Метод многих групп

До настоящего времени для решения задач физики ядерных реакторов мы **использовали одногогрупповой метод**.

Мы полагали, что в **реакторе присутствуют нейтроны только одной энергии**, то есть эти **нейтроны являются тепловыми**.

В качестве **источника тепловых нейтронов** мы рассматривали нейтроны, которые **замедлились до тепловой энергии, избежав резонансное поглощение и утечку**.

Такой подход позволил нам **получить ряд фундаментальных результатов** физики реакторов, которые составляют ее основу.

В том числе мы **исследовали влияние отражателя на распределение нейтронного потока и на критичность** реакторов различной формы.

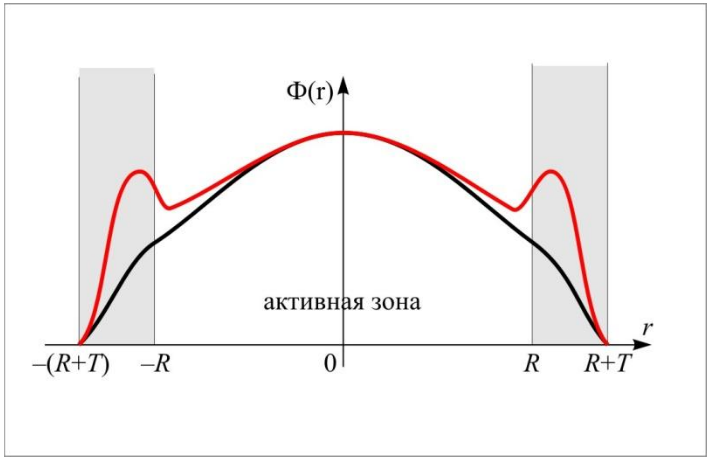
До настоящего времени мы считали, что **нейтроны с энергиями, отличными от тепловой не оказывают влияния на работу реактора** и служат лишь источником тепловых нейтронов.

Метод многих групп

Очевидно, что такое приближение с большим количеством допущений **является** самым **первым, оценочным приближением**.

Оно пригодно **для гомогенных реакторов больших размеров**. С уменьшением размеров активной зоны точность результатов значительно падает.

При рассмотрении гомогенного реактора с отражателем мы получили **ряд результатов**, которые можно рассматривать как **интегральные и качественные**.

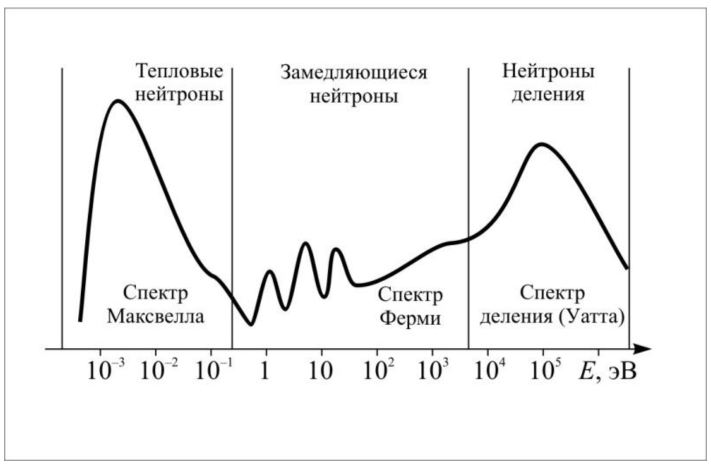


Дифференциальное по пространству распределение нейтронного потока в реакторе с отражателем в одногрупповом приближении далеко от ситуации близкой к реальной картине.

Энергетическое распределение нейтронов

Очевидно, что нейтроно-физические процессы в ядерном реакторе – это более **сложная и много факторная задача**.

Присутствие в реакторе нейтронов с энергией, отличной от тепловой, существенно влияет на физические процессы в ядерном реакторе.



Если рассмотреть энергетический спектр нейтронов в тепловом реакторе, то можно выделить три составляющие:

– быстрые нейтроны или нейтроны деления (Спектр Уатта);

– промежуточные (резонансные) или замедляющиеся нейтроны (спектр Ферми);

– тепловые нейтроны, находящиеся в термодинамическом равновесии со средой (спектр Максвелла).

Энергетическое распределение нейтронов

Вспомним, что:

1. Энергетическое распределение нейтронов деления описывается уравнением Уатта

$$n(E) = C\exp(-E)\,\mathrm{sh}(\sqrt{2E})$$

где $n(E)$ – доля нейтронов, имеющих энергию E; C – константа, характеризующаяся типом делящегося нуклида (например для ^{235}U $C \approx 0{,}48$)

Основные характеристики спектра нейтронов деления:

- средняя энергия – приблизительно **2 МэВ**;
- наиболее вероятная энергия – около **0,7 МэВ**;
- условная граница быстрых нейтронов – **1÷10 кэВ**.

Энергетическое распределение нейтронов

Вспомним, что:

2. При взаимодействии со средой быстрые нейтроны замедляются с переходят в следующую условную энергетическую область промежуточных нейтронов

Замедляющиеся нейтроны описываются спектром Ферми

$$\Phi(E) \sim \frac{1}{E}$$

При этом в области промежуточных энергий в энергетических зависимостях сечений нейтронных реакций наблюдаются области резкого повышения, которые называются **резонансами**.

Поэтому спектр Ферми представляет собой не чистую обратно пропорциональную зависимость, а имеет более сложную резонансную структуру, особенно в области, прилегающей к тепловой группе.

Энергетическое распределение нейтронов

Вспомним, что:

3. Энергетическое распределение тепловых нейтронов описывается спектром Максвелла

$$\Phi(E) \sim \exp(-E)\sqrt{E}$$

Максвелловское распределение имеет следующие характеристики:

- средняя энергия – $\overline{E} = \frac{3}{2}kT$
- наиболее вероятная энергия – $E_{\text{в}} \approx kT$
- в результате интенсивного поглощения и утечки тепловых нейтронов время жизни теплового нейтрона конечно и полное тепловое равновесие нейтронов со средой не устанавливается;
- реальный спектр тепловых нейтронов сдвинут от спектра атомов и молекул среды в сторону более высоких энергий;
- вводится понятие стандартизированного теплового нейтрона

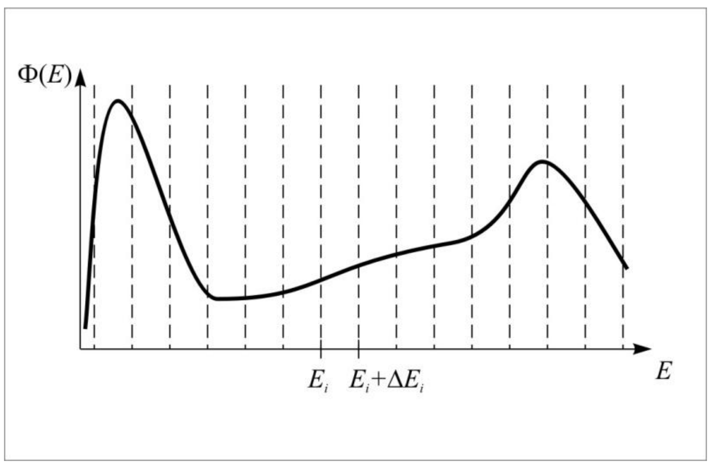
$$E_{\text{ст}} = kT \text{ при } T = 20{,}4°C;\; E_{\text{ст}} = 0{,}0253 \text{ эВ}; (v_{cm} = 2200 \text{ м/с})$$

Энергетическое распределение нейтронов

Деление реакторного спектра на составляющие является достаточно условным.

Кроме того, внутри каждой энергетической области энергетическая зависимость нейтронного потока $\Phi(r,E)$ достаточно сложна и ее определение является практически неразрешимой задачей.

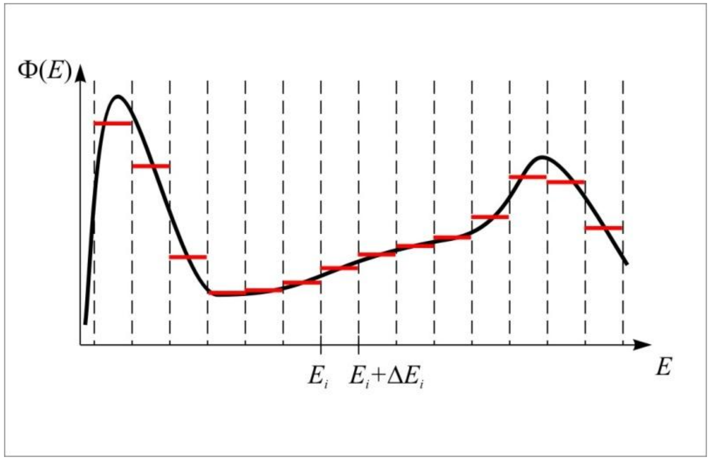
Здесь переменные r и E уже не разделяются, соответственно, определение нейтронных потоков и критических параметров не возможно, по крайней мере, в аналитическом виде.



Рассмотрим некоторое энергетическое распределение потока нейтронов, характерное для теплового реактора.

Будем выделять интервалы энергий от E_i до $E_i + \Delta E_i$ так, чтобы получить непрерывное разбиение (в общем случае неравномерное) всего энергетического диапазона на группы.

Энергетическое распределение нейтронов



Будем полагать, что внутри каждой энергетической группы **нейтронный поток** является **постоянным** и определяется **как среднее значение** для данного энергетического интервала.

При этом **внутри каждой группы нейтроны** рассеиваются без потерь энергии, то есть **описываются уравнением диффузии для моноэнергетических нейтронов**.

После того как нейтроны испытают достаточное число взаимодействий их **энергия изменится дискретно** (мгновенно скачком) и **нейтрон перейдет в более низкую группу**.

Переход нейтрона происходит **не обязательно в соседнюю группу**. Он может попасть в любой лежащий ниже диапазон энергий, что характерно для легких замедлителей.

Какие переходы продолжаются **до тех пор пока нейтрон не попадет в самую нижнюю тепловую группу**.

Многогрупповое уравнение

Рассмотрим баланс нейтронов, находящихся в точке r и имеющих энергию E, то есть рассматривает нейтроны в состоянии (r,E).

Скорость изменения числа нейтронов в состоянии (r,E)	=	Диффузия нейтронов с энергией E, т.е. приход (уход) нейтронов в (из) точки r	−	Замедление и поглощение нейтронов в точке r, т.е. изменение энергии E	+	Приход нейтронов в состояние (r,E) за счет замедления нейтронов больших энергий в точке r	+	Рождение нейтронов в состоянии (r,E) в источнике

В рамках диффузионного приближения получим уравнение

$$\frac{1}{v}\frac{\partial \Phi(r,t,E)}{\partial t} = D(E)\Delta\Phi(r,t,E) - \Sigma_t(E)\Phi(r,t,E) + \int_E^{\infty} \Sigma_s(E')P(E' \to E)\Phi(r,t,E')dE' + S(r,t,E)$$

Многогрупповое уравнение

$$\frac{1}{v}\frac{\partial\Phi(r,t,E)}{\partial t} = D(E)\Delta\Phi(r,t,E) - \Sigma_t(E)\Phi(r,t,E) + \int_E^\infty \Sigma_s(E')P(E'\to E)\Phi(r,t,E')dE' + S(r,t,E)$$

где $P(E'\to E)$ – вероятность для нейтрона с энергией E' в результате упругого (el) и неупругого (in) рассеяния замедлится до энергии E; $\Sigma_t(E) = \Sigma_a(E) + \Sigma_s(E)$; $\Sigma_s(E) = \Sigma_{el}(E) + \Sigma_{in}(E)$

Для стационарного случая (реактор в критическом состоянии) будем иметь

$$D(E)\Delta\Phi(r,E) - \Sigma_t(E)\Phi(r,E) + \int_E^\infty \Sigma_s(E')P(E'\to E)\Phi(r,E')dE' + S(r,E) = 0$$

Здесь, как и в ряде других случаев, удобно сделать замену переменных, введя новую переменную u как

$$u \equiv \ln\frac{E^*}{E}$$

Переменная u называется **летаргией**, где E^* – энергия, при которой летаргия равна нулю. Например, через летаргию средние логарифмические потери нейтронов определятся как

$$\xi = \overline{\ln\frac{E_0}{E}} = \overline{\ln\frac{E^*}{E} - \ln\frac{E^*}{E_0}} = \overline{u - u_0}$$

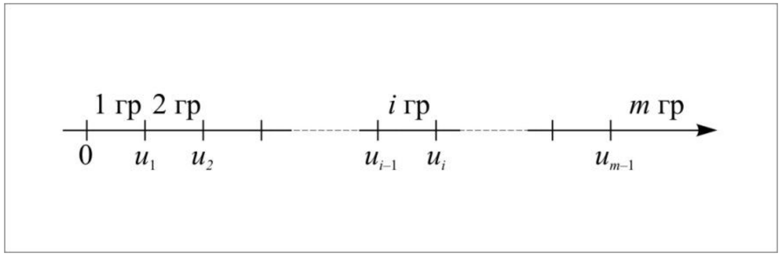
Многогрупповое уравнение

Тогда в новых переменных стационарное уравнение

$$D(E)\Delta\Phi(r,E)-\Sigma_t(E)\Phi(r,E)+\int_E^{\infty}\Sigma_s(E')P(E'\to E)\Phi(r,E')dE'+S(r,E)=0$$

будет иметь вид

$$D(u)\Delta\Phi(r,u)-\Sigma_t(u)\Phi(r,u)+\int_{-\infty}^{u}\Sigma_s(u')P(u'\to u)\Phi(r,u')du'+S(r,u)=0$$



По аналогии с энергетическим разбиением спектра нейтронов, разобьем шкалу летаргии на конечное число интервалов – m.

Необходимо обратить внимание на то, что, во-первых, **летаргия возрастает с уменьшением энергии**.

Во-вторых, последняя m**-ая группа соответствует тепловым нейтронам**.

Многогрупповое уравнение

Заменим исходное уравнение, записанное в переменных летаргии, на **систему групповых уравнений**.

Тогда для любой i-ой группы, внутри которой летаргия изменяется в диапазоне от u_{i-1} до u_i получим

$$\int_{u_{i-1}}^{u_i} D(u)\Delta\Phi(r,u)du - \int_{u_{i-1}}^{u_i} \Sigma_t(u)\Phi(r,u)du + \int_{u_{i-1}}^{u_i} du \int_{-\infty}^{u} \Sigma_s(u')P(u' \to u)\Phi(r,u')du' +$$

$$+ \int_{u_{i-1}}^{u_i} S(r,u)du = 0$$

Левая часть уравнения является суммой четырех интегралов, тогда можно записать

$$I_1 - I_2 + I_3 + I_4 = 0$$

и рассмотреть каждый из них в отдельности.

Многогрупповое уравнение

1) Так как оператор Лапласа влияет только на пространственное изменение потока нейтронов и не зависит от летаргии, то

$$I_1 = \int\limits_{u_{i-1}}^{u_i} D(u)\Delta\Phi(r,u)du = \Delta \int\limits_{u_{i-1}}^{u_i} D(u)\Phi(r,u)du$$

Последнее выражение умножим и разделим на $\int\limits_{u_{i-1}}^{u_i} \Phi(r,u)du$

$$I_1 = \Delta\left[\frac{\int\limits_{u_{i-1}}^{u_i} D(u)\Phi(r,u)du}{\int\limits_{u_{i-1}}^{u_i} \Phi(r,u)du} \int\limits_{u_{i-1}}^{u_i} \Phi(r,u)du\right]$$

Полученное отношение интегралов определяет **среднее значение коэффициента диффузии** (теорема о среднем) **для нейтронов** с летаргией от u_{i-1} до u_i или **в *i*-ой группе (D_i)**.

Многогрупповое уравнение

$$I_1 = \Delta \left[\frac{\int\limits_{u_{i-1}}^{u_i} D(u)\Phi(r,u)du}{\int\limits_{u_{i-1}}^{u_i} \Phi(r,u)du} \int\limits_{u_{i-1}}^{u_i} \Phi(r,u)du \right]$$

Оставшийся интеграл определяет **интегральный** по летаргии (энергии) **поток нейтронов в *i*-ой группе**

$$\Phi_i = \int\limits_{u_{i-1}}^{u_i} \Phi(r,u)du$$

По-прежнему считаем, что в гомогенной среде коэффициент диффузии не зависит от координаты, окончательно получим для первого интеграла

$$I_1 = D_i \Delta \Phi_i(r)$$

Многогрупповое уравнение

2) По той же схеме второй интеграл умножим и разделим на $\int\limits_{u_{i-1}}^{u_i}\Phi(r,u)du$ получим

$$I_2 = \frac{\int\limits_{u_{i-1}}^{u_i}\Sigma_t(u)\Phi(r,u)du}{\int\limits_{u_{i-1}}^{u_i}\Phi(r,u)du}\int\limits_{u_{i-1}}^{u_i}\Phi(r,u)du$$

Отношение интегралов определяет **среднее значение макроскопического сечения полного взаимодействия для нейтронов** с летаргией от u_{i-1} до u_i или **в *i*-ой группе (Σ^t_i)**.

Здесь и далее обозначение вида взаимодействия перенесем в надстрочный индекс.

Второй множитель (интеграл), как и ранее, есть интегральный по летаргии поток нейтронов.

Тогда для I_2 получаем

$$I_2 = \Sigma_i^t\Phi_i(r)$$

Многогрупповое уравнение

Еще при постановке задачи в макроскопическое сечение полного взаимодействия мы побрали и процессы поглощения, и рассеяния как упругого, так и неупругого

$$\Sigma^t(u) = \Sigma^a(u) + \Sigma^s(u)$$

тогда

$$I_2 = \Sigma_i^t \Phi_i(r) = \Sigma_i^a \Phi_i(r) + \Sigma_i^s \Phi_i(r)$$

Первое слагаемое определяет количество поглощенных нейтронов i-ой группы, а Σ_i^a – среднегрупповое значение сечения поглощения.

В результате упругих и неупругих рассеяний нейтрон теряет свою энергию.

При этом в единичном взаимодействии нейтрон может либо перейти в другую группу (с большим значением летаргии или меньшим значением энергии), либо остаться внутри i-ой группы.

Тогда сечение рассеяния можно представить как суперпозицию сечения рассеяния**, оставляющего нейтрон в *i*-ой группе** ($\Sigma_{0,i}^s$)

Многогрупповое уравнение

Тогда сечение рассеяния можно представить как суперпозицию сечения рассеяния**, оставляющего нейтрон в *i*-ой группе** ($\Sigma_{0,i}^{s}$)

и сечения рассеяния, приводящего **к переходу нейтрона** из i-ой группы **в какую-либо другую** j-ую группу **с большим номером**, включая последнюю m-ую тепловую группу.

Последнее сечение будем называть **сечением замедления** и определять как

$$\Sigma_i^{з} = \sum_{j=i+1}^{m} \Sigma_{j,i}^{s}$$

Тогда окончательно для интеграла I_2 будем иметь

$$I_2 = \Sigma_i^a \Phi_i(r) + \Sigma_{0,i}^s \Phi_i(r) + \Sigma_i^{з} \Phi_i(r) = \Sigma_i^a \Phi_i(r) + \Sigma_{0,i}^s \Phi_i(r) + \sum_{j=i+1}^{m} \Sigma_{j,i}^s \Phi_i(r)$$