

Гомогенный реактор с отражателем в однотемпературном приближении

Важным результатом, полученным нами при рассмотрении гомогенных реакторов различной формы, является наличие **существенной неравномерности распределения потока нейтронов** по объему реактора.

Единственной причиной неравномерности потока нейтронов в реакторе является **утечка нейтронов через поверхность**.

Неравномерность – это **нежелательный эффект**, который приводит к неэффективному использованию топлива.

В центральных областях реактора, где потоки близки к максимальным, топливо выгорает сильнее, чем на периферии. Топливо вблизи границы работает меньшей с технической нагрузкой, а значит изменяются режимы теплоотвода и уменьшается экономическая эффективность.

Гомогенный реактор с отражателем в однотемпературном приближении

Важнейшей эксплуатационной задачей в физике реакторов является **обеспечение максимально возможной равномерности** распределения потока нейтронов.

Необходимо добиться, чтобы **коэффициент неравномерности был как можно ближе к 1** ($k_v \rightarrow 1$).

Основным техническим устройством, обеспечивающим выравнивание нейтронного потока, является **отражатель нейтронов**.

Отражатель вводится добавлением на внешней поверхности реактора слоя материала, назначение которого **вернуть в реактор часть нейтронов утекающих через границы**.

Гомогенный реактор с отражателем в однотемпературном приближении

Здесь основная идея заключается в следующем:

Родившиеся вблизи отражателя **быстрые нейтроны** и находящиеся на периферии **тепловые нейтроны**, при движении **могут попадать в отражатель**.

В отражателе **быстрые нейтроны** будут эффективно **замедляться** и вместе с тепловыми диффундировать в его объеме.

Существует ненулевая вероятность того, что **тепловые нейтроны**, хаотично движущиеся в отражателе, **вернутся обратно в реактор**.

Необходимо обратить внимание, **что здесь не происходит отражения от поверхности** раздела «реактор – отражатель» (как, например, при оптическом отражении).

Функцию возврата нейтронов выполняет **весь объем отражателя**.

Такой механизм называется **диффузионным отражением тепловых нейтронов**.

Гомогенный реактор с отражателем в однотемпературном приближении

Будем называть ту область реактора, в которой находятся топливо, **активной зоной** реактора.

Именно в активной зоне происходит деление ядер топлива и рождаются новые нейтроны.

Гомогенная **среда активной зоны** является **размножающей**.

Основная функция отражателя **интенсивно замедлять быстрые нейтроны** утекающие из активной зоны, **создавая избыток тепловых нейтронов** (по сравнению с плотностью тепловых нейтронов в активной зоне).

Возникающий **градиент плотности** тепловых нейтронов создает **нейтронный ток**, направленный **в сторону активной зоны**, а не в сторону границы.

Среда отражателя является **замедляющей средой**.

Гомогенный реактор с отражателем в однотемпературном приближении

Соответственно нейтронно-физические свойства активной зоны и отражателя существенно отличаются друг от друга.

Распределение потока нейтронов вблизи границы «активная зона – отражатель» формируется взаимными перетоками тепловых нейтронов из одной среды в другую и обратно.

В пограничной с отражателем области активной формируется распределение потоков нейтронов, отличное от распределения, формируемого только за счет свойств активной зоны.

Такое распределение потоков нейтронов в активной зоне носит название переходного.

По мере удаления вглубь активной зоны влияние перетоков нейтронов из отражателя уменьшается, и распределение потока нейтронов будет приближаться к форме, зависящей только от параметров активной зоны.

Такое распределение называют асимптотическим.

Гомогенный реактор с отражателем в однотрупповом приближении

В энергетических реакторах, имеющих большие размеры, области асимптотических распределений достаточно велики. Отсюда понятно, что соотношения для реактора без отражателя являются основой для рассмотрения реактора с отражателем.

Гипотетически очевидно, что при **добавлении** к критическому гомогенному реактору **отражателя** переводит его в **надкритическое состояние**.

Соответственно, для восстановления критичности **необходимо уменьшить размеры реактора**.

Критические размеры реактора с отражателем всегда меньше критических размеров реактора без такового.

Не менее очевидно, что поскольку основная функция отражателя – замедлять нейтроны, то **требования к материалу отражателя аналогичны требованиям при выборе замедлителя**.

Гомогенный реактор с отражателем в однотрупповом приближении

Будем по-прежнему рассматривать реактор в **однотрупповом приближении**, то есть полагать, что **все нейтроны имеют одинаковую энергию**.

При этом **источником** наших моноэнергетических нейтронов, как и ранее, **являются замедлившиеся до тепловой энергии быстрые нейтроны**.

Реактор является гомогенным, но условие гомогенности относится независимо к двум зонам: к активной зоне (далее все, что будет касаться активной зоне будет иметь индекс «1») и к отражателю (индекс «2»).

Так как две рассматриваемые области реактора разделены в пространстве, то можно записать **два отдельных уравнения** для каждой из них

для активной зоны:

$$\Delta\Phi_1(\mathbf{r}) + \kappa_1^2\Phi_1(\mathbf{r}) = 0$$

Гомогенный реактор с отражателем в однотемпературном приближении

для активной зоны:

$$\Delta\Phi_1(\mathbf{r}) + \kappa_1^2\Phi_1(\mathbf{r}) = 0$$

где $\kappa_1^2 = \frac{k_\infty - 1}{M_1^2}$ – материальный параметр для среды активной зоны

для отражателя:

$$\Delta\Phi_2(\mathbf{r}) - \kappa_2^2\Phi_2(\mathbf{r}) = 0$$

Так как среда отражателя не размножает нейтроны и здесь $k_\infty = 0$, материальный параметр в отражателе

$$\kappa_2^2 = \frac{1}{M_2^2}$$

Для отражателя, состоящего из чистых материалов, таких как тяжелая вода, графит, бериллий возраст нейтронов много меньше квадрата длины диффузии ($\tau \ll L^2$), тогда $M^2 \approx L^2$

Такая замена некорректна для легкой воды.

Гомогенный реактор с отражателем в однотермическом приближении

Записанные два уравнения связаны между собой **условиями на границе раздела** «активная зона – отражатель»:

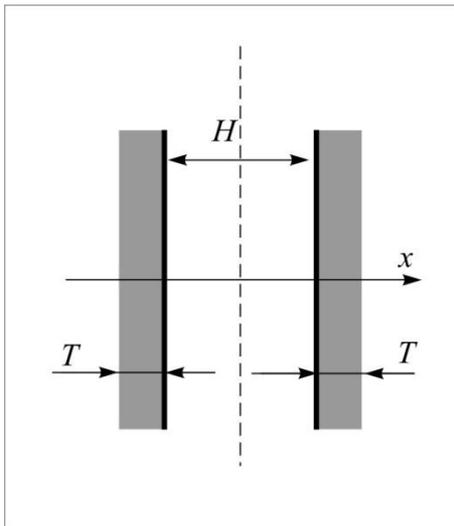
1. **Плотность потока нейтронов** в активной зоне **равна** плотности потока нейтронов в отражателе **на поверхности раздела** сред (равенство функций).
2. **Плотность диффузионного тока нейтронов** в активной зоне **равна** плотности диффузионного тока нейтронов в отражателе **на поверхности раздела** сред (равенство производных).

В центре реактора (активной зоны) **поток нейтронов** **максимальный** (производные по координате, **градиент равен нулю**).

Поток нейтронов обращается в ноль на **экстраполированной границе**, но теперь уже **отражателя**.

Реактор с отражателем в виде бесконечной пластины

Рассмотрим бесконечный плоский реактор, к которому с обеих сторон добавим слой отражателя.



Пусть активная зона имеет толщину H , а толщины обоих боковых отражателей равны T (размер T включает длину экстраполяции).

Начало координат находится в плоскости симметрии.

Задача является одномерной и поток нейтронов зависит только от одной координаты x .

Тогда будем иметь уравнения следующего вида

для активной зоны:

$$\frac{d^2\Phi_1(x)}{dx^2} + \kappa_1^2\Phi_1(x) = 0$$

для отражателя:

$$\frac{d^2\Phi_2(x)}{dx^2} - \kappa_2^2\Phi_2(x) = 0$$

Реактор с отражателем в виде бесконечной пластины

Граничные условия имеют вид

на границе раздела «активная зона – отражатель»:

$$\Phi_1\left(\pm \frac{H}{2}\right) = \Phi_2\left(\pm \frac{H}{2}\right) \quad D_1 \frac{d\Phi_1(x)}{dx} \Big|_{x=\pm \frac{H}{2}} = D_2 \frac{d\Phi_2(x)}{dx} \Big|_{x=\pm \frac{H}{2}}$$

в центре активной зоны:

$$\frac{d\Phi_1(x)}{dx} \Big|_{x=0} = 0$$

на экстраполированных границах:

$$\Phi_2(x) \Big|_{x=\left(\pm \frac{H}{2} \pm T\right)} = 0$$

Во всех точках реактора **потоки нейтронов** должны быть **конечны и неотрицательны**.

Реактор с отражателем в виде бесконечной пластины

Уравнения

$$\frac{d^2\Phi_1(x)}{dx^2} + \kappa_1^2\Phi_1(x) = 0$$

$$\frac{d^2\Phi_2(x)}{dx^2} - \kappa_2^2\Phi_2(x) = 0$$

являются **линейными однородными уравнениями второго порядка с постоянными коэффициентами.**

Корни **характеристического уравнения для первого** из них является **мнимыми**. Тогда общее решение будет иметь вид

$$\Phi_1(x) = A_1 \cos(\kappa_1 x) + C_1 \sin(\kappa_1 x)$$

Корни **характеристического уравнения для второго** – является **действительными и не равными друг другу**. Тогда

$$\Phi_2(x) = A_2 \exp(\kappa_2 x) + C_2 \exp(-\kappa_2 x)$$

Реактор с отражателем в виде бесконечной пластины

Из условия в центре активной зоны следует, что $C_1 = 0$

Тогда для распределения потока нейтронов в активной зоне получим

$$\Phi_1(x) = A_1 \cos(\kappa_1 x)$$

В распределении потока нейтронов для отражателя выразим экспоненты через гиперболические функции

$$\exp(x) = \operatorname{ch}(x) + \operatorname{sh}(x) \quad \exp(-x) = \operatorname{ch}(x) - \operatorname{sh}(x)$$

где $\operatorname{ch}(x)$ – гиперболические косинус; $\operatorname{sh}(x)$ – гиперболический синус.

Тогда

$$\begin{aligned} \Phi_2(x) &= A_2 [\operatorname{ch}(\kappa_2 x) + \operatorname{sh}(\kappa_2 x)] + C_2 [\operatorname{ch}(\kappa_2 x) - \operatorname{sh}(\kappa_2 x)] = \\ &= M \operatorname{ch}(\kappa_2 x) + N \operatorname{sh}(\kappa_2 x) \end{aligned}$$

где $M = A_2 + C_2$, $N = A_2 - C_2$

Реактор с отражателем в виде бесконечной пластины

Воспользуемся условием на экстраполированной границе

$$\Phi_2(x) \Big|_{x=\left(\pm\frac{H}{2}\pm T\right)} = 0$$

Тогда

$$\Phi_2\left(\frac{H}{2} + T\right) = M \operatorname{ch}\left[\kappa_2\left(\frac{H}{2} + T\right)\right] + N \operatorname{sh}\left[\kappa_2\left(\frac{H}{2} + T\right)\right] = 0$$

Следовательно

$$M = -N \frac{\operatorname{sh}\left[\kappa_2\left(\frac{H}{2} + T\right)\right]}{\operatorname{ch}\left[\kappa_2\left(\frac{H}{2} + T\right)\right]}$$

Подставляем в общее решение для потока нейтронов в отражателе

$$\Phi_2(x) = - \frac{N \left\{ \operatorname{sh}\left[\kappa_2\left(\frac{H}{2} + T\right)\right] \operatorname{ch}(\kappa_2 x) - \operatorname{sh}\left[\kappa_2\left(\frac{H}{2} + T\right)\right] \operatorname{sh}(\kappa_2 x) \right\}}{\operatorname{ch}\left[\kappa_2\left(\frac{H}{2} + T\right)\right]}$$

Реактор с отражателем в виде бесконечной пластины

$$\Phi_2(x) = - \frac{N \left\{ \operatorname{sh} \left[\kappa_2 \left(\frac{H}{2} + T \right) \right] \operatorname{ch}(\kappa_2 x) - \operatorname{sh} \left[\kappa_2 \left(\frac{H}{2} + T \right) \right] \operatorname{sh}(\kappa_2 x) \right\}}{\operatorname{ch} \left[\kappa_2 \left(\frac{H}{2} + T \right) \right]}$$

Воспользуемся свойством гиперболического синуса от разности

$$\operatorname{sh}(a - b) = \operatorname{sh}(a) \operatorname{ch}(b) - \operatorname{ch}(a) \operatorname{sh}(b)$$

и получим для функции потока нейтронов в отражателе

$$\Phi_2(x) = - \frac{N \operatorname{sh} \left[\kappa_2 \left(\frac{H}{2} + T - x \right) \right]}{\operatorname{ch} \left[\kappa_2 \left(\frac{H}{2} + T \right) \right]} \quad \text{или} \quad \Phi_2(x) = K_2 \operatorname{sh} \left[\kappa_2 \left(\frac{H}{2} + T - x \right) \right]$$

где
$$K_2 = - \frac{N}{\operatorname{ch} \left[\kappa_2 \left(\frac{H}{2} + T \right) \right]}$$

Реактор с отражателем в виде бесконечной пластины

Таким образом для плоского бесконечного реактора с отражателем будем иметь функции распределения потоков нейтронов

в активной зоне: $\Phi_1(x) = A_1 \cos(\kappa_1 x)$

в отражателе: $\Phi_2(x) = K_2 \operatorname{sh} \left[\kappa_2 \left(\frac{H}{2} + T - x \right) \right]$

Далее необходимо установить связь между этими двумя функциями при обеспечении условий на границе «активная зона – отражатель» ($x = H/2$)

из равенства потоков нейтронов на границе раздела:

$$A_1 \cos \left(\kappa_1 \frac{H}{2} \right) = K_2 \operatorname{sh}(\kappa_2 T)$$

из равенства диффузионных токов:

$$D_1 A_1 \kappa_1 \sin \left(\kappa_1 \frac{H}{2} \right) = D_2 K_2 \kappa_2 \operatorname{ch}(\kappa_2 T)$$

Реактор с отражателем в виде бесконечной пластины

$$A_1 \cos\left(\aleph_1 \frac{H}{2}\right) = K_2 \operatorname{sh}(\aleph_2 T)$$
$$D_1 A_1 \aleph_1 \sin\left(\aleph_1 \frac{H}{2}\right) = D_2 K_2 \aleph_2 \operatorname{ch}(\aleph_2 T)$$

Разделим второе уравнение на первое, получим

$$D_1 \aleph_1 \operatorname{tg}\left(\aleph_1 \frac{H}{2}\right) = D_2 \aleph_2 \operatorname{cth}(\aleph_2 T)$$

Посмотрим, что будет происходить, если мы уберем отражатель, то есть положим $T = 0$.

По определению

$$\operatorname{cth}(x) = \frac{\operatorname{ch}(x)}{\operatorname{sh}(x)} = \frac{\exp(x) + \exp(-x)}{\exp(x) - \exp(-x)}$$

тогда при $x = 0$

$$\operatorname{cth}(0) = \infty$$

Реактор с отражателем в виде бесконечной пластины

Тогда из

$$D_1 \operatorname{tg}\left(\kappa_1 \frac{H}{2}\right) = D_2 \operatorname{cth}(\kappa_2 T)$$

следует, что

$$D_1 \operatorname{tg}\left(\kappa_1 \frac{H}{2}\right) = \infty$$

Значит

$$\kappa_1 \frac{H}{2} = \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad \kappa_1 = \frac{\pi}{H} = B$$

Таким образом, мы получили **условие критичности реактора без отражателя**.

Тогда исходное соотношение

$$D_1 \kappa_1 \operatorname{tg}\left(\kappa_1 \frac{H}{2}\right) = D_2 \kappa_2 \operatorname{cth}(\kappa_2 T)$$

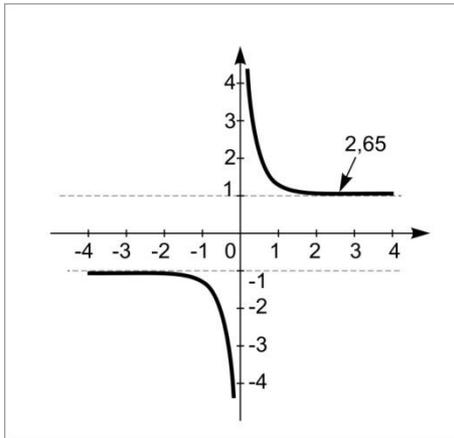
является **условием критичности реактора с отражателем**.

Реактор с отражателем в виде бесконечной пластины

$$D_1 \kappa_1 \operatorname{tg} \left(\kappa_1 \frac{H}{2} \right) = D_2 \kappa_2 \operatorname{cth}(\kappa_2 T)$$

Данное условие, как и в реакторе без отражателя, устанавливает связь между геометрическими параметрами (H и T) и параметрами сред, определяемыми материальным составом (κ_1 , κ_2 , D_1 , D_2).

Правая часть условия критичности для реактора с отражателем зависит от функции – котангенс гиперболический.



При $x = 2,65$ гиперболический котангенс отличается от своего асимптотического значения менее чем на 1%.

Тогда при $\kappa_2 T > 2,65$ **толщина отражателя перестанет влиять на критические размеры активной зоны.**

Реактор с отражателем в виде бесконечной пластины

Так как $\kappa_2 = \frac{1}{M_2}$ и при $\kappa_2 T \approx 2,65 \Rightarrow T \approx 2,65 M_2$

то не имеет смысла делать отражатель больше, чем 2÷3 длины миграции нейтронов для материала отражателя.