

Явление электромагнитной индукции

Электрический ток создает вокруг себя магнитное поле. Возможно ли обратное явление? Можно ли получить ток с помощью магнитного поля?



ФАРАДЕЙ Майкл (1791 – 1867) – знаменитый английский физик.

Исследования в области электричества, магнетизма, магнитооптики, электрохимии.

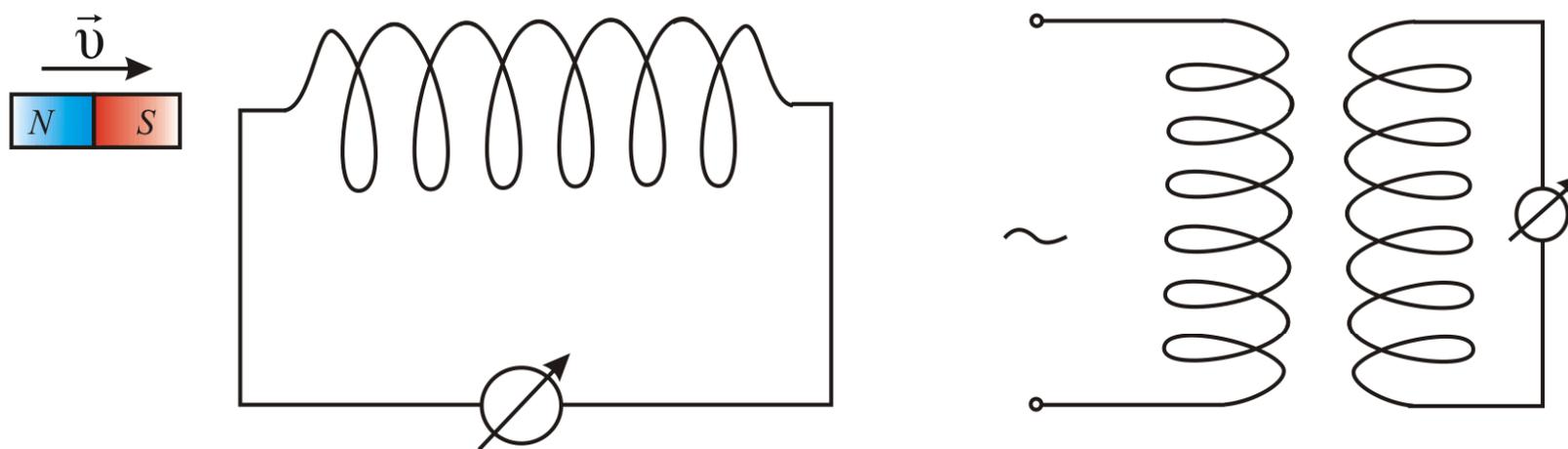
Создал лабораторную модель

электродвигателя. Открыл экстрактоки при замыкании цепи и установил их направление.

Открыл законы электролиза, первый ввел понятия поля и диэлектрической проницаемости, в 1845 употребил термин «магнитное поле».

Кроме всего прочего М. Фарадей открыл явления диа- и парамагнетизма. Он установил, что все материалы в магнитном поле ведут себя по-разному: ориентируются по полю (пара и ферромагнетики) или поперек поля – диамагнетики.

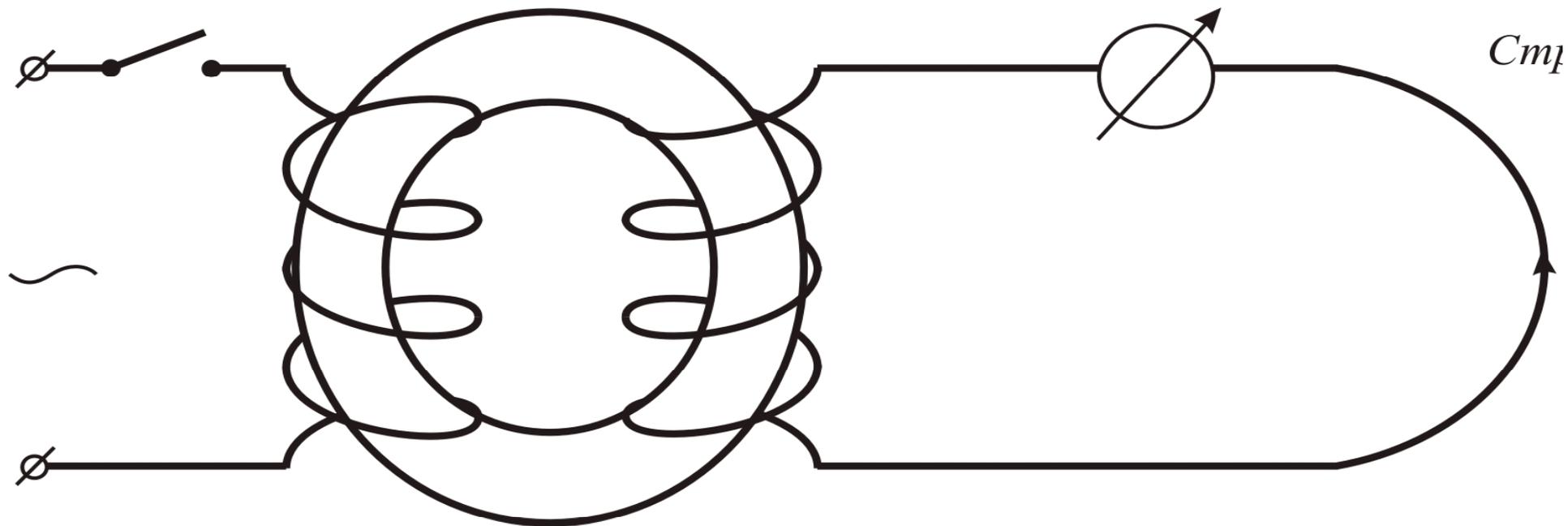
Явление электромагнитной индукции Опыты Фарадея



Если подносить магнит к катушке или наоборот, то в катушке возникнет электрический ток.

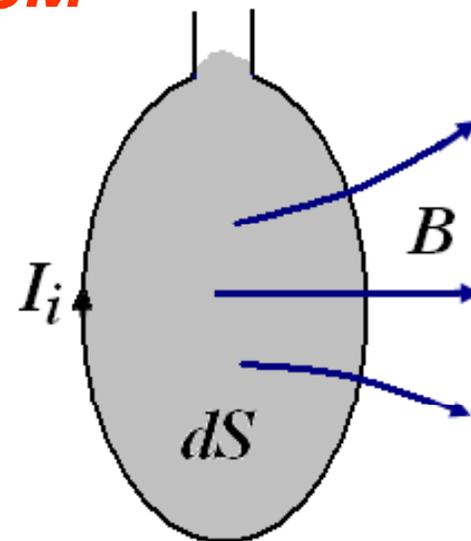
То же самое с двумя близко расположенными катушками: если к одной из катушек подключить источник переменного тока, то в другой также возникнет переменный ток.

Этот эффект проявляется намного сильнее, если две катушки соединить сердечником



По определению Фарадея общим для этих опытов является то, что: **если поток вектора индукции** $\Phi_B = \vec{B}\vec{S}$, **пронизывающий замкнутый, проводящий контур меняется, то в контуре возникает электрический ток.**

Это явление называют явлением электромагнитной индукции, а ток – индукционным.



Для каждого конкретного случая Фарадей указывал направление индукционного тока.

В 1833 г. Ленц установил общее **правило нахождения направления тока:**

индукционный ток всегда направлен так, что магнитное поле этого тока препятствует изменению магнитного потока, вызывающего индукционный ток.

Это утверждение носит название правила Ленца.

Явление электромагнитной индукции

Для создания тока в цепи необходимо наличие электродвижущей силы. Поэтому явление электромагнитной индукции свидетельствует о том, что при изменении магнитного потока в контуре возникает электродвижущая сила индукции

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi_B}{dt}.$$

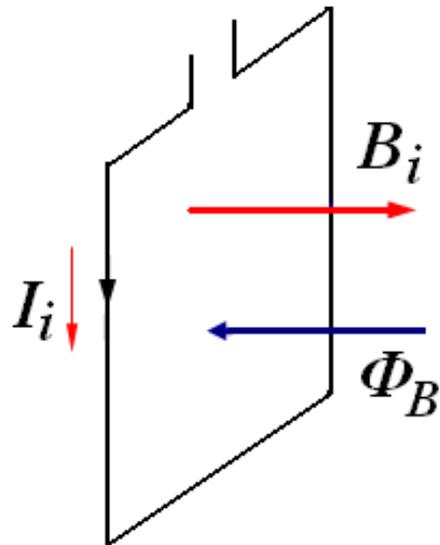
Закон Фарадея

(закон электромагнитной индукции)

Знак минус в уравнении $\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_B}{dt}$.
отражает **правило Ленца** :

индукционный ток в контуре имеет такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока.

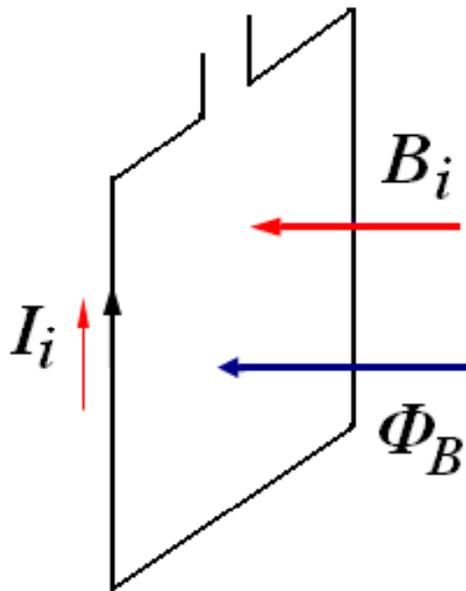
$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$



• **Увеличение потока** $\frac{d\Phi_B}{dt} > 0$

вызывает $\mathcal{E}_i < 0$, т.е.

индукционное поле B_i направлено навстречу внешнему полю, поток которого Φ_B .



• **Уменьшение потока** $\frac{d\Phi_B}{dt} < 0$

вызывает, $\mathcal{E}_i > 0$ т.е.

индукционное поле B_i совпадает с направлением внешнего поля, поток которого Φ_B .

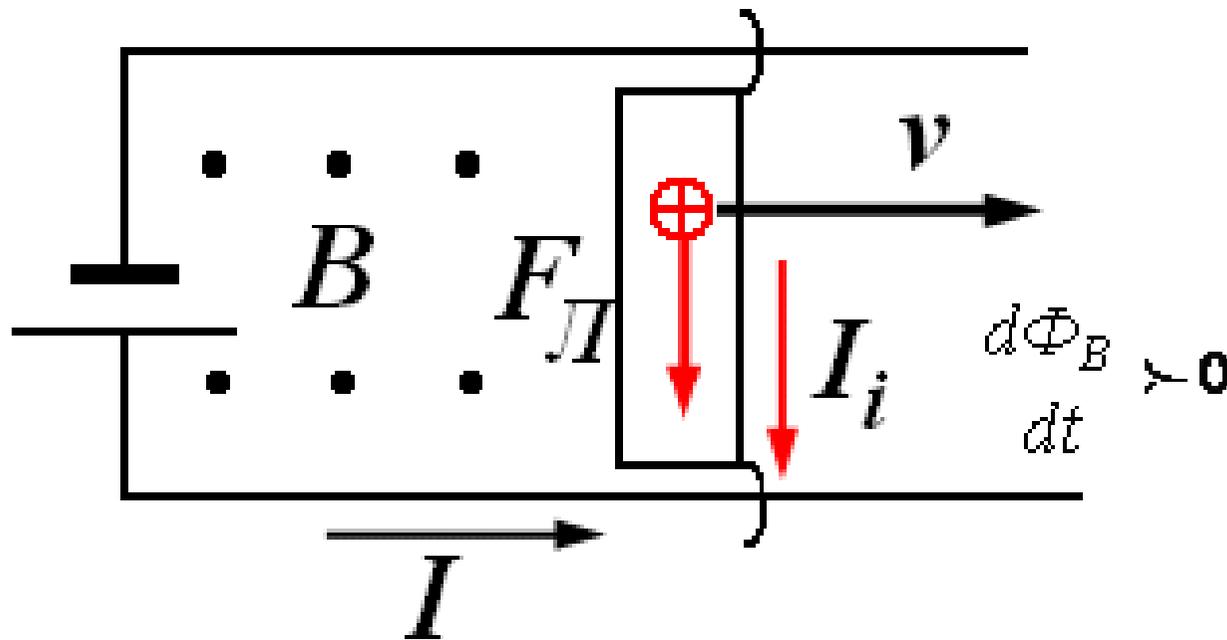
ВАЖНО: Закон Фарадея универсален, так как не зависит от способа изменения магнитного поля.

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(\vec{B}\vec{S})}{dt} = -\frac{d(BS \cos \alpha)}{dt}$$

В системе СИ размерность э.д.с. индукции: $[\mathcal{E}_i] = [\text{Вб/с}] = \text{В}$.

Поток магнитной индукции можно менять
следующими способами:

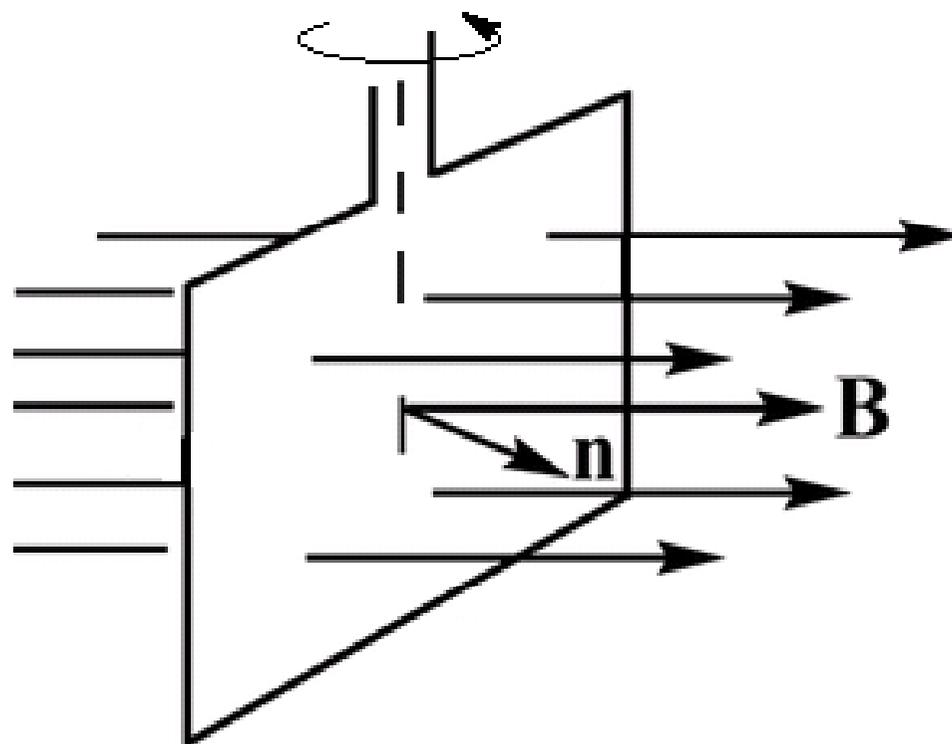
1. Изменять площадь рамки S . $\varepsilon_i = -\frac{d(BS \cos \alpha)}{dt} = -B \frac{d(S)}{dt}$
(На электрические заряды в проводнике действует сила Лоренца)



2. Вращать рамку.

(На электрические заряды в проводнике действует сила Лоренца)

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d(BS \cos \alpha)}{dt} = BS \frac{d \sin \alpha}{dt}$$

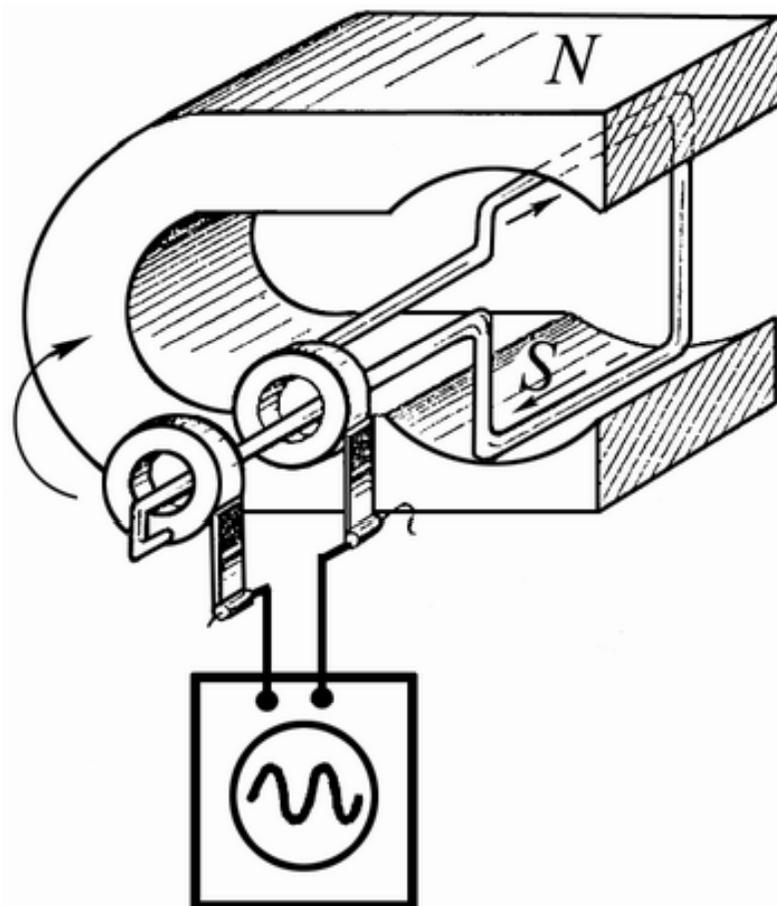


Это явление положено в основу работы
генераторов переменного тока,

в которых в однородном магнитном поле ($\mathbf{B} = const$) равномерно (с угловой скоростью $\omega = const$) вращается рамка

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_i &= -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(\vec{B}\vec{S})}{dt} = \\ &= -\frac{d(BS \cos \omega t)}{dt} = \underbrace{BS\omega}_{\mathcal{E}_{max}} \sin \omega t,\end{aligned}$$

S – площадь рамки.



Процесс превращения механической энергии в электрическую обратим

- если по рамке, помещенной в магнитное поле, пропускать электрический ток, то на рамку действует вращающий момент, и она начинает поворачиваться – ***электродвигатель.***

Рассмотренное объяснение возникновения ЭДС индукции относится к случаю, когда магнитное поле постоянно, а изменяется лишь геометрия контура. Однако, магнитный поток через контур может изменяться также за счет изменения **B** . **В этом случае объяснения возникновения ЭДС оказывается в принципе другим.** Анализируя явление электромагнитной индукции, Д.К. Максвелл (1831 – 1879) (английский физик, сформулировавший теорию электромагнитного поля) заключил, что причина появления ЭДС индукции - возникновение электрического поля, вследствие изменения магнитного поля. **Всякое изменение магнитного поля всегда сопровождается появлением электрического поля и, наоборот, всякое изменение электрического поля приводит к появлению магнитного поля.**

Итак, поток магнитной индукции МОЖНО МЕНЯТЬ

3. используя **переменное магнитное поле.**

Переменное магнитное поле возбуждает в пространстве переменное электрическое поле, которое и является причиной индукционного тока в неподвижном проводнике (гипотеза Максвелла).

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi_B}{dt}.$$

э.д.с. индукции:

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E}_{\text{стор}} d\vec{l}.$$

Вихревое электрическое поле

э.д.с. индукции: $\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E}_{стор} d\vec{l}$.

Результирующее

поле: $E = E_{кул} + E_{стор}$, $E_{стор} = E - E_{кул}$,

$E_{кул}$ – напряженность электростатического поля,

$E_{стор}$ – напряженность поля сторонних сил.

$$\mathcal{E}_i = \oint_L (\vec{E} - \vec{E}_{кул}) d\vec{l} = \oint_L \vec{E} d\vec{l} - \underbrace{\oint_L \vec{E}_{кул} d\vec{l}}_0$$

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} \neq 0.$$



Вихревое электрическое поле

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} \neq 0.$$

следовательно, электрическое поле, возбуждаемое переменным магнитным полем – **вихревое**.

Отличия вихревого электрического поля от электростатического:

1. Силовые линии вихревого электрического поля – **замкнутые**.
2. **Работа** по перемещению единичного положительного точечного заряда в вихревом электрическом поле (циркуляция вектора \mathbf{E}) не равна нулю, а **равна э.д.с. индукции \mathcal{E}_i** .

Закон электромагнитной индукции в дифференциальной форме

Формула Стокса:
$$\oint_L \vec{A} d\vec{l} = \int_S \text{rot} \vec{A} d\vec{S}.$$

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} d\vec{S}.$$

Контур не изменяет форму, следовательно, операции дифференцирования и интегрирования можно поменять местами и перейти к частной производной:

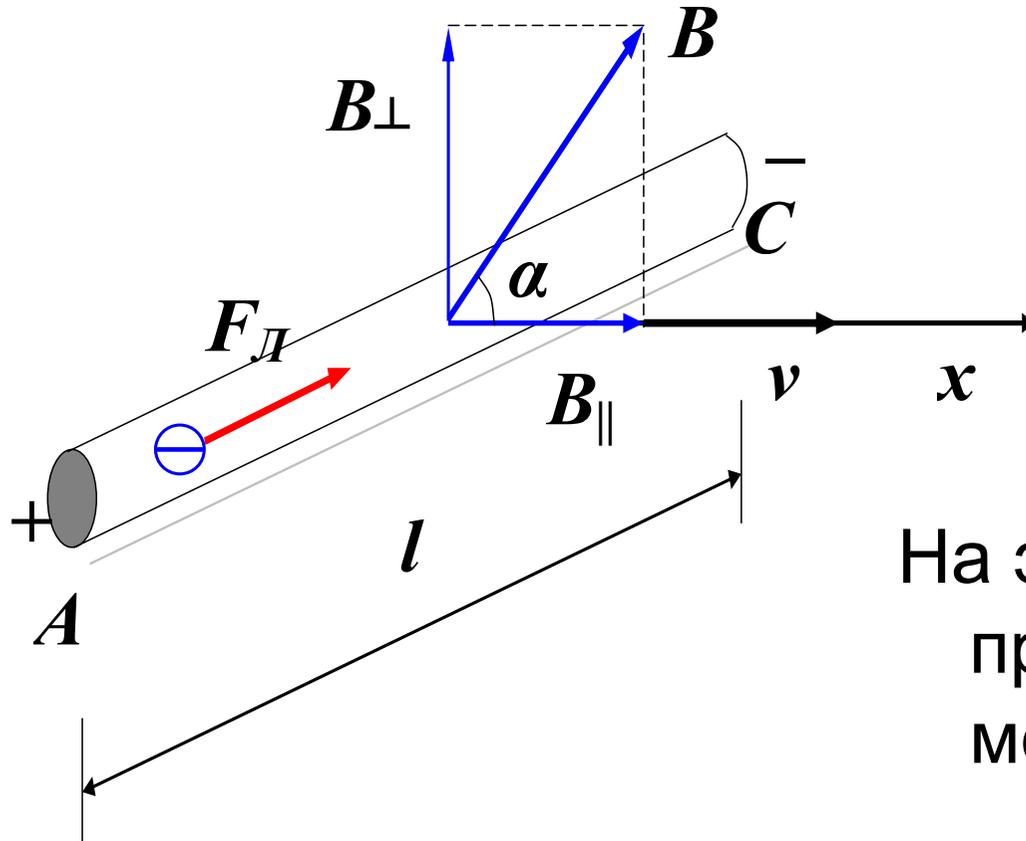
$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}. \quad \Rightarrow \quad \oint_L \vec{E} d\vec{l} = \int_S \text{rot} \vec{E} d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}.$$

Закон электромагнитной индукции в дифференциальной форме

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \underbrace{\int_S \operatorname{rot} \vec{E} d\vec{S}}_{= - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}}.$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Электронный механизм возникновения э.д.с. индукции

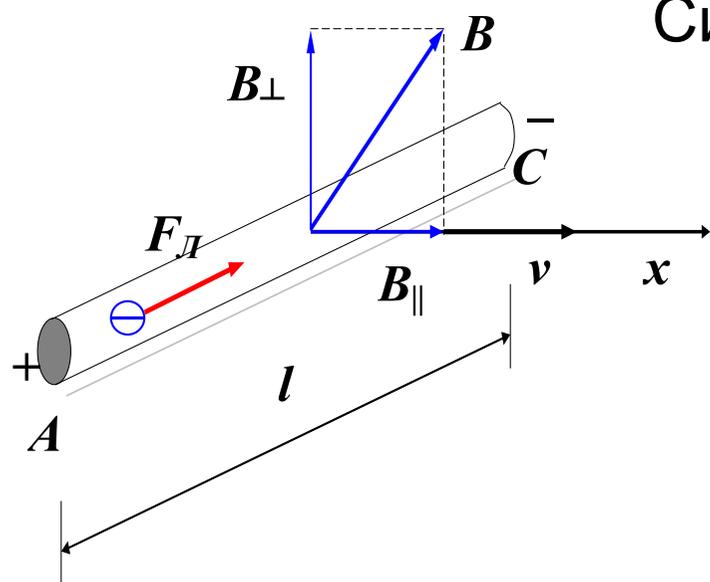


Отрезок проводника
движется в
постоянном
магнитном поле
индукцией $B = const.$

На электроны
проводимости
металла действует

$$F_{Л} = qvB \sin \alpha.$$

Электронный механизм возникновения э.д.с. индукции



Сила, действующая на электрон, отлична от нуля только в самом начале движения проводника, так как упорядоченное движение электронов вдоль проводника от **A** к **C** вызывает возникновение в проводнике электростатического поля, препятствующего дальнейшему перераспределению электронов.

$$F_L = F_{\text{эл.стат.}}; \quad qvB \sin \alpha = qE$$

$$\Rightarrow E = vB \sin \alpha.$$

Электронный механизм возникновения э.д.с.

$$E = vB \sin \alpha. \quad \text{ИНДУКЦИИ}$$

$$\Delta\varphi = El = vBl \sin \alpha = vB_{\perp} l.$$

$$\varphi_A - \varphi_C = \Delta\varphi = -\mathcal{E}_i; \quad v = \frac{dx}{dt}; \quad ldx = dS.$$

$$\mathcal{E}_i = -B_{\perp} \frac{ldx}{dt} = -\frac{dB_{\perp} S}{dt} = -\frac{d(BS)}{dt} = -\frac{d\Phi_B}{dt}.$$

$d\Phi_B$ – поток через поверхность,

прочерчиваемую проводником при движении.

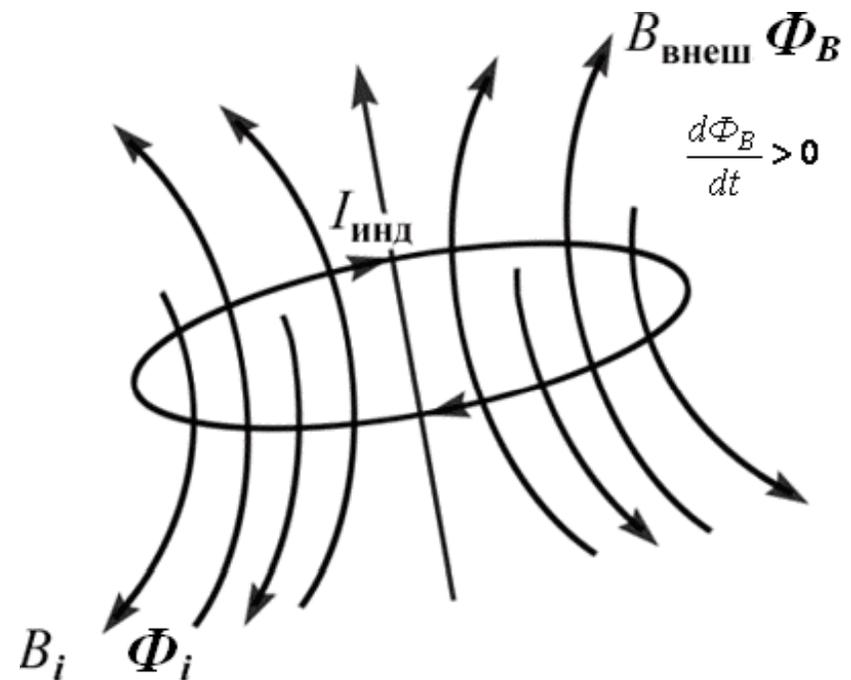
Электромагнитная индукция в технике. Токи Фуко (вихревые токи)

- ***Токи Фуко (вихревые токи)*** – индукционные токи, возникающие в массивных сплошных проводниках, помещенных в переменное магнитное поле.
- Массивные проводники – поперечные размеры, которых соизмеримы с длиной проводника.

- В отличие от линейных проводников в массивных проводниках токи (токи Фуко) замкнуты в объёме, поэтому они называются **вихревыми**.

Они подчиняются правилу Ленца, т.е. их магнитное поле направлено

таким образом, чтобы противодействовать изменению магнитного потока, индуцирующего вихревые токи.

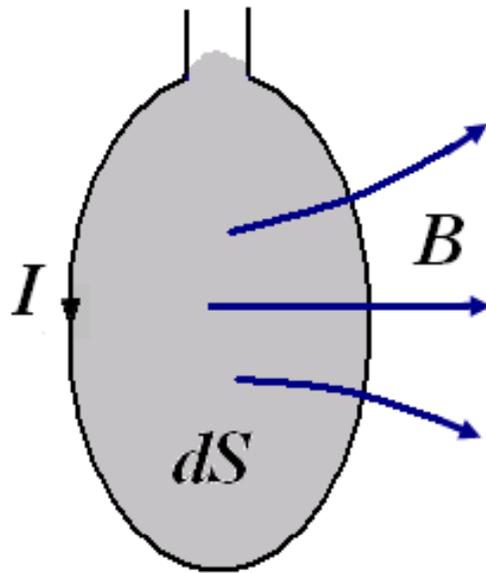


Явление самоиндукции

Индуктивность

ИНДУКТИВНОСТЬ

Ток I , текущий в замкнутом контуре, вокруг себя создает магнитное поле \mathbf{B} .



$$\left. \begin{aligned} dB &= \frac{\mu\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2} \\ \Phi_B &= \oint_S \vec{B} d\vec{S} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \Phi &\sim I, \\ \Phi &= L \cdot I, \end{aligned}$$

где коэффициент пропорциональности L называется

индуктивностью контура.

Явление самоиндукции

При изменении тока I в контуре изменяется создаваемое им магнитное поле. Следовательно, в контуре индуцируется э.д.с.

$$\mathcal{E}_S = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Этот процесс называется ***самоиндукцией***.

В системе СИ индуктивность измеряется в генри: $[L] = \text{Гн} = \text{Вб/А} = \text{В}\cdot\text{с/А}$.

Явление самоиндукции

- Э.д.с. индукции \mathcal{E}_i создается внешним магнитным полем.
- Э.д.с. самоиндукции \mathcal{E}_S создается при изменении собственного магнитного поля.

В общем случае **индуктивность контура L зависит от**

- 1) геометрической формы контура и его размеров,
- 2) магнитной проницаемости среды, в которой находится контур.

В электростатике аналогом индуктивности является емкость C уединенного проводника, которая зависит от формы, размеров, диэлектрической проницаемости ϵ среды.

Закон Фарадея для самоиндукции

$$\mathcal{E}_S = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\underbrace{\frac{dL}{dt}}_{\substack{0, \text{если} \\ L = \text{const}}} \right) = -L\frac{dI}{dt}.$$

$L = \text{const}$, если магнитная проницаемость μ среды и геометрические размеры контура постоянны.

Закон Фарадея для самоиндукции $\mathcal{E}_S = -L \frac{dI}{dt}$.

Знак минус в законе Фарадея в соответствии с правилом Ленца означает, что наличие индуктивности L приводит к замедлению изменения тока I в контуре.

$$\mathcal{E}_S = -L \frac{dI}{dt}.$$

- Если ток I **возрастает**, то $dI / dt > 0$ и, соответственно, $\mathcal{E}_S < 0$, т.е. ток самоиндукции I_S направлен навстречу току I внешнего источника и замедляет его нарастание.
- Если ток I **убывает**, то $dI / dt < 0$ и, соответственно, $\mathcal{E}_S > 0$, т.е. ток самоиндукции I_S имеет то же направление, что и убывающий ток I внешнего источника и замедляет его убывание.

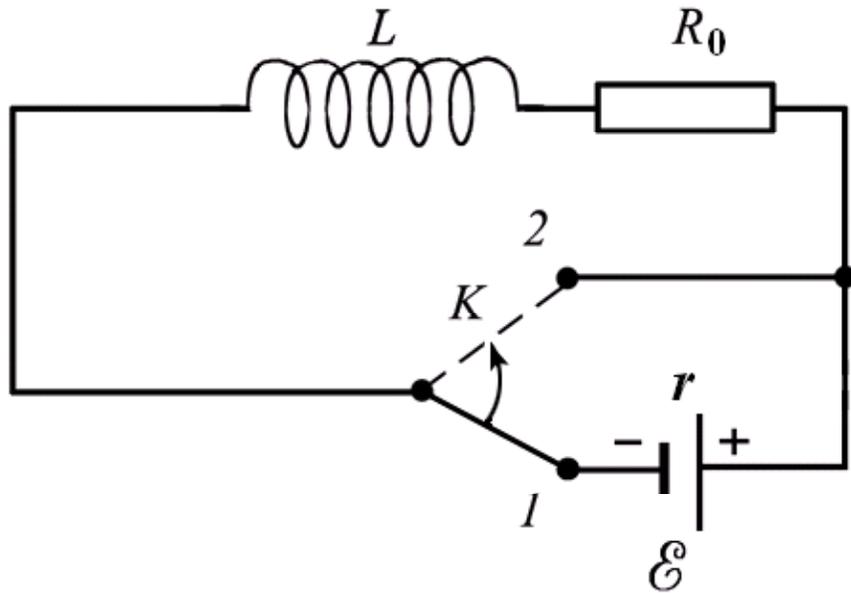
Закон Фарадея для самоиндукции

- Если контур обладает определенной индуктивностью L , то любое изменение тока I тормозится тем сильнее, чем больше L контура, т.е. контур обладает ***электрической инертностью***.

Экстратоки замыкания и размыкания

По правилу Ленца при включении и выключении тока в цепи, содержащей индуктивность L , возникает ток самоиндукции I_S , который направлен так, чтобы препятствовать изменению тока I в цепи.

Экстратоки размыкания



r обычно мало и $R \approx R_0$

Ключ K в положении 1:

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}, \quad R = R_0 + r.$$

Ключ K в положении 2
(размыкание цепи):

Возникает \mathcal{E}_S и
обусловленный ею ток

$$I = I_S = \frac{\mathcal{E}_S}{R} = -\frac{1}{R} L \frac{dI}{dt} \quad \Rightarrow \quad \int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = \int_0^t -\frac{R}{L} dt \quad \Rightarrow$$

$$\ln I \Big|_{I_0}^I = -\frac{R}{L} t \quad \Rightarrow \quad I = I_0 e^{-\frac{R}{L} t}.$$

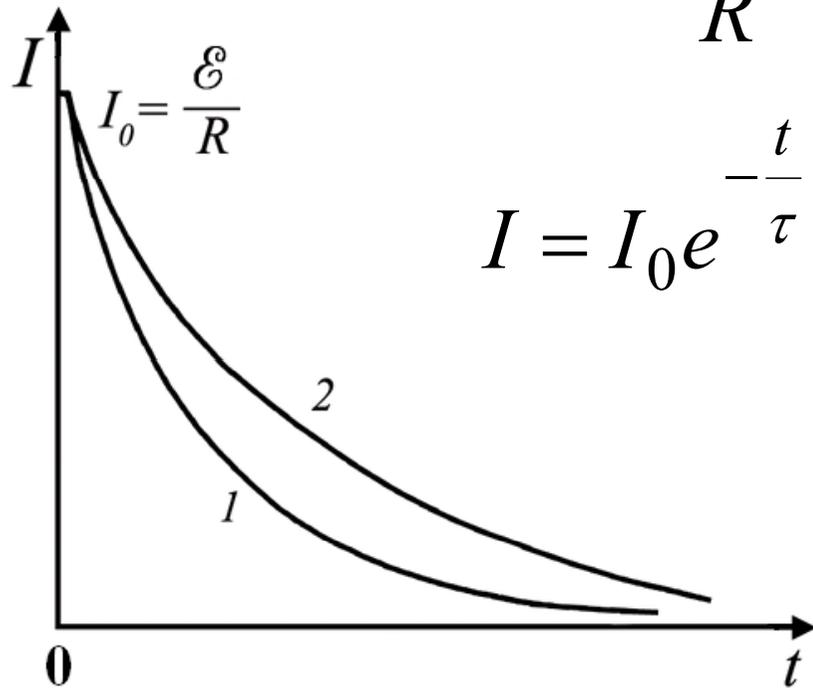
Экстратоки размыкания

$$\tau = \frac{L}{R}$$

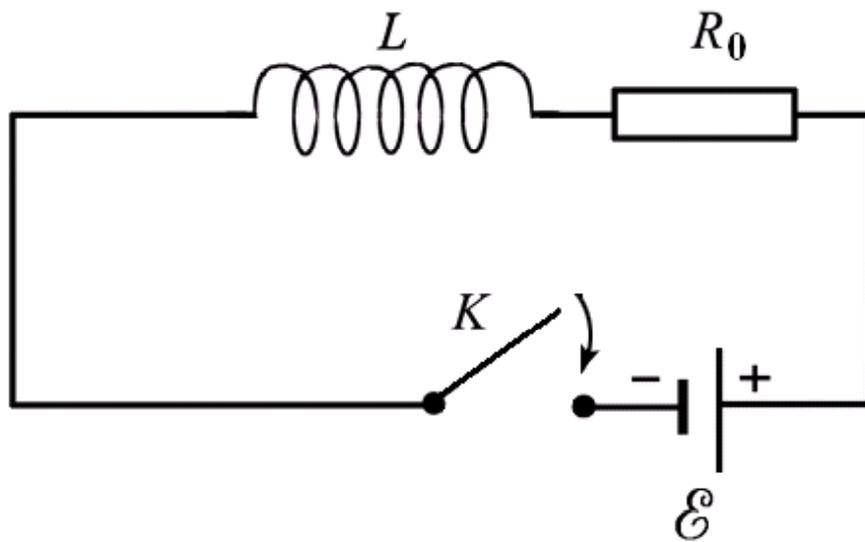
- постоянная, называемая **временем релаксации** – время, в течение которого сила тока I уменьшается в e раз.

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Чем больше L , тем больше τ , и тем медленнее уменьшается ток I .



На рисунке $\tau_2 > \tau_1$.



Экстратоки замыкания

При замыкании цепи помимо внешней э.д.с. \mathcal{E} возникает э.д.с. самоиндукции \mathcal{E}_S .

$$I = \frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}_S}{R} = \frac{\mathcal{E} - L \frac{dI}{dt}}{R} = \underbrace{I_0}_{\mathcal{E}/R} - \frac{L}{R} \frac{dI}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{dI}{I - I_0} = -\frac{R}{L} dt$$

Замена переменных: $I - \underbrace{I_0}_{const} = \underbrace{i}_{переменная} \Rightarrow dI = di$

$$\int_{i_0}^i \frac{di}{i} = \int_0^t -\frac{1}{\tau} dt \quad \Rightarrow$$

Экстратоки замыкания $\int_{i_0}^i \frac{di}{i} = \int_0^t -\frac{1}{\tau} dt$

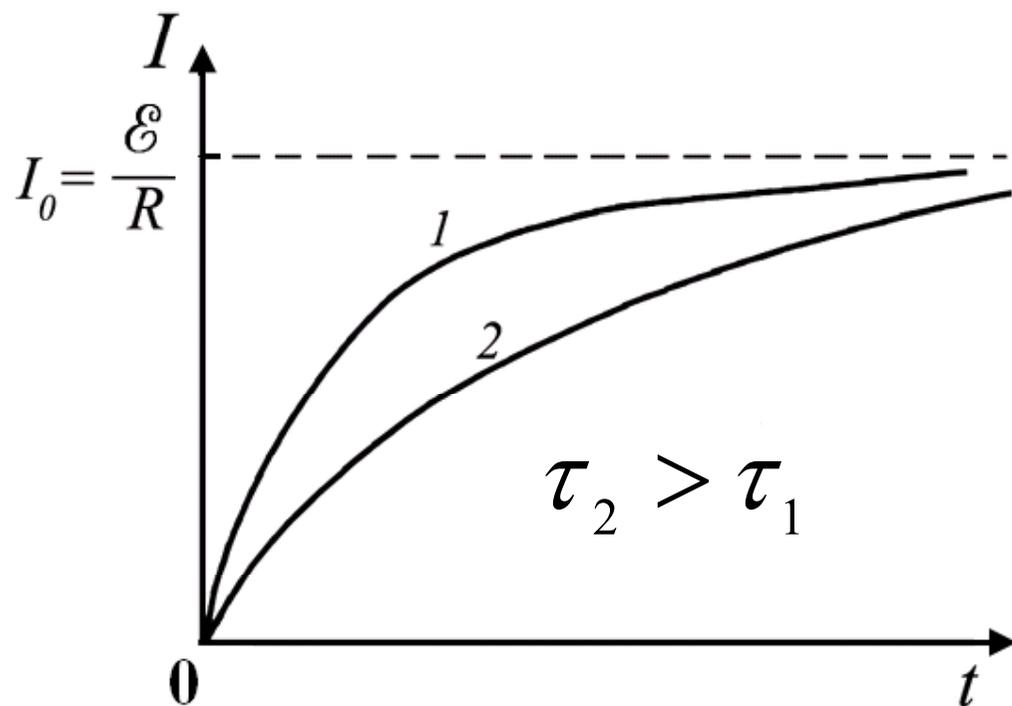
В момент замыкания $t = 0$ сила тока $I = 0$,
переменная $i_0 = -I_0$; в момент времени t сила тока
 I , переменная $i = I - I_0$

$$\ln i \Big|_{i_0}^i = -\frac{t}{\tau} \Big|_0^t \Rightarrow \ln(I - I_0) \Big|_0^I = -\frac{t}{\tau} \Rightarrow$$

$$\ln \frac{I - I_0}{-I_0} = -\frac{t}{\tau} \Rightarrow \frac{I - I_0}{-I_0} = e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow$$

$$I - I_0 = -I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}; I = I_0 - I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right).$$

Экстратоки замыкания



$$I = I_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right).$$

I_0 – установившийся ток.

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

Установление тока происходит тем быстрее, чем меньше L цепи и больше её сопротивление R

$$\tau = \frac{L}{R}$$

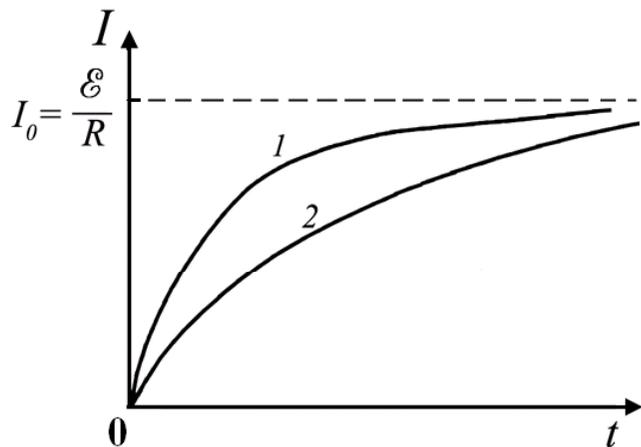
Экстратоки замыкания и размыкания

Поскольку сопротивление батареи r обычно мало, то можно считать, что $R \approx R_0$, где

R_0 – сопротивление цепи без учета сопротивления источника ЭДС.

Установившийся ток

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R_0}.$$



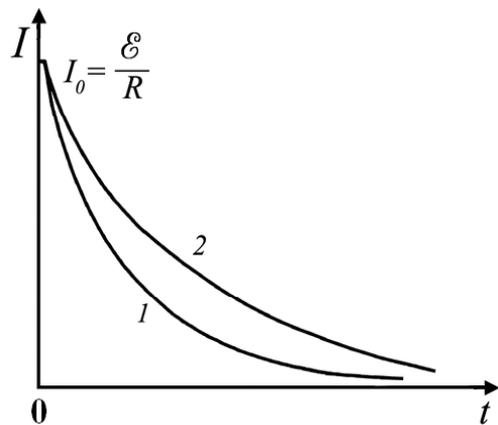
Установившийся ток : $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R_0}$.

При *отключении источника э.д.с.*

(*размыкание цепи*) ток

изменяется по закону

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{\mathcal{E}}{R_0} e^{-\frac{R}{L}t}.$$



Величина э.д.с. самоиндукции

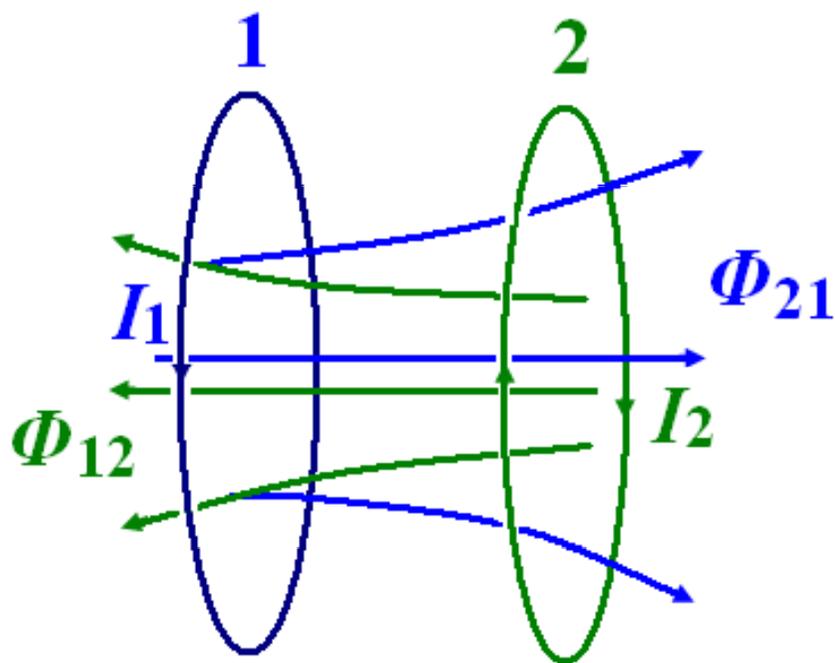
$$\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R_0} \frac{LR}{L} e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{R}{R_0} \mathcal{E} e^{-\frac{R}{L}t}.$$

$$\mathcal{E}_S = \frac{R}{R_0} \mathcal{E} e^{-\frac{R}{L}t}.$$

- Если цепь переключается на очень большое внешнее сопротивление R , например, происходит разрыв цепи ($R \gg R_0$), то \mathcal{E}_S может стать огромным и образуется вольтова дуга между разомкнутыми концами выключателя.

Взаимная индукция

Два контура.



Магнитный поток, образованный контуром 1, пронизывает контур 2:

$$\Phi_{21} = L_{21}I_1,$$

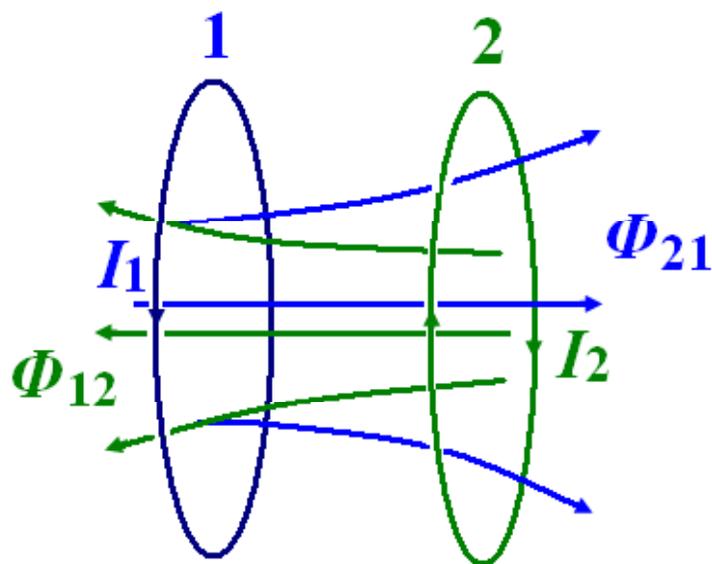
L_{21} – коэффициент пропорциональности.

Если I_1 изменяется, то в контуре 2 индуцируется

э.д.с.

$$\mathcal{E}_{i2} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}.$$

Взаимная индукция



Аналогично, если в контуре 2 изменяется I_2 , то в первом контуре изменение магнитного потока индуцирует э.д.с.:

$$\mathcal{E}_{i1} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}.$$

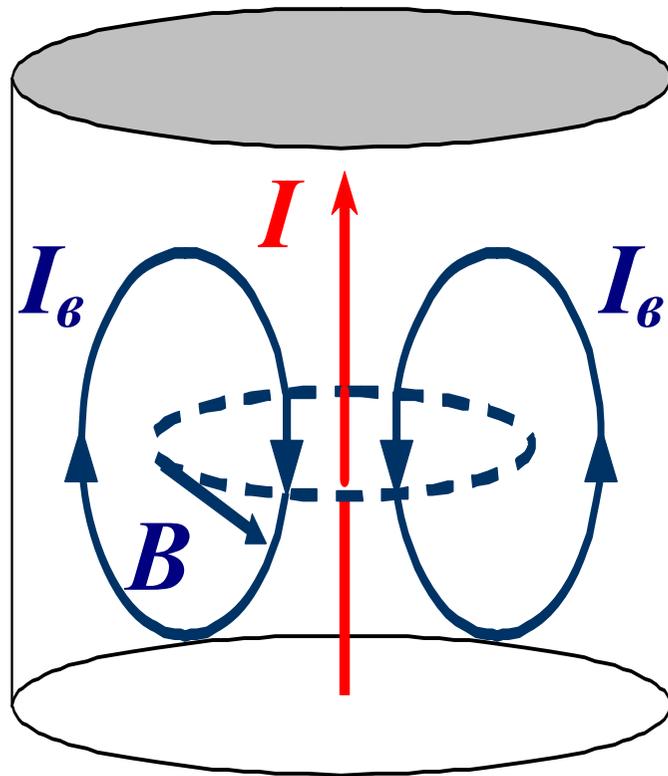
Явление возникновения э.д.с. в одном из контуров при изменении силы тока в другом называется **взаимной индукцией**.

Коэффициенты $L_{12} = L_{21}$ – *взаимная индуктивность* контуров зависит от

1. геометрической формы,
2. размеров,
3. взаимного расположения,
4. магнитной проницаемости среды μ .

Скин–эффект

- При прохождении переменного тока по проводнику внутри проводника магнитное поле изменяется. Изменяющееся во времени магнитное поле порождает в проводнике ***вихревые токи самоиндукции.***



$$dI/dt > 0$$

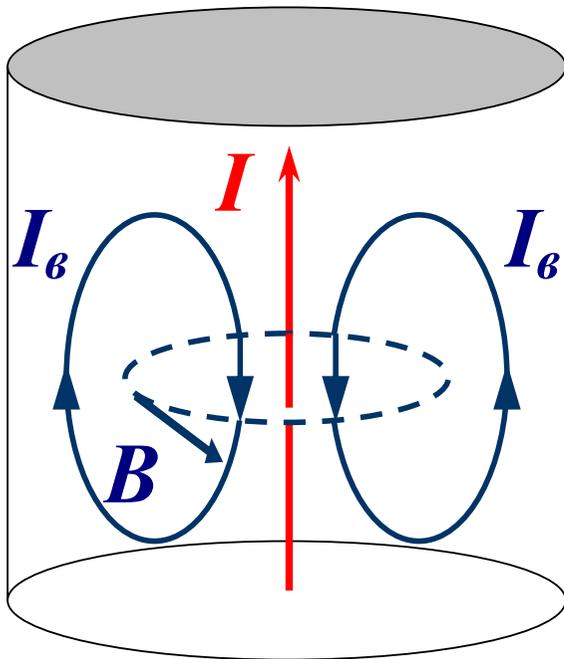
Скин-эффект

Плоскости вихревых токов проходят через ось проводника.

По правилу Ленца, вихревые токи препятствуют изменению основного тока внутри проводника и способствуют его изменению вблизи поверхности. ➡

Для переменного тока сопротивление внутри проводника больше сопротивления на поверхности $R_{\text{внутри}} > R_{\text{поверх}}$.

Скин-эффект



$$dI/dt > 0$$

Плотность переменного тока
неодинакова по сечению:

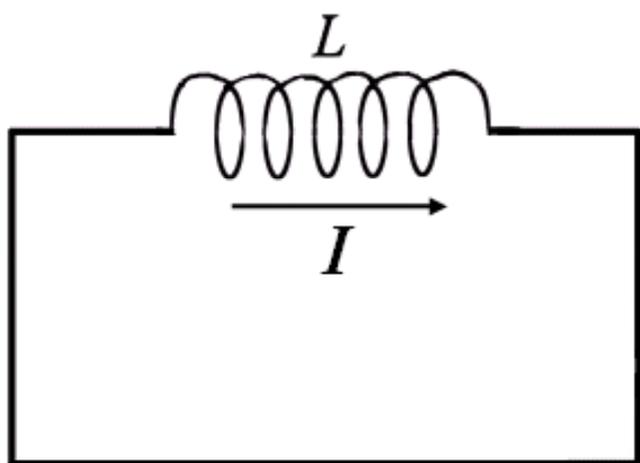
j_{max} на поверхности,
 j_{min} внутри на оси.

Это явление называется **скин-эффектом**.

Следствие скин–эффекта

- ВЧ токи текут по тонкому поверхностному слою, поэтому проводники для них делают полыми, а часть внешней поверхности покрывают серебром.

Энергия магнитного поля. Объемная плотность энергии магнитного поля



Энергия магнитного поля
равна работе, которая
затрачивается током на
создание этого поля.

Работа, обусловленная
индукционными явлениями

$$dA = \mathcal{E}_s \underbrace{Idt}_{dq} = -L \frac{dI}{dt} Idt = -LI dI.$$

Энергия магнитного поля

Работа dA затрачивается на изменение магнитного потока на величину $d\Phi$.

Работа по созданию магнитного потока Φ :

$$A = W = \int dA = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2}.$$

Объемная плотность энергии магнитного поля

$$\omega = \frac{W}{V}.$$

Найдем ω на примере соленооида

$$\left. \begin{aligned} L &= \frac{\mu\mu_0 N^2 S}{l}. \\ B &= \frac{\mu\mu_0 NI}{l} \Rightarrow I = \frac{Bl}{\mu\mu_0 N} \\ B &= \mu\mu_0 H. \end{aligned} \right\} \begin{aligned} W &= \frac{LI^2}{2} = \\ &= \frac{1}{2} \frac{\mu\mu_0 N^2 S}{l} \frac{B^2 l^2}{\mu^2 \mu_0^2 N^2} = \\ &= \frac{B^2}{2\mu\mu_0} \cdot V = \frac{BH}{2} \cdot V. \end{aligned}$$

Магнитное поле соленоида однородное и сосредоточено внутри него.

- энергия распределена в соленоиде с постоянной объемной плотностью

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{BH}{2}.$$

Для электрического поля $\omega = \frac{ED}{2}.$