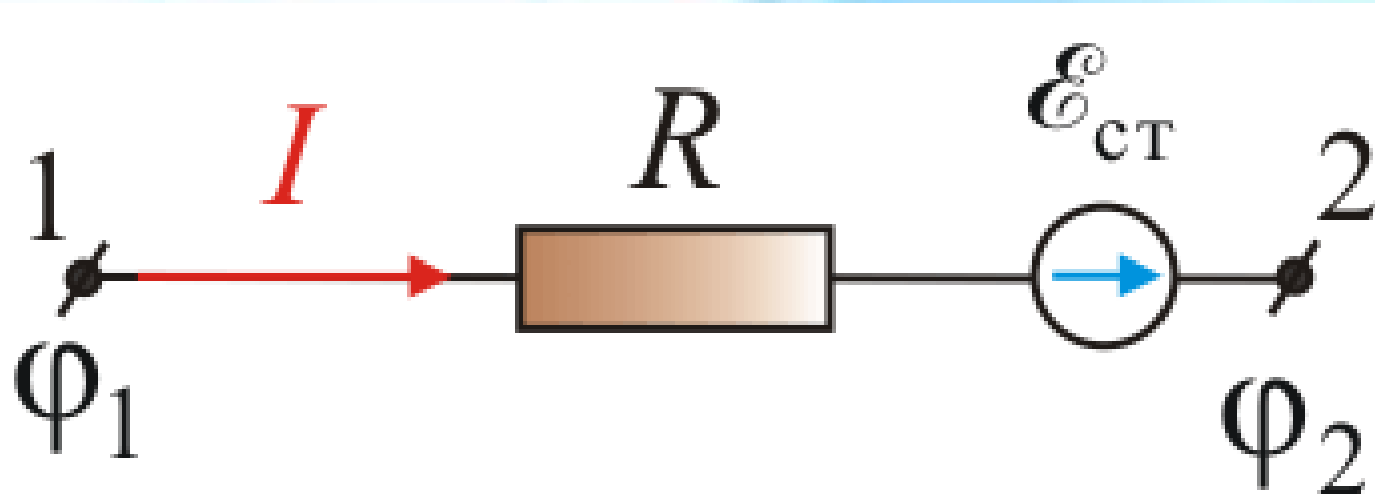
- **Напряженность  $\vec{E}$  поля в любой точке цепи равна векторной сумме поля кулоновских сил и поля сторонних сил:**

$$\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_{\text{ст.}}$$



- **Величина, численно равная работе по переносу единичного положительного заряда суммарным полем кулоновских и сторонних сил на участке цепи (1 – 2), называется напряжением  $U_{12}$  на этом участке :**

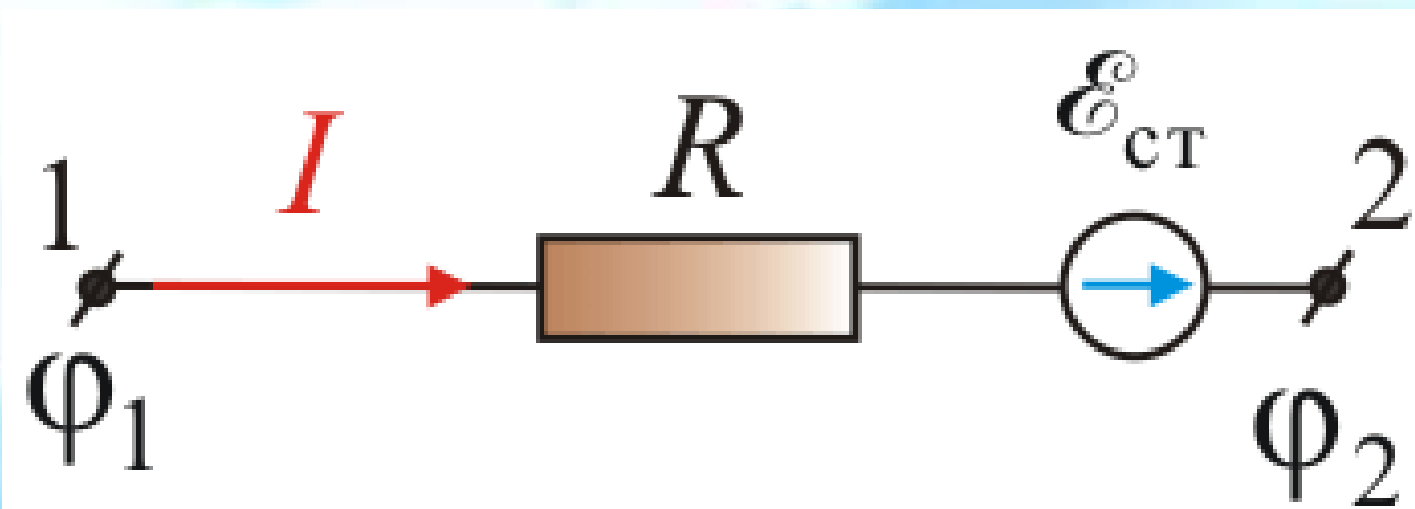
$$U_{12} = \int_1^2 \vec{E}_q d\vec{l} + \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}$$



$$\text{Т.к.} \int_1^2 \vec{E}_q d\vec{l} = \varphi_1 - \varphi_2$$

ТО

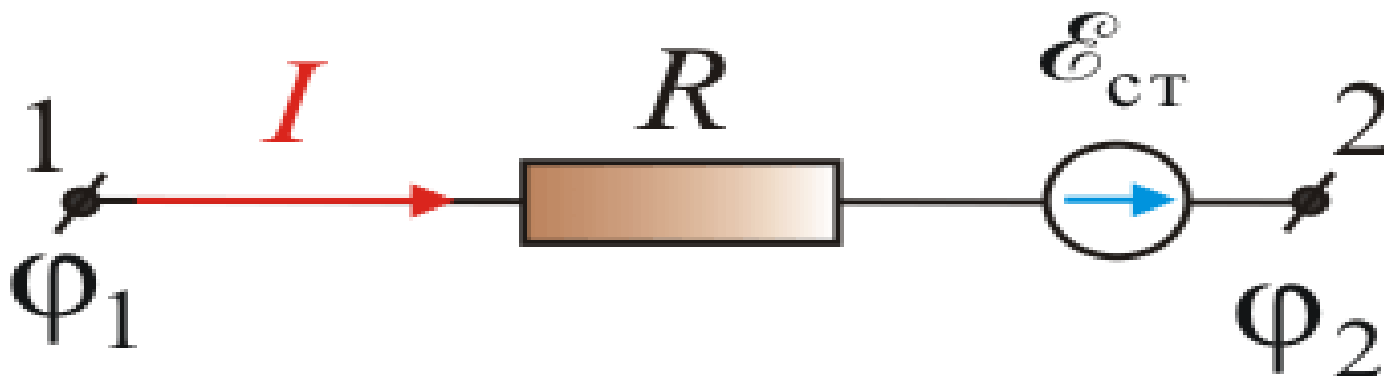
$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12}.$$



$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12}.$$

- **Важно:** Напряжение на концах участка цепи совпадает с разностью потенциалов только в случае, если на этом участке нет ЭДС, т.е. на однородном участке цепи.
- **Обобщенный закон Ома для участка цепи содержащей источник ЭДС:**

$$IR_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12}.$$



- **Обобщенный закон Ома выражает закон сохранения энергии применительно к участку цепи постоянного тока.**
- **Он в равной мере справедлив как для пассивных участков (не содержащих ЭДС), так и для активных.**

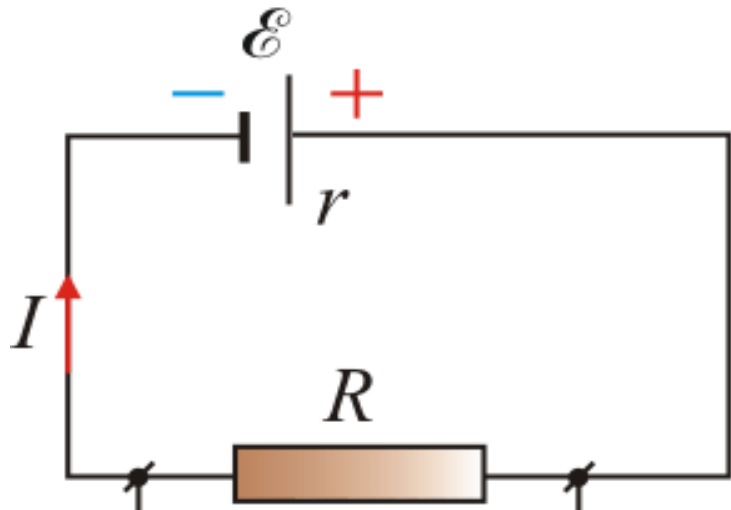
- В электротехнике часто используют термин ***падение напряжения*** – *изменение напряжения вследствие переноса заряда через сопротивление*

$$U = IR.$$



$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathbf{E}_{12}$$

- **В замкнутой цепи:**  $\varphi_1 = \varphi_2$ ;  $IR_{\Sigma} = \mathbf{E}$
- где  $R_{\Sigma} = R + r$ ;  $r$  – внутреннее сопротивление активного участка цепи
- Тогда **закон Ома** для замкнутого участка цепи, содержащего источник ЭДС запишется в виде



$$I = \frac{\mathbf{E}}{R + r}.$$

# Закон Ома в дифференциальной форме

- *Закон Ома в интегральной форме для однородного участка цепи (не содержащего ЭДС)*

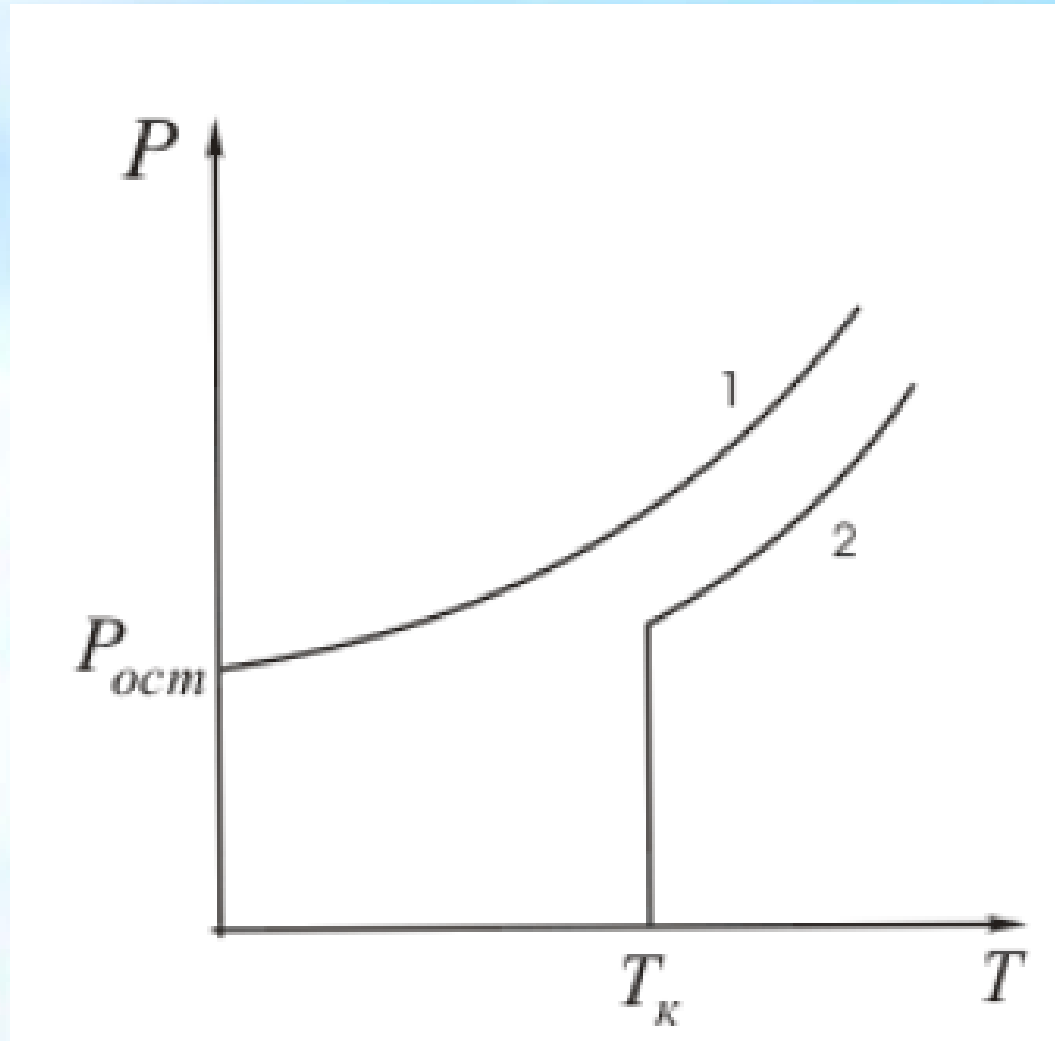
$$I = \frac{U}{R}$$

Для однородного линейного проводника введем величину  $\rho$  (которая называется удельным объемным сопротивлением) следующим образом:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

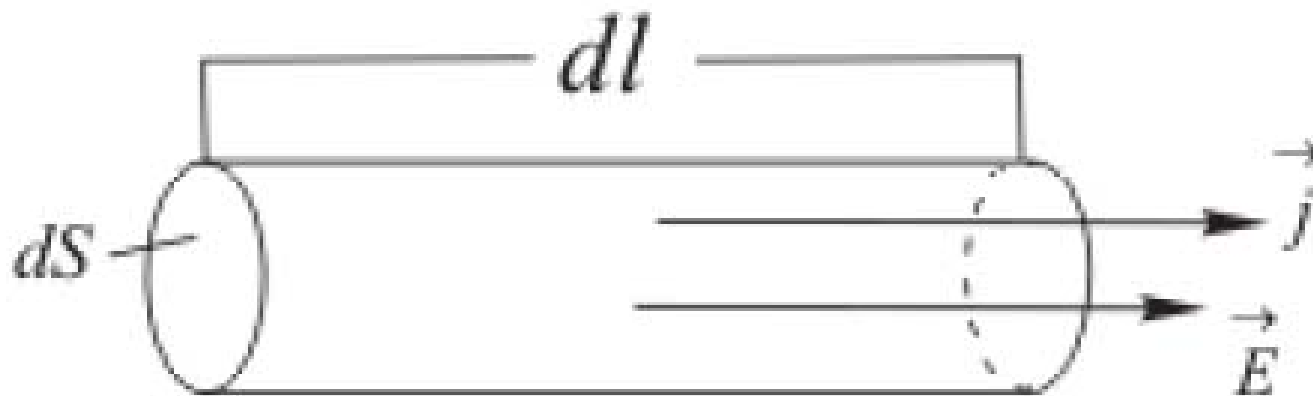
- $[\rho] = [\text{Ом} \cdot \text{м}]$ .

$$\rho = \rho_0 \alpha f(T)$$



- Найдем связь между  $\vec{j}$  и  $\vec{E}$  в бесконечно малом объеме проводника – *закон Ома в дифференциальной форме.*

- В изотропном проводнике (в данном случае с постоянным сопротивлением) носители зарядов движутся в направлении действия силы, т.е. **вектор плотности тока  $\vec{j}$  и вектор напряженности  $\vec{E}$  поля коллинеарны**



- Исходя из закона Ома, имеем:

$$dI = \frac{dU}{dR} = \frac{Edl}{\rho \frac{dl}{dS}} = \frac{EdS}{\rho}$$

- свою очередь  $j = \frac{dI}{dS} = \frac{1}{\rho} E$

- или в векторной форме

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

- это запись **закона Ома в дифференциальной форме.**
- Здесь  $\sigma = 1 / \rho$  – **удельная электропроводность.**

Плотность тока можно выразить через заряд электрона  $e$ , количество зарядов  $n$  и дрейфовую скорость  $\vec{v}$ :

$$\vec{j} = en\vec{v}$$

Обозначим  $b = \frac{\vec{v}}{\vec{E}}$ , тогда  $\vec{v} = b\vec{E}$ ,

$$\vec{j} = enb\vec{E}$$

и

$$\sigma = enb$$

# Работа и мощность тока. Закон Джоуля – Ленца

- Рассмотрим произвольный участок цепи, к концам которого приложено напряжение  $U$ . За время  $dt$  через каждое сечение проводника проходит заряд

$$dq = Idt.$$

- При этом силы электрического поля, действующего на данном участке, совершают работу:  $dA = Udq = UI dt$ .

- Общая работа:

$$A = IUt$$



- Разделив работу на время, получим выражение для мощности:

- $$N = \frac{dA}{dt} = UI.$$

- Полезно вспомнить и другие формулы для мощности и работы:

- $$N = RI^2;$$

- $$A = RI^2 t.$$

- В 1841 г. манчестерский пивовар Джеймс Джоуль и в 1843 г. петербургский академик Эмилий Ленц установили закон теплового действия электрического тока.

- **При протекании тока, в проводнике выделяется количество теплоты:**

- $$Q = RI^2t.$$

- **Если ток изменяется со временем:**

$$Q = \int_1^2 RI^2 dt$$

Это закон **Джоуля – Ленца в интегральной форме.**

- То есть, **нагревание происходит за счет работы, совершаемой силами поля над зарядом.**
- Последнее соотношение имеет интегральный характер и относится ко всему проводнику с сопротивлением  $R$ , по которому течет ток  $I$ .
- Получим закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме, характеризуя тепловыделение в произвольной точке.

**Тепловая мощность тока** в элементе проводника  $\Delta l$ , сечением  $\Delta S$ , объемом

$$\Delta V = \Delta l \cdot \Delta S \quad \text{равна:}$$

$$\Delta N = I^2 R = I \Delta \varphi = (j \Delta S)(E \Delta l) = \vec{j} \vec{E} \Delta V$$

**Тепловая мощность тока**  $\Delta N = \vec{j} \vec{E} \Delta V$

**Удельная мощность тока**

$$\omega = \frac{\Delta N}{\Delta V} = \vec{j} \vec{E}$$

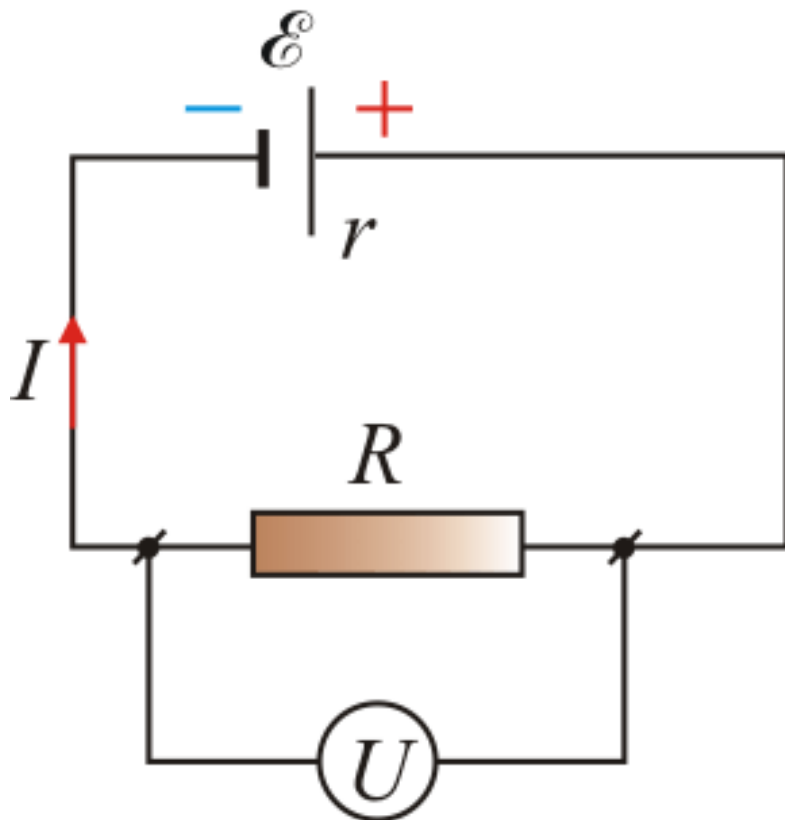
- Согласно закону Ома в дифференциальной форме  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ , получим

***закон Джоуля - Ленца в дифференциальной форме, характеризующий плотность выделенной энергии.***

- $\omega = \sigma E^2$  [Вт/м<sup>3</sup>],
- где  $\sigma$  - удельная электропроводность.

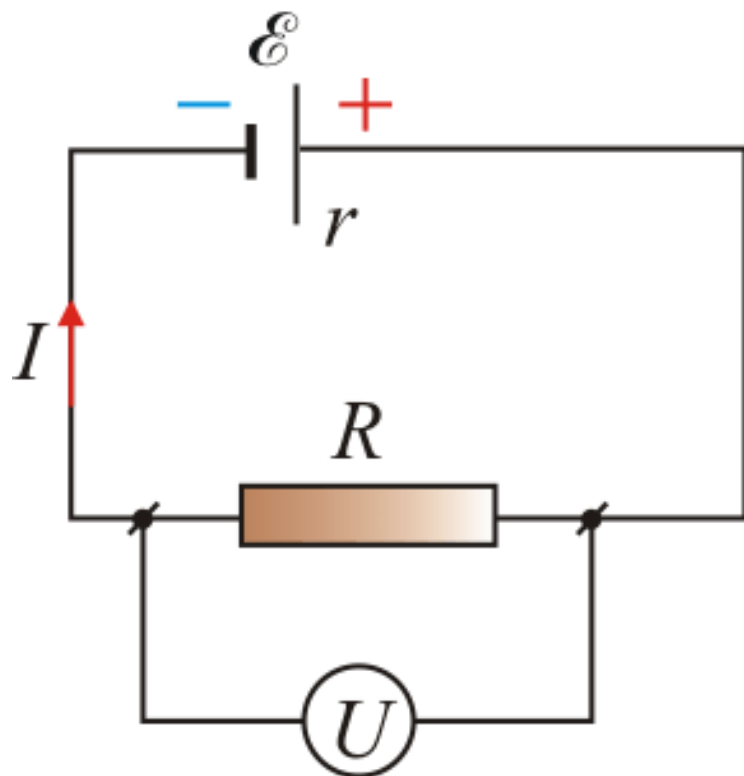
## КПД источника тока

- Рассмотрим элементарную электрическую цепь, содержащую источник ЭДС с внутренним сопротивлением  $r$ , и внешним сопротивлением  $R$



- **КПД** всегда определяем как **отношение полезной работы к затраченной**:

$$\eta = \frac{A_{\text{П}}}{A_3} = \frac{N_{\text{П}}}{N_3} = \frac{UI}{\mathcal{E}I} = \frac{U}{\mathcal{E}}.$$

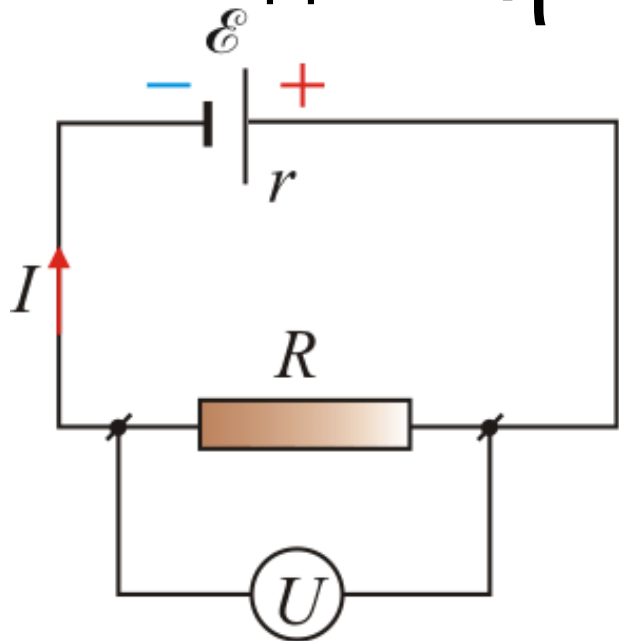


- **Полезная работа** – мощность, выделяемая на внешнем сопротивлении  $R$  в единицу времени.

- По закону Ома имеем:  $U = IR,$

$$E = (R + r)I,$$

- тогда  $\eta = \frac{U}{E} = \frac{IR}{I(R + r)} = \frac{R}{R + r}$



$$\eta = \frac{R}{R + r}$$



- Таким образом, имеем, что **при**  $R \rightarrow \infty$ ,  $\eta \rightarrow 1$ , но при этом **ток в цепи мал и полезная мощность мала.**
- Парадокс – мы всегда стремимся к повышенному КПД, а в данном случае нам это не приносит пользы.
- **Найдем условия, при которых полезная мощность будет максимальна.**
- Можно показать, что для этого должно

выполняться

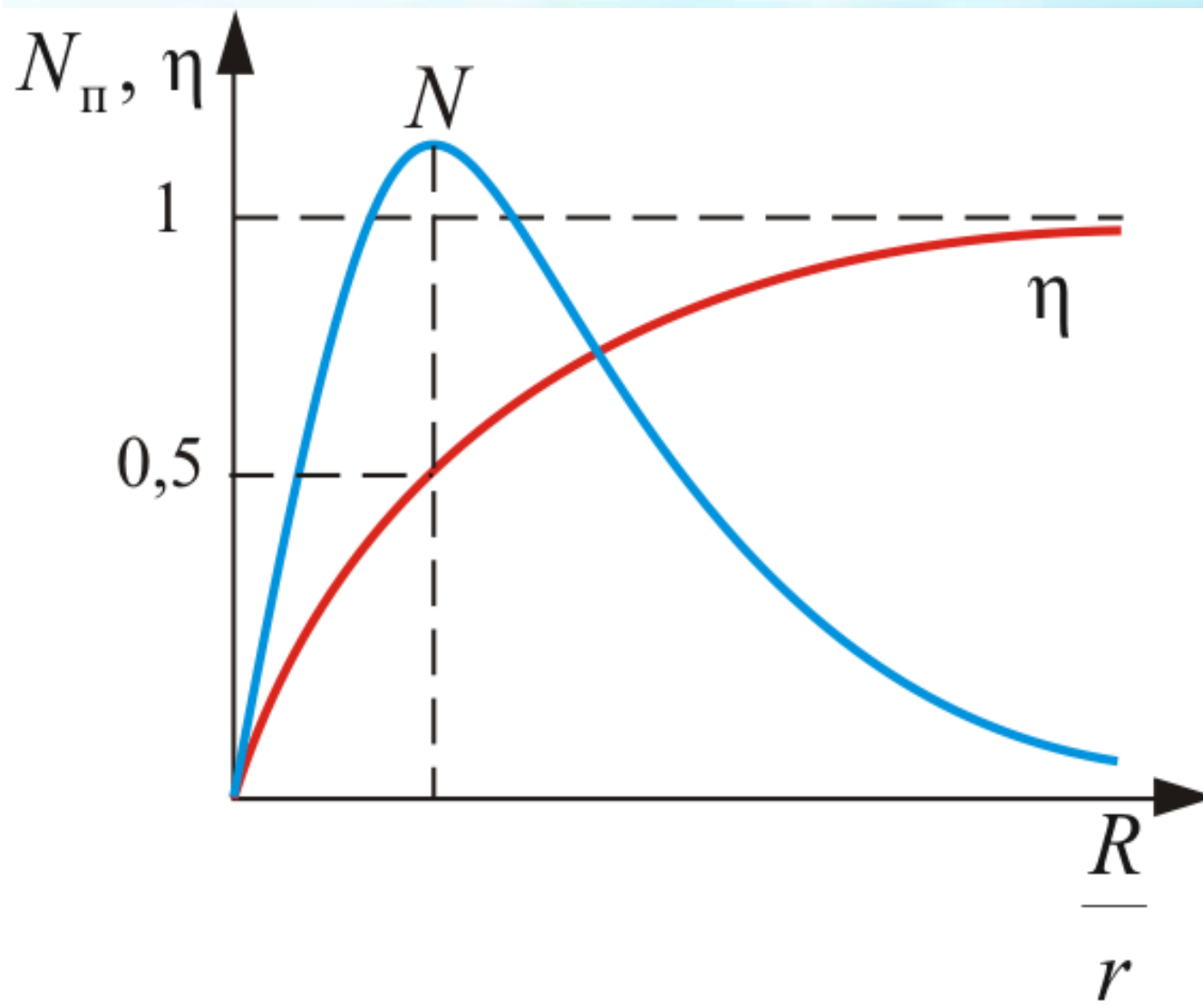
$$\frac{dN_{\text{п}}}{dR} = 0.$$

$$N_{\Pi} = IU = I^2 R = \left( \frac{E}{R+r} \right)^2 R$$

$$\frac{dN_{\Pi}}{dR} = \frac{E^2 (R+r) - 2E^2 R}{(R+r)^3} = 0$$

$$E^2 [(R+r) - 2R] = 0$$

***Это возможно только при  $R = r$***

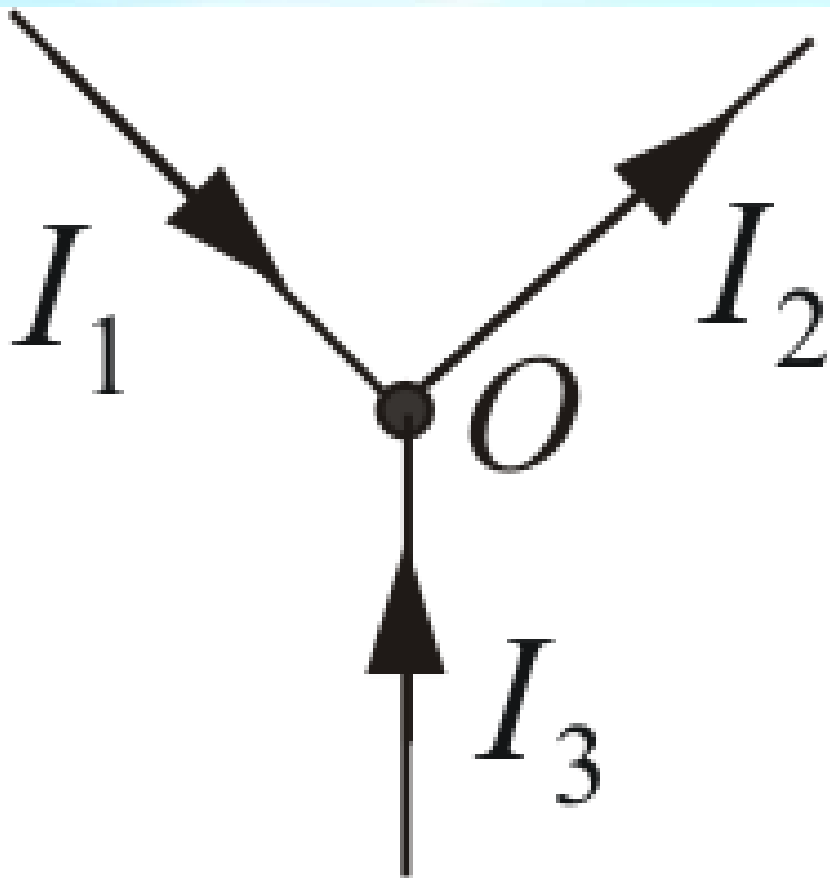


**$r = R$**   
**При этом**  
**условии**  
**выделяемая**  
**мощность**  
**максимальна**  
**, а КПД равен**  
**50%.**

# Правила Кирхгофа для разветвленных цепей

- Расчет разветвленных цепей с помощью закона Ома довольно сложен.
- Эта задача решается более просто с помощью **двух правил** немецкого физика **Г. Кирхгофа** (1824 – 1887).

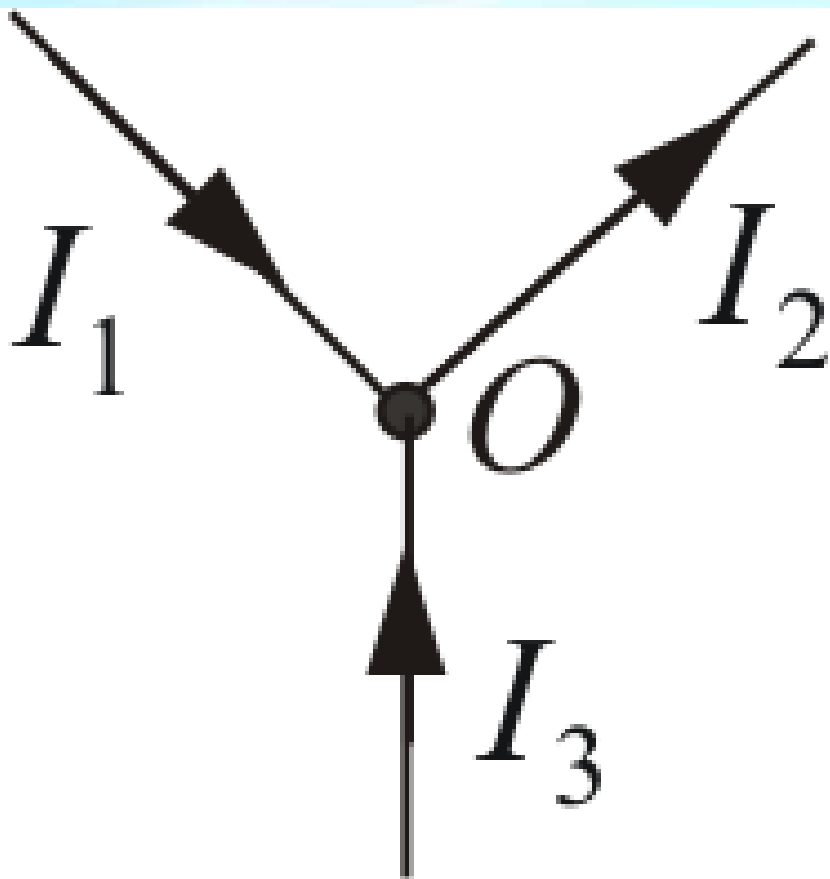
- **Первое правило Кирхгофа:**  
**алгебраическая сумма токов,**  
**сходящихся в любом узле цепи**  
**равна нулю:**



$$\sum_{r=1}^u I_k = 0.$$

(узел – любой участок цепи, где сходятся более двух проводников)

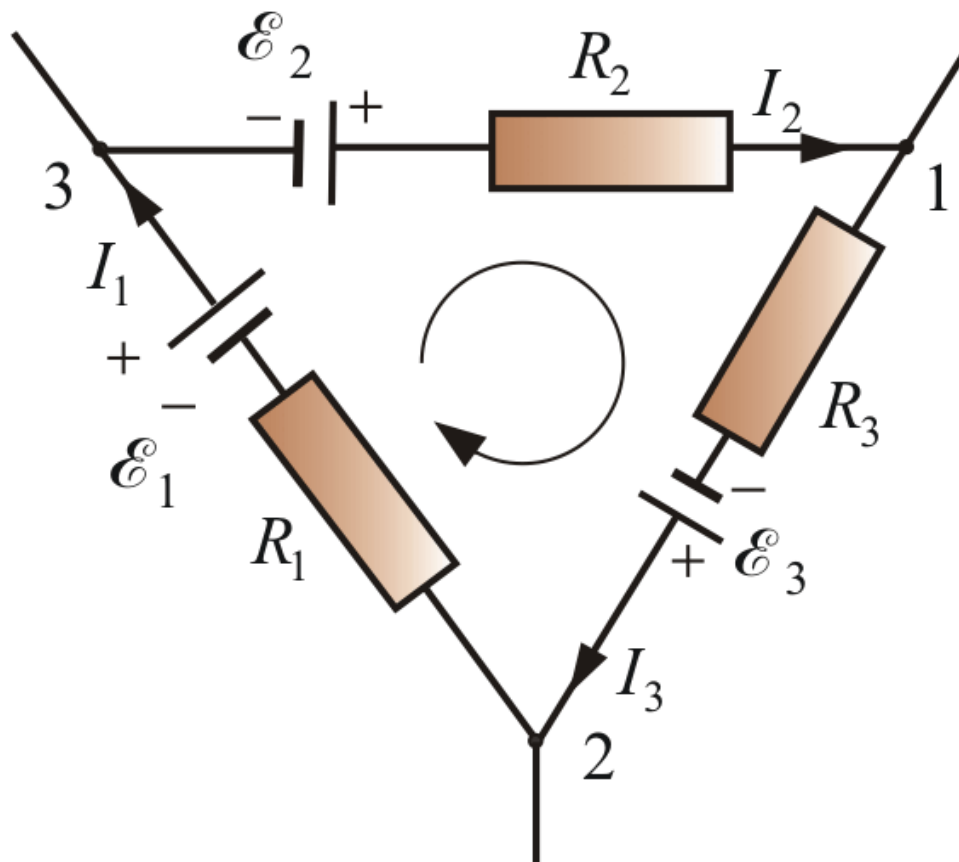
- В случае установившегося постоянного тока в цепи ни в одной точке проводника, ни на одном из его участков не должны накапливаться электрические заряды



Токи, сходящиеся к узлу, считаются положительными:

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0.$$

- **Второе правило Кирхгофа**  
(обобщение закона Ома для разветвленной цепи).



$$\varphi_2 - \varphi_3 + \mathcal{E}_1 = I_1 R_1;$$

$$\varphi_3 - \varphi_1 + \mathcal{E}_2 = I_2 R_2;$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_3 = I_3 R_3.$$

Складывая получим:

$$\sum_k I_k R_k = \sum_k \mathcal{E}_k.$$

- *В любом замкнутом контуре электрической цепи алгебраическая сумма произведения тока на сопротивление равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом же контуре.*

$$\sum_k I_k R_k = \sum_k \mathcal{E}_k.$$

- *Обход контуров осуществляется по часовой стрелке, если направление обхода совпадает с направлением тока, то ток берется со знаком «плюс».*