ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Проводники и диэлектрики

- Все известные в природе вещества (по отношению к действию на них электростатического поля) делятся на

три основных класса:

- *проводники*
- *полупроводники*
- *диэлектрики*

Проводники и диэлектрики

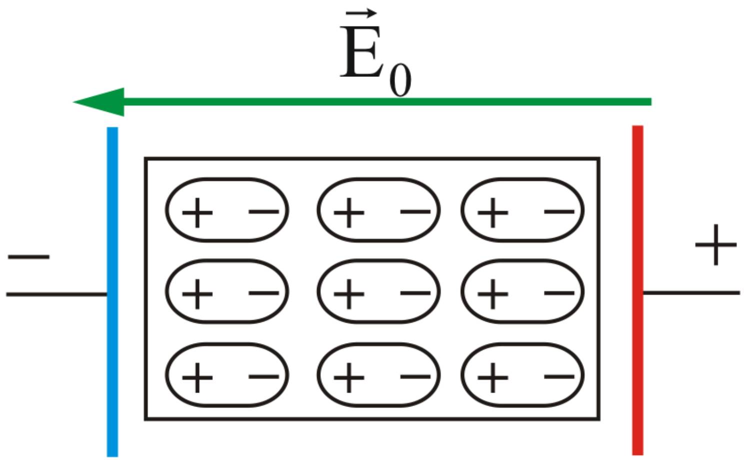
- ***Проводники*** – это вещества, в которых свободные заряды перемещаются под действием электрического поля.
- ***Металлы*** (свободные заряды: электроны) – проводники ***первого рода***
- ***Электролиты*** (свободные заряды: положительные и отрицательные ионы) – проводники ***второго рода,*** в них при протекании тока есть перенос вещества.
- ***Плазма.***

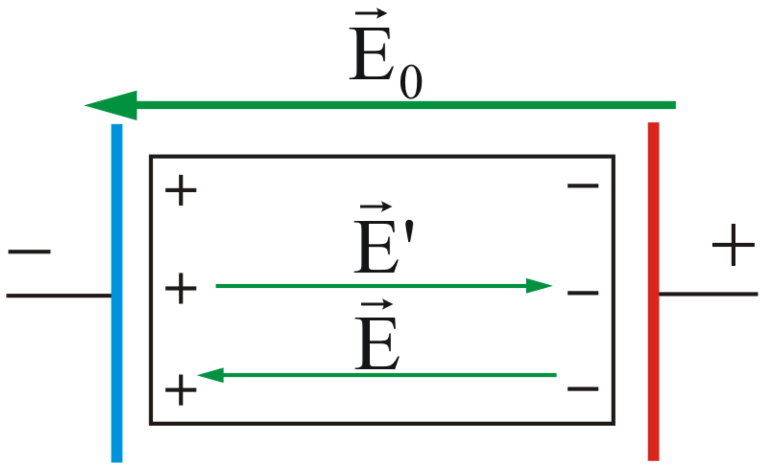
Напряженность и потенциал электростатического поля в проводнике

В металлических проводниках подвижными носителями заряда являются электроны, заряд которых является отрицательным.

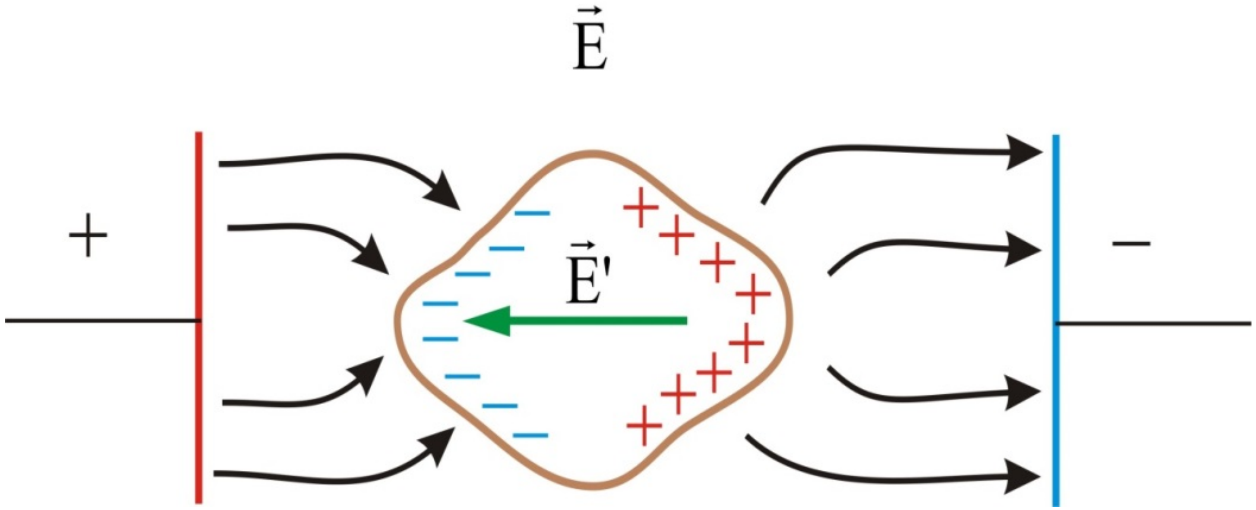
При отсутствии электрического поля металлический проводник является электрически нейтральным – электростатическое поле создаваемое положительными и отрицательными зарядами внутри него компенсируется.

► *Внутри диэлектрика* *электрические заряды* диполей компенсируют друг друга. Но на внешних поверхностях диэлектрика, прилегающих к электродам, появляются заряды противоположного знака (***поверхностно связанные заряды***).



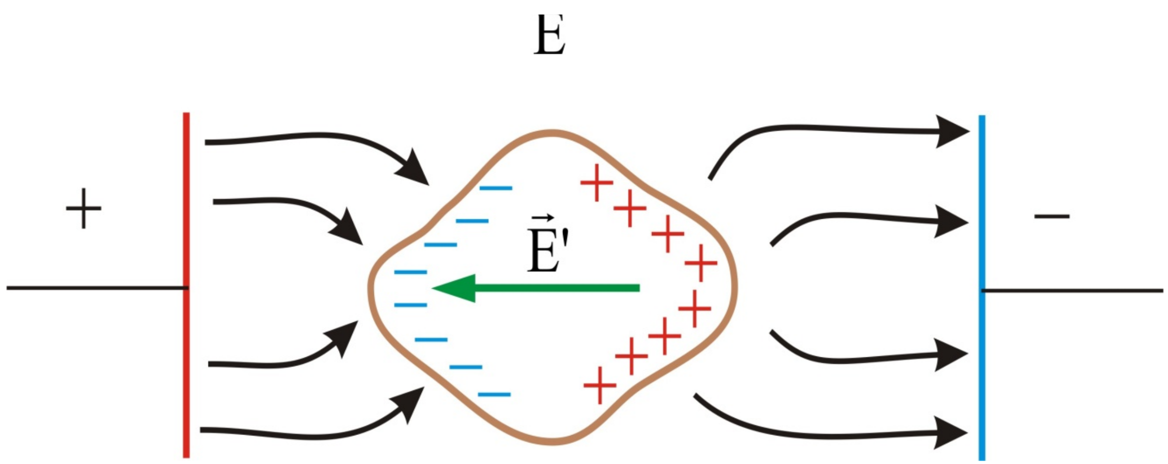


► При внесении незаряженного проводника в электрическое поле носители заряда приходят в движение: положительные в направление вектора $\vec{E}$, отрицательные в противоположную сторону.



► Поле возникших зарядов направлено противоположно внешнему полю. Таким образом, накапливание зарядов у концов проводника приводит к ослаблению в нем поля.

► Перераспределение носителей заряда происходит до тех пор, пока напряженность поля внутри проводника не станет равной нулю, а линии напряженности вне проводника перпендикулярными к его поверхности.



В установившимся состоянии в проводнике, помещенном в электростатическое поле мы имеем:

•на поверхности проводника индуцируются заряды, однако суммарный заряд проводника равен нулю. *Этот процесс очень краток ~ 10^{-8} секунд.*

•***Электростатическое экранирование (защита)*** *– внутрь проводника поле не проникает.*

•*Во всех точках внутри проводника* $\boldsymbol{E = 0}$*, а во всех точках на поверхности* $\boldsymbol{E = E_n}$ $\boldsymbol{(E_\tau = 0)}$*;*

•*Поверхность проводника будет* ***эквипотенциальной.***

http://www.youtube.com/watch?v=WPoCymhB8f8

•***Электростатическое экранирование (защита)*** *– внутрь проводника поле не проникает.*
•*Во всех точках внутри проводника* ***E = 0****, а во всех точках на поверхности* ***E = E****$_n$* ***(E****$_\tau$* ***= 0);***
•*Поверхность проводника будет* ***эквипотенциальной.***

- В любой точке внутри проводника,
- $$\overrightarrow{grad}\,\varphi = -E = 0$$ следовательно, $\varphi = const$.

- Поверхность проводника тоже эквипотенциальна:

$$\overrightarrow{grad}\,\varphi = -E_\tau = 0$$ (для любой линии на поверхности)

Напряженность и потенциал электростатического поля в проводнике

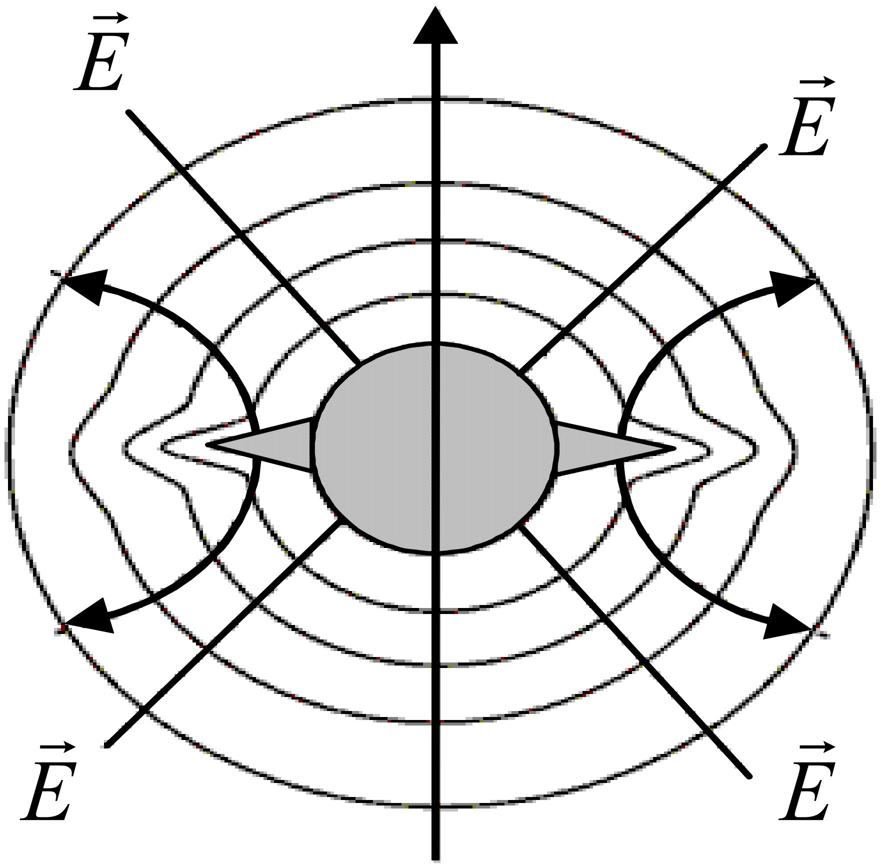
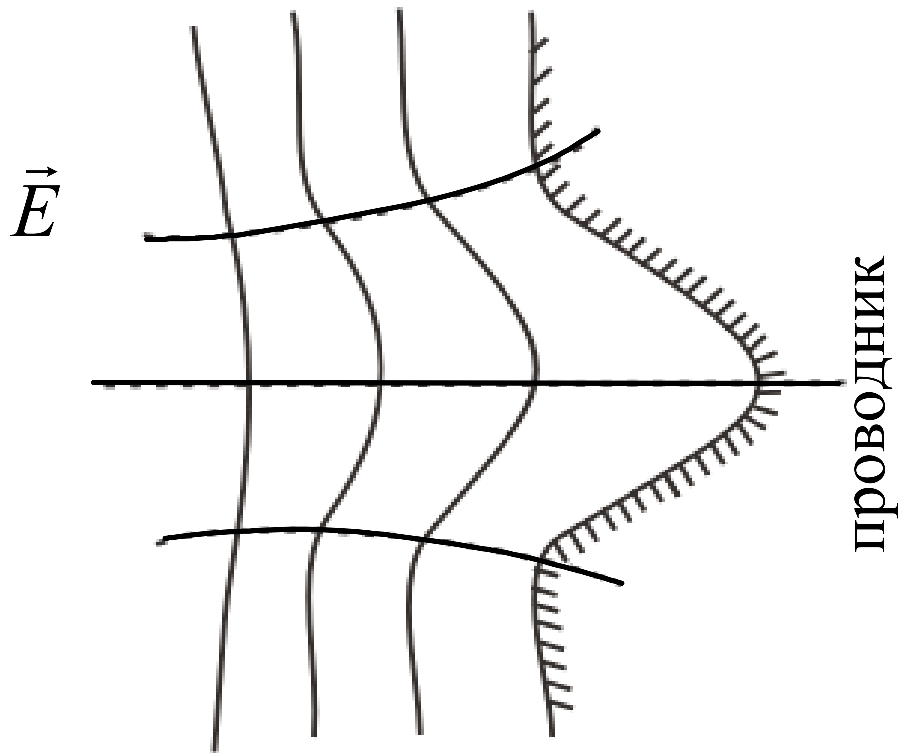


Рис. 5.2

Поверхностная плотность зарядов при данном потенциале проводника определяется кривизной поверхности – она растет с увеличением положительной кривизны (выпуклости) и убывает с увеличением отрицательной кривизны (вогнутости).

Поэтому вблизи углублений в проводнике эквипотенциальные поверхности расположены реже. Соответственно напряженность поля и плотность зарядов в этих местах будет меньше.



► *В заряженном* проводнике *некомпенсированные* заряды, располагаются только на поверхности (их расталкивают кулоновские силы).

Согласно теореме Остроградского – Гаусса суммарный заряд *q* внутри объема проводника равен нулю, так как $E=0$

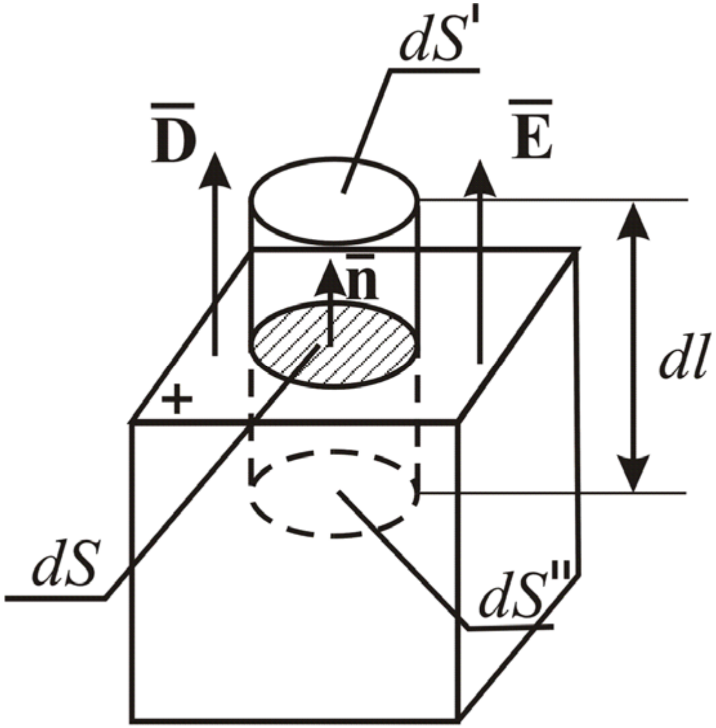
$$q = \oint_S D dS = \oint_S E\varepsilon\varepsilon_0 dS = 0$$

D – **вектор электрического смещения**

ε – диэлектрическая проницаемость среды.

Определение напряженности электростатического поля вблизи проводника

Выделим на поверхности S проводника площадку dS и построим на ней цилиндр с образующими, перпендикулярными к площадке dS, высотой dl.



$$dS' = dS'' = dS$$

На поверхности проводника вектор напряженности поля $\vec{\mathbf{E}}$ и вектор электрического смещения $\vec{\mathbf{D}} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{\mathbf{E}}$ перпендикулярны поверхности. Поэтому поток $\vec{\mathbf{D}}$ сквозь боковую поверхность цилиндра равен нулю.

Поток вектора электрического смещения Φ_D через dS'' тоже равен нулю, так как dS'' лежит внутри проводника, где $\vec{\mathbf{E}} = 0$ и, следовательно $\vec{\mathbf{D}} = 0$.

► Отсюда следует, что ***поток $d\Phi_D$ сквозь замкнутую поверхность равен потоку $\vec{\mathbf{D}}$ через dS':***

$$d\Phi_D = D_n dS$$

С другой стороны ***по теореме Остроградского-Гаусса***:

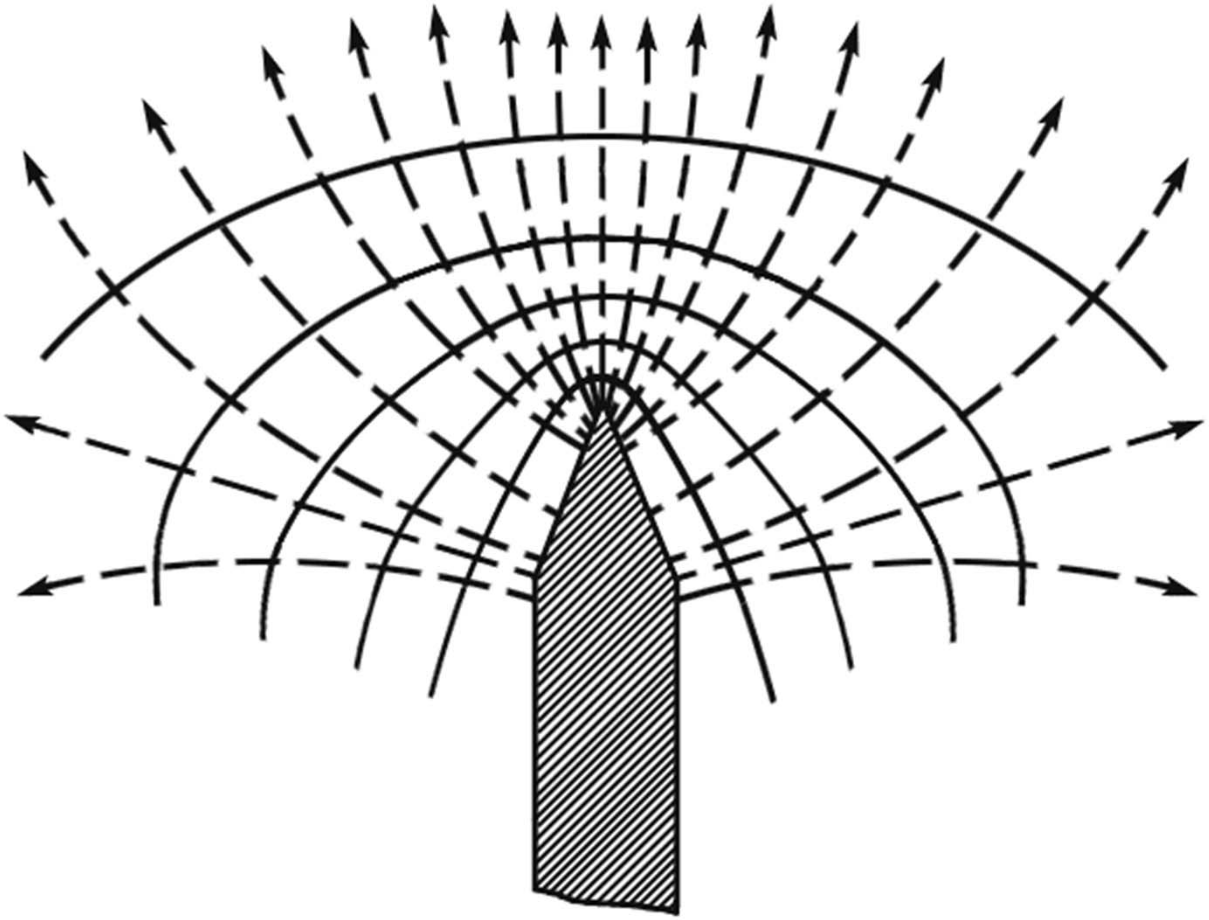
$$d\Phi_D = dq = \sigma dS$$

где: σ – поверхностная плотность зарядов на dS. Из равенства правых частей следует, что $D_n = \sigma$ тогда

$$E_n = \frac{D_n}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}$$

Напряженность поля вблизи поверхности заряженного проводника прямо пропорцианальна поверхностной плотности зарядов.

На острие плотность заряда наибольшая



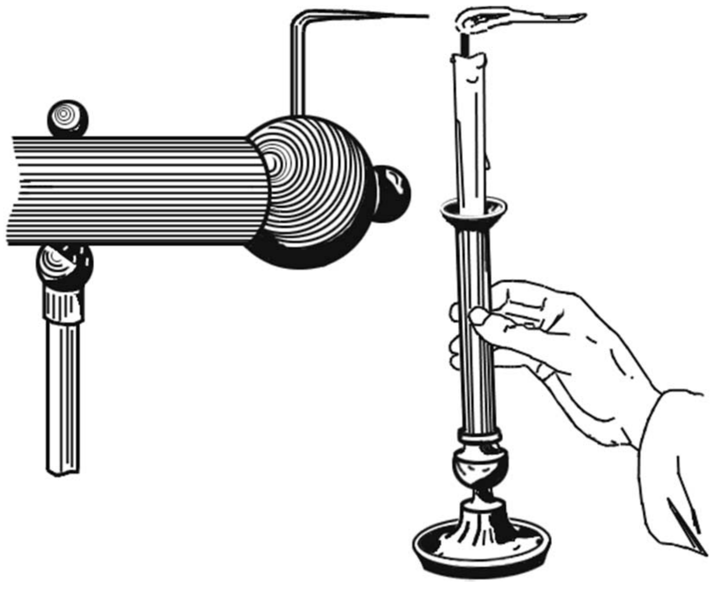
Напряженность электростатического поля *максимальна на острие* заряженного проводника.

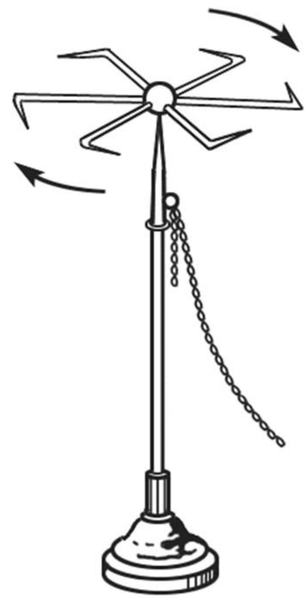
Стекание электростатических зарядов с острия.

Большая напряженность поля *E* на остриях – нежелательное явление, т.к. происходит утечка зарядов и ионизация воздуха: Ионы противоположного знака притягиваются и нейтрализуют электрический заряд. Ионы того же знака движутся в обратном направлении, увлекая за собой нейтральные молекулы. Образуется как бы «электрический ветер» («огни Святого Эльма»).

Есть наглядные эксперименты по этому явлению: *сдувание пламени свечи электрическим ветром*; *колесо Франклина* или вертушка; *электростатический двигатель.*

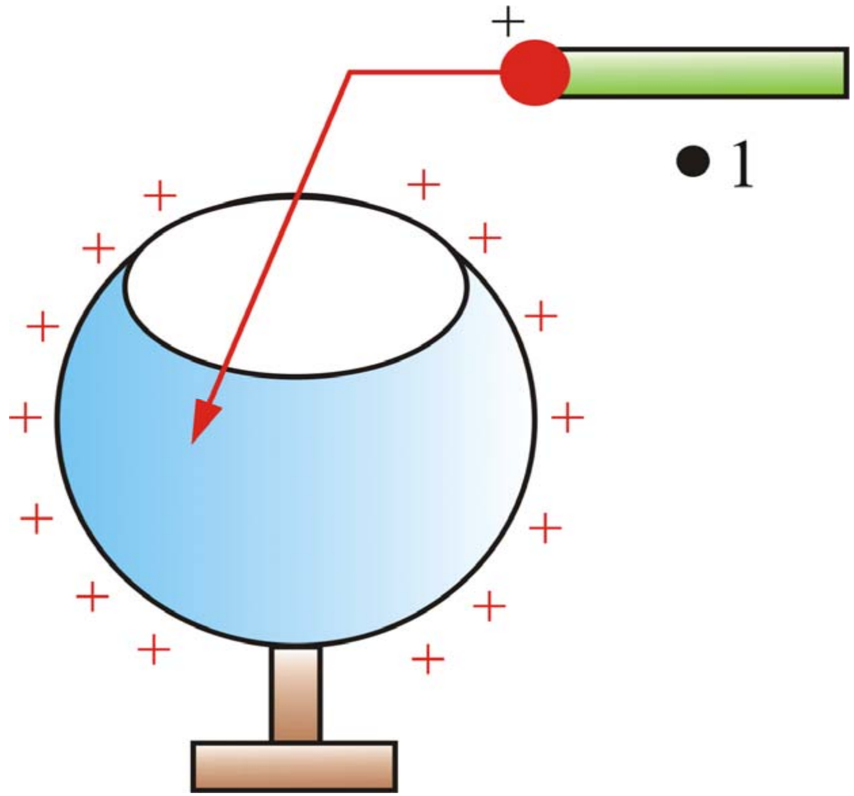
http://www.youtube.com/watch?v=EZhYbyJDyuY

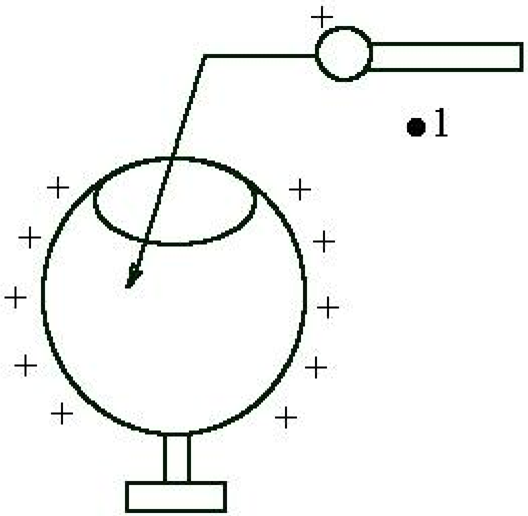




Электростатический генератор (ЭСГ).

Если заряженный металлический шарик привести в соприкосновение с поверхностью, какого либо, проводника, то заряд шарика частично передается проводнику: шарик будет разряжаться до тех пор, пока их потенциалы не выровняются. Иначе обстоит дело, если шарик привести в соприкосновение с внутренней поверхностью **полого** проводника. При этом весь заряд с шарика стечет на проводник и распределится на внешней поверхности проводника.





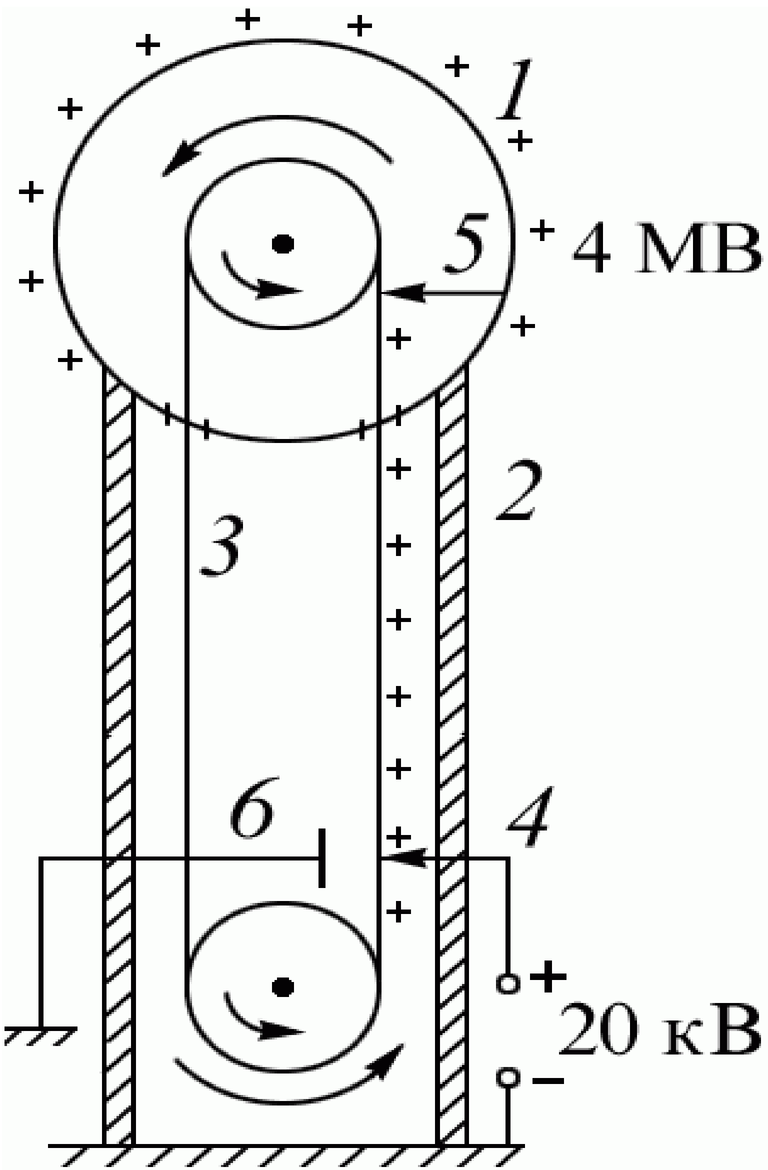
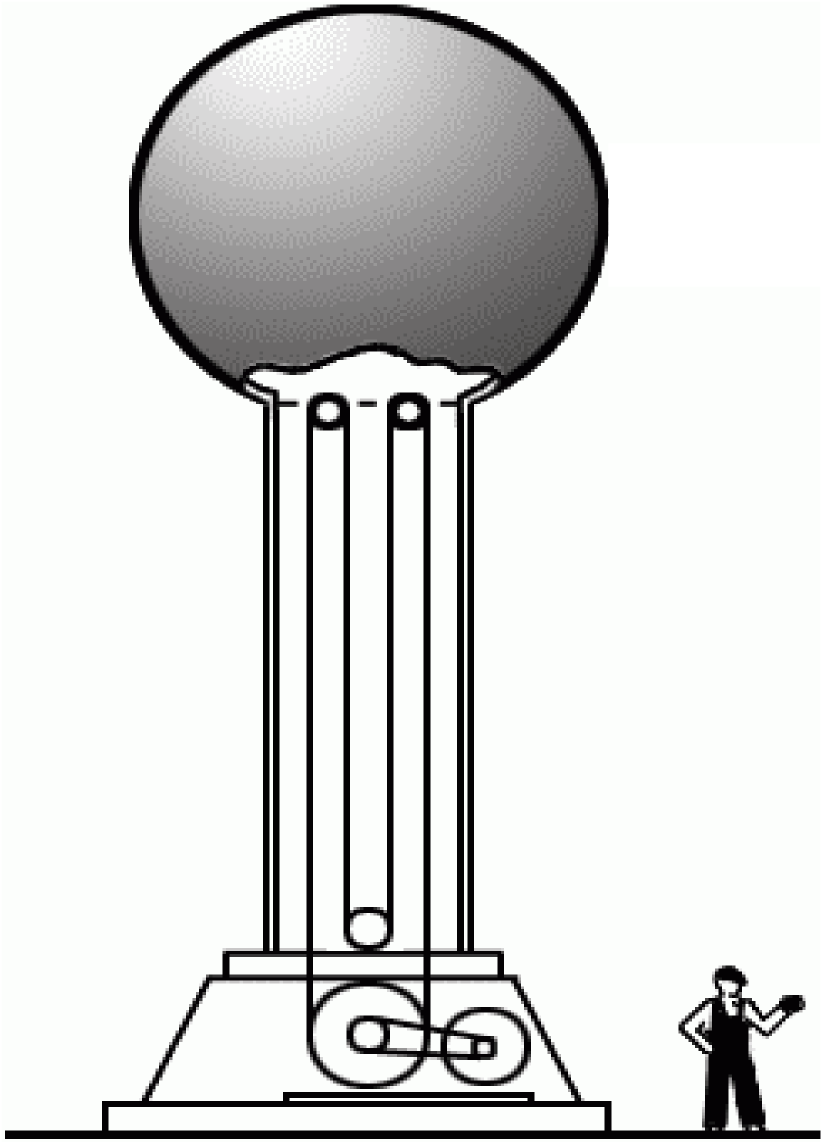
Потенциал полого проводника может быть больше, чем потенциал шарика, тем не менее, заряд с шарика стечет полностью: В точке 1 $\varphi_{Ш} < \varphi_{ПР}$, но пока мы переносили шарик в полость, мы совершили работу по преодолению сил отталкивания, и тем самым, увеличивая потенциальную энергию – увеличили потенциал шарика. То есть пока вносим шарик, потенциал его станет больше и заряд будет, как обычно, перетекать от большего потенциала к меньшому. Перенося с помощью шарика следующую порцию заряда, мы совершаем еще большую работу.

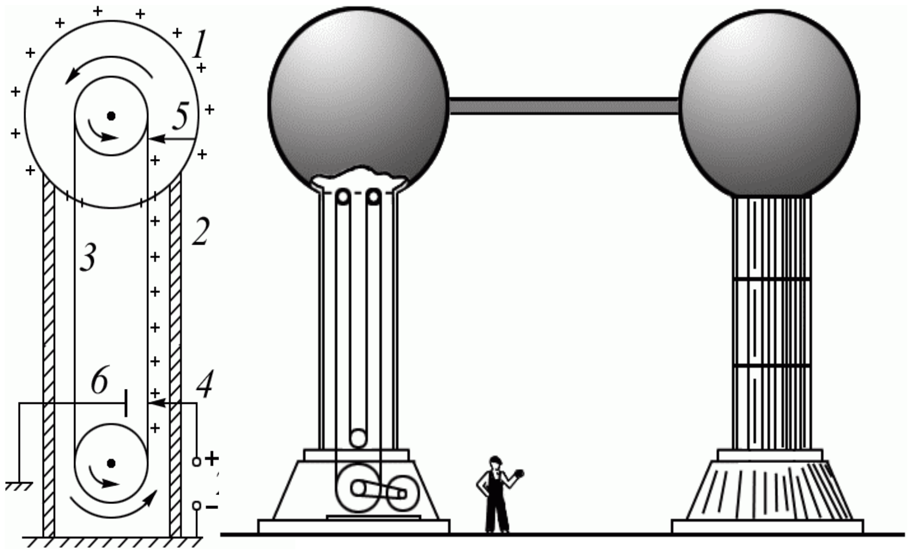
http://www.youtube.com/watch?v=WPoCymhB8f8

ВАН ДЕ ГРААФ Роберт *(1901 – 1967) - американский физик.*

Окончил университет штата Алабама (1922). Совершенствовал знания в Сорбонне и Оксфорде. В 1929-31 работал в Принстонском университете, в 1931 –60 – в Массачусетском технологическом институте.

- *Научные исследования в области ядерной физики и ускорительной техники.*
- *Выдвинул идею тандемного ускорителя и к 1958 построил первый тандемный ускоритель отрицательных ионов.*
- *Изобрел в 1931 году высоковольтный электростатический ускоритель (генератор Ван де Граафа), спроектировал и построил генератор с диаметром сфер по 4,5 м.*
- *В 1936 построил самый большой из традиционных генераторов постоянного напряжения.*


1
2
3
4
5
6
4 МВ
20 кВ




Зарядное устройство заряжает ленту транспортера положительными зарядами. Лента переносит их вовнутрь сферы и там происходит съем положительных зарядов. Далее они стекают на внешнюю поверхность. Так можно получить потенциал относительно земли в несколько миллионов вольт ограничение – ток утечки.

Такие генераторы существуют в настоящие время. Например, в Массачусетском технологическом институте построен генератор с диаметром сферы 4,5 метров и получен потенциал $3 \div 5\cdot 10^{6}$ В.

У нас в Томске очень развита ускорительная техника. Так, только в НИИ ядерной физики имеется около десяти ускорителей (генераторы различного класса). Один из них ЭСГ или генератор Ван-де-Граафа. Он изготовлен в специальной башне и на нем получали потенциал один миллион вольт.

Конденсаторы
Электрическая емкость.

Емкость уединенного проводника

При сообщении проводнику заряда, на его поверхности появляется потенциал φ. Но если этот же заряд сообщить другому проводнику, то потенциал будет другой. Это зависит от геометрических параметров проводника. Но в любом случае, потенциал φ пропорционален заряду q.

$$\boldsymbol{q = C\varphi}$$

Коэффициент пропорциональности называют

электроемкостью – _это количественная мера способности проводника удерживать заряд._ _Или_ _физическая величина, численно равна заряду, который необходимо сообщить проводнику для того, чтобы изменить его потенциал на единицу._

- Единица измерения емкости в СИ – фарада 1 Ф = 1Кл / 1В.

Емкость уединенного шара радиуса R, погруженного в однородный диэлектрик. Для этого вычислим его потенциал:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,\varphi \quad \Rightarrow E = -\frac{d\varphi}{dr} \Rightarrow \quad d\varphi = -E\,dr \quad \Rightarrow \quad \varphi = -\int_R^{\infty} E dr$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$$

$$\Downarrow$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_R^{\infty}\frac{q}{\varepsilon r^2}\,dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon R}$$

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$$

$$q = C\varphi$$

Если потенциал поверхности шара

$$\varphi_{шар.} = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R}$$

то

$$C_{шар.} = 4\,\pi\varepsilon\varepsilon_0 R$$

- Если $\varepsilon = 1$ (воздух, вакуум) и $R = R$ земли, то
  $C_з = 7 \cdot 10^{-4}$ Ф или 700 мкФ.

- Чаще на практике используют и более мелкие единицы:
  1 нФ (нанофарада) = 10^{-9} Ф и 1пкФ (пикофарада) = 10^{-12} Ф.

Расчет емкостей различных конденсаторов

Необходимость в устройствах, накапливающих заряд есть, а уединенные проводники обладают малой емкостью.

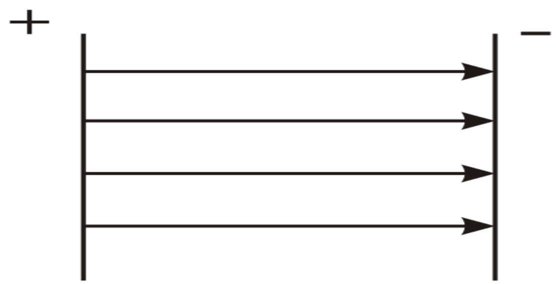
Электроемкость проводника увеличивается, если к нему поднести другой проводник – явление электростатической индукции.

Конденсатор – два проводника, называемые *обкладками,* расположенные близко друг к другу.

Под емкостью конденсатора понимается физическая величина, пропорциональная заряду *q* и обратно пропорциональная разности потенциалов между обкладками:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$$

Конструкция конденсатора такова, что внешние окружающие конденсатор тела не оказывают влияние на электроемкость конденсатора. Это будет выполняться, если ***электростатическое поле будет сосредоточено внутри конденсатора между обкладками***.



Конденсаторы бывают ***плоские, цилиндрические и сферические.***

Так как электростатическое поле находится внутри конденсатора, то линии электрического смещения начинаются на положительной обкладке и заканчиваются на отрицательной – и никуда не исчезают. Следовательно, заряды на обкладках *противоположны по знаку, но одинаковы по величине.*

Емкость конденсатора: $$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}$$

Емкость плоского конденсатора

Напряженность между обкладками равна

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon S}$$

где: S – площадь пластин (обкладок); q – заряд конденсатора

$$E = -\frac{d\varphi}{dx} \quad \Rightarrow \quad d\varphi = -\int_0^d E dx$$

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = Ed = \frac{qd}{\varepsilon_0 \varepsilon S}, \quad \Rightarrow \quad \boxed{C = \frac{q}{U} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}}$$

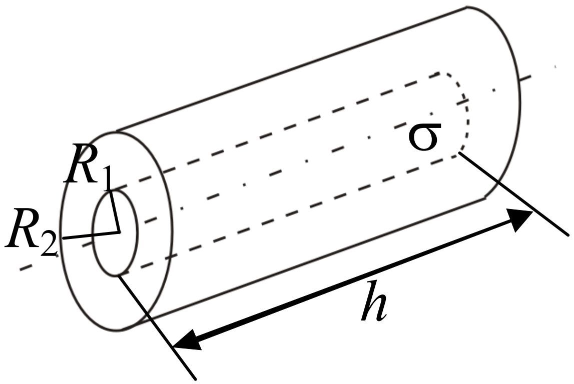
ε – диэлектрическая проницаемость диэлектрика между обкладками.

Как видно из формулы, диэлектрическая проницаемость вещества очень сильно влияет на емкость конденсатора.

Помимо емкости каждый конденсатор характеризуется $U_{раб}$ (или $U_{пр.}$ – максимальное допустимое напряжение).

Емкость цилиндрического конденсатора

Напряженность между обкладками равна



$$E(r) = \frac{\sigma R_1}{\varepsilon\varepsilon_0 r}$$

где: R_1 , R_2 – внутренней и внешней обкладок конденсатора;

h – длина обкладок;

ε – диэлектрическая проницаемость диэлектрика между цилиндрами.

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} \qquad d\varphi = -\int_0^d E(r)dr$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{R_1}^{R_2} E(r)dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\sigma R_1}{\varepsilon\varepsilon_0}\frac{dr}{r} = \frac{\sigma R_1}{\varepsilon\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

Емкость цилиндрического конденсатора

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{R_1}^{R_2} E(r)dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\sigma R_1}{\varepsilon\varepsilon_0}\frac{dr}{r_0} = \frac{\sigma R_1}{\varepsilon\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$\sigma = \frac{q}{2\pi R_1 h}$$

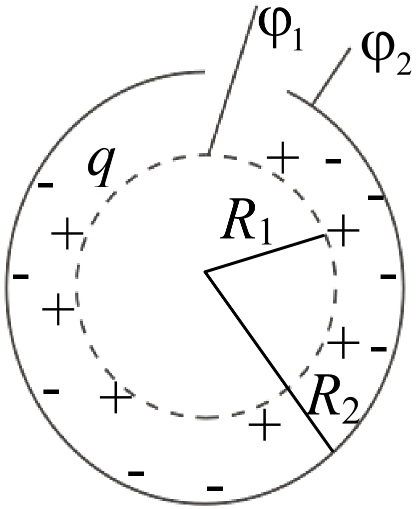
$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0 2\pi h}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$$

$$\boxed{C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 h}{\ln\frac{R_2}{R_1}}}$$

Емкость цилиндрического конденсатора

Емкость сферического конденсатора



Напряженность между обкладками равна:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} \qquad d\varphi = -\int_{R_1}^{R_2} E(r)dr$$

.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\int_{R_1}^{R_2} E(r)dr = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r^2} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{R_2 - R_1}{R_2 R_1}$$

где R_1 и R_2 – радиусы внутренней и внешней обкладок.

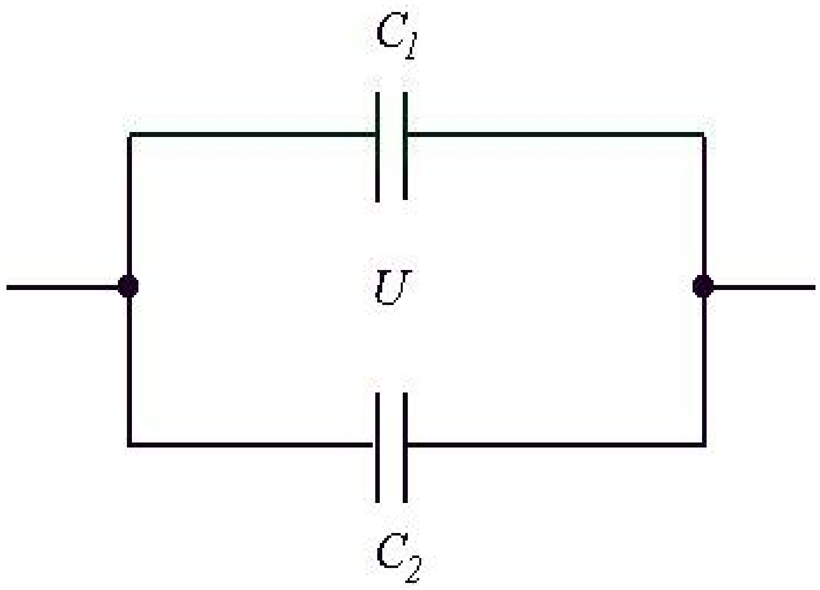
$$\boxed{C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}}$$

Емкость сферического конденсатора

Соединение конденсаторов

Емкостные батареи – комбинации параллельных и последовательных соединений конденсаторов.

1) Параллельное соединение :



Общим является напряжение U

$$q_1 = C_1 U;$$

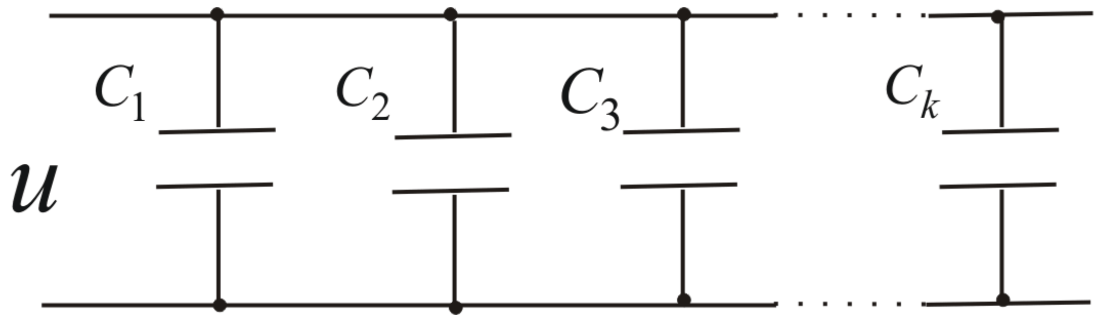
$$q_2 = C_2 U;$$

Суммарный заряд:

$$q = q1 + q2 = U(C1 + C2).$$

Результирующая емкость:

$$\boxed{C = \frac{q}{U} = C_1 + C_2}$$

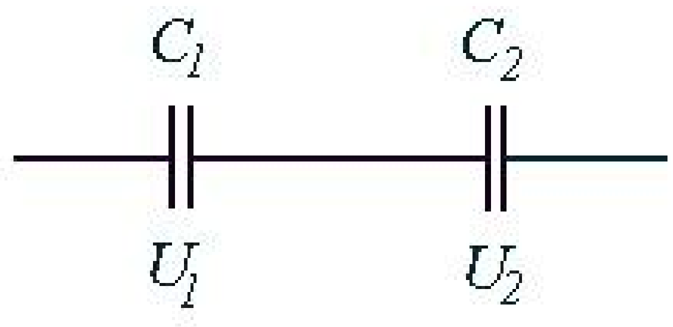


$$q = \sum q_к = \sum C_к (\varphi_1 - \varphi_2) = (\varphi_1 - \varphi_2) \sum C_K = U \sum C_K$$

$$C = \sum C_к$$

при параллельном соединении конденсаторов, их **емкости складываются**.

2) Последовательное соединение :



Общим является заряд q

$$U_1 = \frac{q}{C_1}; \qquad U_2 = \frac{q}{C_2};$$

$$U = \sum U_i = q \sum \frac{1}{C_i}$$

$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i}$$

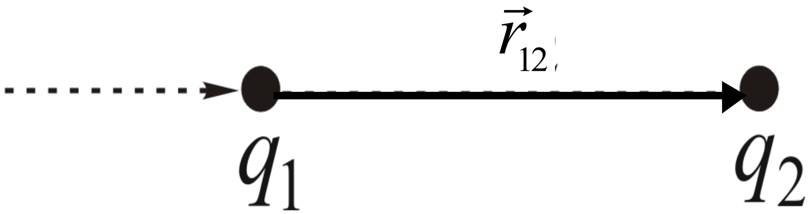
Энергия электростатического поля

Энергия системы зарядов

<u>Силы</u>, с которыми взаимодействуют заряженные тела, **<u>консервативны</u>** (т.е. их работа не зависит от пути).

Следовательно, система заряженных тел обладает **<u>потенциальной энергией</u>**.

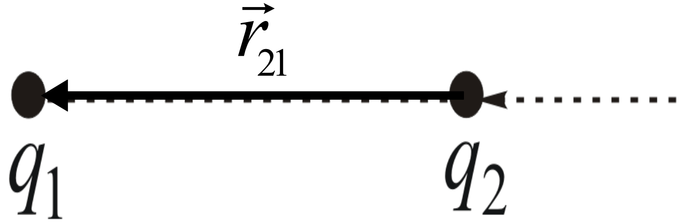
Работа переноса заряда q_1 из бесконечности в точку, удаленную от q_2 на r_{12} равна:



$$A_1 = q_1\varphi_1 = q_1 \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_{12}}$$

φ_1 – потенциал, создаваемый зарядом q_2 в той точке, в которую перемещается заряд q_1

Работа переноса заряда q_2 из бесконечности в точку, удаленную от q_1 на r_{12} равна:



$$A_2 = q_2\varphi_2 = q_2 \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{12}}$$

φ_2 – потенциал, создаваемый зарядом q_1 в той точке, в которую перемещается заряд q_2

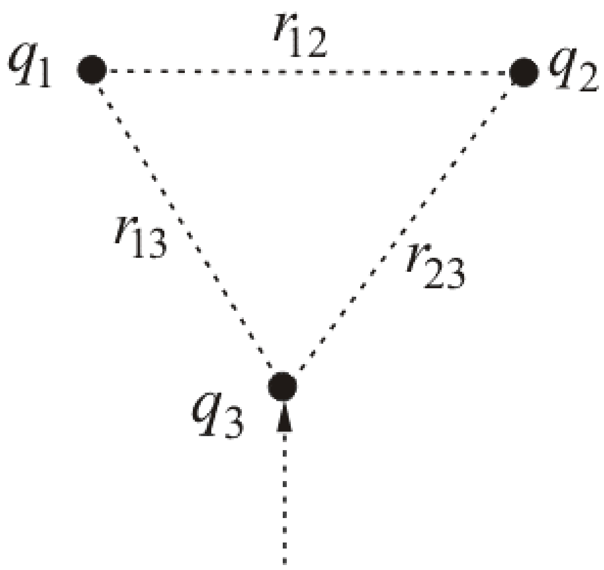
Энергия системы зарядов

$$W = q_1 \varphi_1 = q_2 \varphi_2$$

Для того, чтобы в выражение для энергии системы оба заряда входили симметрично, обычно записывают следующим образом:

$$W = \frac{1}{2}(q_1 \varphi_1 + q_2 \varphi_2)$$

Энергия системы зарядов



Перенесем из бесконечности еще один точечный заряд q_3 и поместим его в точку, находящуюся на расстоянии r_{13} от заряда q_1 и на расстоянии r_{23} от заряда q_2

$$A_3 = q_3\varphi_3 = q_3 \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_{13}} + \frac{q_2}{r_{23}}\right)$$

φ_3 - потенциал, создаваемый зарядами q_1 и q_2

$$\varphi_3 = \varphi_1 + \varphi_2$$

В сумме с A_1 или A_2 работа A_3 будет равна энергии трех зарядов:

$$W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_{13}} + \frac{q_2}{r_{23}}\right)$$

Энергия системы зарядов

$$W=\frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[q_1\left(\frac{q_2}{r_{12}}+\frac{q_3}{r_{13}}\right)+q_2\left(\frac{q_1}{r_{12}}+\frac{q_3}{r_{23}}\right)+q_3\left(\frac{q_1}{r_{13}}+\frac{q_2}{r_{23}}\right)\right]=$$

$$=\frac{1}{2}(q_1\varphi_1+q_2\varphi_2+q_3\varphi_3)$$

φ_1 – потенциал, создаваемый зарядами q_2 и q_3 в той точке, где находится заряд q_1 и т.д.

$$W=\frac{1}{2}\sum_i q_i\varphi_i$$

φ_i – потенциал, создаваемый в той точке, где находится заряд q_i всеми зарядами, кроме *i*– го.

Энергия заряженного проводника.

Заряд *q*, находящийся на некотором проводнике, можно рассматривать как систему точечных зарядов Δq .

Перенос из бесконечности на поверхность проводника первой порции заряда Δq не сопровождается совершением работы, так как потенциал проводника первоначально равен нулю.
В результате сообщения проводнику заряда Δq его потенциал становится отличным от нуля, вследствие чего перенос второй порции Δq уже требует совершения некоторой работы. Так как по мере увеличения заряда на проводнике потенциал его растет при перемещении каждой последующей порции заряда Δq, то должна совершаться все большая по значению работа:

$$\Delta A = \varphi \Delta q = \frac{q}{C} \Delta q$$

φ – потенциал проводника, обусловленный уже имеющимся на нем зарядом *q*, *C* – емкость проводника.

Энергия заряженного проводника.

Переходя к дифференциалам, имеем:

$$dW = dA = \frac{1}{C} q dq$$

После интегрирования получается выражение для энергии проводника:

$$W = \frac{q^2}{2C} + const$$

Так как энергия незаряженного проводника равна нулю, то $const = 0$. Учитывая, $C = \frac{q}{\varphi}$, можно записать:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2}$$

Энергия заряженного конденсатора

- Процесс возникновения на обкладках конденсатора зарядов $+q$ и $-q$ можно представить так, что от одной обкладки последовательно отнимаются очень малые порции заряда и перемещаются на другую обкладку. Работа переноса очередной порции равна:

$$\Delta A = \Delta q(\varphi_1 - \varphi_2) = \Delta q U.$$

Отсюда

$$\Delta W = \Delta A = U\Delta q = \frac{q}{C}\Delta q$$

Энергия заряженного конденсатора

или $$dW = dA = Udq = \frac{q}{C}dq$$

Отсюда

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}$$

Энергия электростатического поля

Носителем энергии W в конденсаторе является электростатическое поле.

Найдем W:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d} \frac{d}{d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{2} \left(\frac{U}{d} \right)^2 Sd$$

$\frac{U}{d} = E$; $Sd = V$ – объем. Отсюда: $W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V$

Энергия электростатического поля

Если поле **однородно**, заключенная в нем энергия распределяется в пространстве с постоянной плотностью, равной энергии поля, деленной на заполняемый полем объем. Следовательно, плотность энергии поля плоского конденсатора:

$$\omega = \frac{W}{V};$$

$$\boxed{\omega = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}}$$

Так как $\varepsilon_0 \varepsilon E = D$, то

$$\boxed{\omega = \frac{ED}{2}}$$

Эта формула справедлива и для неоднородного поля.

Энергия электростатического поля

Зная плотность энергии поля в каждой точке, можно найти энергию поля, заключенную в любом объеме V. Для этого нужно вычислить интеграл:

$$W = \int_V \omega dV = \int_V \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} dV$$

Общее выражение для нахождения энергии электрического поля.