

Функция ценности нейтронов

Рассмотрим многогрупповое приближение, для которого систему уравнений запишем в виде

$$D_i \Delta \Phi_i(r) - \Sigma_i^{y^6} \Phi_i(r) + \sum_{k=1}^{i-1} \Sigma_3^{k \rightarrow i} \Phi_k(r) = -\varepsilon_i \sum_{k=1}^m \nu_k^f \Sigma_k^f \Phi_k(r)$$

Выпишем отдельно левые части для уравнений каждой группы

$$\begin{array}{cccc}
 D_1 \Delta \Phi_1 - \Sigma_1^{y^6} \Phi_1 & & & \\
 \Sigma_3^{1 \rightarrow 2} \Phi_1 & + D_2 \Delta \Phi_2 - \Sigma_2^{y^6} \Phi_2 & & \\
 \Sigma_3^{1 \rightarrow 3} \Phi_1 & + \Sigma_3^{2 \rightarrow 3} \Phi_2 & + D_3 \Delta \Phi_3 - \Sigma_3^{y^6} \Phi_3 & \\
 \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \Sigma_3^{1 \rightarrow m} \Phi_1 & + \Sigma_3^{2 \rightarrow m} \Phi_2 & + \Sigma_3^{3 \rightarrow m} \Phi_3 & + \dots + D_m \Delta \Phi_m - \Sigma_m^{y^6} \Phi_m
 \end{array}$$

То же самое можно записать в виде произведения матрицы-оператора на вектор-столбец

Функция ценности нейтронов

$$\begin{bmatrix} D_1\Delta - \Sigma_1^{y6} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \Sigma_3^{1 \rightarrow 2} & D_2\Delta - \Sigma_2^{y6} & 0 & \dots & 0 \\ \Sigma_3^{1 \rightarrow 3} & \Sigma_3^{2 \rightarrow 3} & D_3\Delta - \Sigma_3^{y6} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \Sigma_3^{1 \rightarrow m} & \Sigma_3^{2 \rightarrow m} & \Sigma_3^{3 \rightarrow m} & \dots & D_m\Delta - \Sigma_m^{y6} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \dots \\ \Phi_m \end{bmatrix}$$

Аналогично для правых частей уравнений получим в матричном виде

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \nu_1^f \Sigma_1^f & \varepsilon_1 \nu_2^f \Sigma_2^f & \varepsilon_1 \nu_3^f \Sigma_3^f & \dots & \varepsilon_1 \nu_m^f \Sigma_m^f \\ \varepsilon_2 \nu_1^f \Sigma_1^f & \varepsilon_2 \nu_2^f \Sigma_2^f & \varepsilon_2 \nu_3^f \Sigma_3^f & \dots & \varepsilon_2 \nu_m^f \Sigma_m^f \\ \varepsilon_3 \nu_1^f \Sigma_1^f & \varepsilon_3 \nu_2^f \Sigma_2^f & \varepsilon_3 \nu_3^f \Sigma_3^f & \dots & \varepsilon_3 \nu_m^f \Sigma_m^f \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varepsilon_m \nu_1^f \Sigma_1^f & \varepsilon_m \nu_2^f \Sigma_2^f & \varepsilon_m \nu_3^f \Sigma_3^f & \dots & \varepsilon_m \nu_m^f \Sigma_m^f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \dots \\ \Phi_m \end{bmatrix}$$

Функция ценности нейтронов

Соответственно, вместо записи системы многогрупповых уравнений в дифференциальном виде

$$D_i \Delta \Phi_i(r) - \Sigma_i^{y^0} \Phi_i(r) + \sum_{k=1}^{i-1} \Sigma_3^{k \rightarrow i} \Phi_k(r) = -\varepsilon_i \sum_{k=1}^m \nu_k^f \Sigma_k^f \Phi_k(r)$$

получили ту же систему, но записанную в матричном виде

$$\mathbf{L} \cdot \Phi = -\mathbf{L}_1 \cdot \Phi$$

Тогда для получения уравнений для функций ценности нейтронов каждой группе необходимо в матричном уравнении для потоков нейтронов заменить матрицы-операторы **на транспонированные комплексно сопряженные матрицы**, а функции потоков на сопряженные функции (ценности нейтронов)

$$\mathbf{L}^+ \cdot \Phi^+ = -\mathbf{L}_1^+ \cdot \Phi^+$$

Так как матрицы-операторы состоят только из действительных элементов, то сопряженные матрицы равны транспонированным.

Функция ценности нейтронов

Для транспонирования матрицы необходимо поменять местами строки и столбцы. Тогда для сопряженной матрицы в левой части уравнения для ценностей получим

$$\begin{bmatrix} D_1\Delta - \Sigma_1^{y^6} & \Sigma_3^{1 \rightarrow 2} & \Sigma_3^{1 \rightarrow 3} & \dots & \Sigma_3^{1 \rightarrow m} \\ 0 & D_2\Delta - \Sigma_2^{y^6} & \Sigma_3^{2 \rightarrow 3} & \dots & \Sigma_3^{2 \rightarrow m} \\ 0 & 0 & D_3\Delta - \Sigma_3^{y^6} & \dots & \Sigma_3^{3 \rightarrow m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & D_m\Delta - \Sigma_m^{y^6} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Phi_1^+ \\ \Phi_2^+ \\ \Phi_3^+ \\ \dots \\ \Phi_m^+ \end{bmatrix}$$

Для сопряженной матрицы в правой части будем иметь

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 v_1^f \Sigma_1^f & \varepsilon_2 v_1^f \Sigma_1^f & \varepsilon_3 v_1^f \Sigma_1^f & \dots & \varepsilon_m v_1^f \Sigma_1^f \\ \varepsilon_1 v_2^f \Sigma_2^f & \varepsilon_2 v_2^f \Sigma_2^f & \varepsilon_3 v_2^f \Sigma_2^f & \dots & \varepsilon_m v_2^f \Sigma_2^f \\ \varepsilon_1 v_3^f \Sigma_3^f & \varepsilon_2 v_3^f \Sigma_3^f & \varepsilon_3 v_3^f \Sigma_3^f & \dots & \varepsilon_m v_3^f \Sigma_3^f \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varepsilon_1 v_m^f \Sigma_m^f & \varepsilon_2 v_m^f \Sigma_m^f & \varepsilon_3 v_m^f \Sigma_m^f & \dots & \varepsilon_m v_m^f \Sigma_m^f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Phi_1^+ \\ \Phi_2^+ \\ \Phi_3^+ \\ \dots \\ \Phi_m^+ \end{bmatrix}$$

Функция ценности нейтронов

В итоге получаем систему многогрупповых уравнений для групповых функций ценностей нейтронов в дифференциальном виде

$$D_i \Delta \Phi_i^+(r) - \Sigma_i^{yb} \Phi_i^+(r) + \sum_{k=i+1}^m \Sigma_3^{i \rightarrow k} \Phi_k^+(r) + \nu_i^f \Sigma_i^f \sum_{k=1}^m \varepsilon_k \Phi_k^+(r) = 0$$

Обозначим $Q_i^+(r) = \sum_{k=1}^m \varepsilon_k \Phi_k^+(r)$ – источник ценностей нейтронов.

Тогда заменив сечение увода на составляющие (поглощение и замедление) получим

$$D_i \Delta \Phi_i^+(r) - \Sigma_i^a \Phi_i^+(r) - \Sigma_i^3 \Phi_i^+(r) + \sum_{k=i+1}^m \Sigma_3^{i \rightarrow k} \Phi_k^+(r) + \nu_i^f \Sigma_i^f Q_i^+(r) = 0$$

Для критического эквивалентного реактора, как и в уравнениях для потоков нейтронов, в уравнениях для ценностей будем иметь

$$\Delta \Phi_i^+(r) + B^2 \Phi_i^+(r) = 0 \Rightarrow \Delta \Phi_i^+(r) = -B^2 \Phi_i^+(r)$$

Функция ценности нейтронов

Подставим последнее выражение в многогрупповое уравнение и проинтегрируем его по всему объему реактора, то есть перейдем от дифференциального распределения функций ценности нейтронов по координате к интегральным ценностям: $\Phi_i^+(r) \rightarrow \Phi_i^+$

$$-D_i B^2 \Phi_i^+ - \Sigma_i^a \Phi_i^+ - \Sigma_i^s \Phi_i^+ + \sum_{k=i+1}^m \Sigma_3^{i \rightarrow k} \Phi_k^+ + \nu_i^f \Sigma_i^f Q_i^+ = 0$$

Получили систему алгебраических уравнений, при решении которой может быть найден спектр интегральных по объему реактора ценностей нейтронов

Для каждой i -ой группы получим

$$\Phi_i^+ = \frac{\nu_i^f \Sigma_i^f Q_i^+ + \sum_{k=i+1}^m \Sigma_3^{i \rightarrow k} \Phi_k^+}{D_i B^2 + \Sigma_i^a + \Sigma_i^s}$$

Набор значений $\Phi_1^+, \Phi_2^+, \Phi_3^+, \dots, \Phi_m^+$ как и для потоков нейтронов находим **методом итераций**.

Свертка групповых констант

Ранее мы договорились, что из соображений обеспечения достаточной точности нейтроно-физический расчет проводят в два этапа:

На первом рассматривают многогрупповую систему уравнений и определяют необходимые групповые константы.

На втором полученные параметры из некоторого числа смежных групп **сворачивают** в одну более широкую, получая «малогрупповую» систему уравнений, из которых находят пространственное распределение нейтронных потоков и условие критичности.

Мы вводили **групповые параметры** (коэффициенты диффузии, сечения поглощения и увода, сечения замедления и др.) как **усредненные по потоку нейтронов в пределах выбранного интервала летаргии значения.**

Свертка групповых констант

Логичным, по крайней мере в первом приближении, является провести новое усреднение параметров при их свертке в более широкие группы, например, для любого сечения

$$\Sigma = \frac{\sum_i \Sigma_i \Phi_i}{\sum_i \Phi_i}$$

Однако мы неоднократно отмечали, что спектр нейтронов в реакторе имеет много особенностей, которые значительно влияют на точность расчета.

При введении понятия ценности нейтронов мы обсуждали, что возмущения нейтронного потока, вносимые в различных областях реактора нейтронами различных энергий, различным образом влияют и на пространственное распределение потока, и на его интегральные характеристики.

Свертка групповых констант

Кроме ценности нейтронов мы ввели понятие статистического веса, как произведение потока и ценности нейтронов.

При свертке многогрупповых параметров в «малогрупповую» систему уравнений наиболее часто (в том числе при выполнении курсового проекта) используют усреднение на по потоку нейтронов, а по статистическому весу

$$\Sigma = \frac{\sum_i \Sigma_i \Phi_i \Phi_i^+}{\sum_i \Phi_i \Phi_i^+}$$

Например, при переходе от 26-групповой системы констант к 2-групповым уравнениям первые 25 групп сворачивают в одну группу быстрых нейтронов.

$$\Sigma_I = \frac{\sum_{i=1}^{25} \Sigma_i \Phi_i \Phi_i^+}{\sum_{i=1}^{25} \Phi_i \Phi_i^+}$$

Последняя 26 группа образует группу тепловых нейтронов $\Sigma_{II} = \Sigma_{26}$

Система групповых констант

Многогрупповое уравнение

$$D_i \Delta \Phi_i(r) - \Sigma_i^a \Phi_i(r) - \sum_{j=i+1}^m \Sigma_3^{i \rightarrow j} \Phi_j(r) + \sum_{k=1}^{i-1} \Sigma_3^{k \rightarrow i} \Phi_k(r) + \varepsilon_i \sum_{k=1}^m \nu_k^f \Sigma_k^f \Phi_k(r) = 0$$

позволяет получить пространственное распределение потоков нейтронов с учетом их энергетического спектра.

Как в другие нейтронно-физические задачи полученное уравнение критично к вопросу подготовке константного обеспечения, здесь это групповые параметры:

$$D_i, \Sigma_i^a, \Sigma_3^{i \rightarrow j}, \Sigma_3^{k \rightarrow i}, \varepsilon_i, \nu_k^f, \Sigma_k^f$$

Данные параметры могут быть получены при усреднение их энергетических зависимостей по потоку нейтронов, распределенному по нейтронному энергетическому спектру.

При подготовке констант возникает **противоречие**: исходная **система уравнений предназначена**, в том числе для получения **энергетического распределения потоков нейтронов** в рамках многогруппового приближения, с другой стороны **для усреднения констант необходимо значить спектр нейтронов**.

Система групповых констант

Для разрешения данного противоречия используются так называемые «стандартные» спектры нейтронов.

Полагают, что любом ядерном реакторе спектр нейтронов не сильно отличается от этого «стандартного» спектра, для которого заранее разработана **система многогрупповых констант**.

Представления о таком универсальном «стандартном» спектре сроятся на тех же предпосылках, которыми мы неоднократно использовали:

1. При строгом подходе к многогрупповой системе уравнений **усреднению подлежат макроскопические сечения**, характеризующие нейтронно-физические свойства среды.

Так как материальный состав активных зон реакторов различны, то полученные **макроскопические характеристики исключают возможность их универсального применения**.

Очевидно, что если мы пытаемся построить универсальную систему многогрупповых констант, **то необходимо перейти от макроскопических сечений к микроскопическим**.

Система групповых констант

2. В тепловой области спектр нейтронов хорошо описывается максвелловским распределением, хотя здесь есть некоторые особенности:

Во-первых, **параметры распределения Максвелла зависят от температуры**. Чем выше температура нейтронного газа, тем больше спектр Максвелла (наиболее вероятное значение, среднее значение) сдвинут в сторону больших энергий.

Во-вторых **температура нейтронного газа**, вследствие поглощения тепловых нейтронов несколько, **выше температуры окружающей среды** (для тепловых реакторов это $50 \div 100$ °С)

В области тепловых энергий сечения ядерных реакций изменяются по закону близкому к $1/v^2$.

Соответственно, **при росте температуры средняя энергия нейтронного газа будет увеличиваться**, тогда **усредненные сечения в тепловой области будут уменьшаться**.

Система групповых констант

Сечения поглощения и деления в области тепловых нейтронов в системе групповых констант **приводятся для среды при нормальных условиях.**

Из необходимо корректировать с учетом температурного эффекта

$$\bar{\sigma} = 0,884\sigma_0 f \sqrt{\frac{293}{T_{нз}}}$$

где σ_0 - табличное значение сечения; $T_{нз}$ – температура нейтронного газа; f – поправочный коэффициент, учитывающий отклонение энергетической зависимости сечения от закона $1/v^2$

Температура нейтронного газа, К	300	400	500	600	700
$f(T_{нз})$	0,979	0,960	0,946	0,939	0,932

В-третьих для тепловых нейтронов в ячейке ядерного реактора **необходимо учитывать блок-эффект**, связанный с экранированием внутреннего объема топлива интенсивным поглощением нейтронов в поверхностной области.

Система групповых констант

3. Спектр нейтронов в самых высоких по энергии группах с достаточной степенью точности может быть **описан спектром деления.**

Именно по спектру Уатта провидит усреднение микроскопических сечений в энергетических группах с энергией более чем 0,8 МэВ.

4. Наиболее сложно описание **замедляющихся нейтронов**, для которых взаимодействие с нейтронами характеризуется **резонансным поведением.**

Для слабо поглощающих сред можно полагать, что **изменение потока тепловых нейтронов обратно пропорционально энергии** (спектр Ферми).

Тогда в **шкале латаргий** внутри каждой группы **функция $\Phi(E)$ постоянна.**

Система групповых констант

В случае сильного поглощения необходимо **разбиение на энергетические интервалы** проводить так , чтобы внутри каждого из них **поток нейтронов изменялся не сильно**, а в области резонанса **вводятся специальные поправки**.

Вспомним о том, что мы по-прежнему рассматриваем гомогенный реактор, соответственно, среда активной зоны представляет собой смесь элементов и их изотопов, входящих в состав топлива, замедлителя, теплоносителя, конструкционных материалов.

Все изотопы, входящие в состав гомогенной смеси, обладают различными нейтронно-физическими свойствами.

Если концентрация какого-то изотопа в составе смеси **мала, то влияние его резонансов незначительно**, и наоборот.

Групповые значения микроскопических сечений отдельных элементов смеси **зависят от суммы полных сечений всех других элементов**, входящих в состав среды.

Система групповых констант

Таким образом, **микроскопическое сечений элемента** внутри группы **зависит** не только **от энергии нейтрона**, но и **от количества других элементов**, а также **от величины их микроскопических сечений**.

Пусть среда состоит из I элементов. Будем рассматривать подготовку групповых констант для j -го элемента, входящего в состав смеси.

Для каждой группы (здесь индекс группы не указывается) будем рассчитывать коэффициент

$$\sigma_{0,j} = \frac{1}{N_j} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^I \sigma_{t,i} N_i$$

здесь $\sigma_{t,i}$ – полное сечение i -го элемента смеси (для расчета берутся табличные значения); N_i – ядерная концентрация i -го элемента.

ВАЖНО, что в суммирование не включается j -ый элемент

Система групповых констант

Далее используя рассчитанное значение $\sigma_{0,j}$ – в дополнительных таблицах находят коэффициенты f , учитывающие влияние резонансной самоэкранировки.

Коэффициенты резонансной самоэкранировки приводятся в отдельных таблицах для реакций захвата, упругого рассеяния и полного взаимодействия.

С учетом полученных коэффициентов рассчитывают среднегрупповые сечения соответствующих реакций для рассматриваемого элемента

$$\begin{aligned}\overline{\sigma}_c &= \sigma_c f_c(\sigma_0, T) \\ \overline{\sigma}_{z(e)} &= \sigma_{z(e)} f_e(\sigma_0, T) \\ \overline{\sigma}_t &= \sigma_t f_t(\sigma_0, T)\end{aligned}$$

Коэффициенты f зависят не только от параметра σ_0 , но и от температуры среды.

Если рассматриваемый элемент присутствует в среде в малой концентрации ($\sigma_0 \rightarrow \infty$), то введение поправок не требуется ($f = 1$).

Еще раз отметим, что такой **расчет проводится для каждой группы.**