Физическая теория ядерных реакторов

Распределение учебного времени

Лекции	48 часов;
Лабораторные занятия	32 часа;
Практические занятия	16 часов.

Выходной контроль: зачет и экзамен

Физическая теория ядерных реакторов

Целью курса является приобретение знаний, умений и навыков, необходимых для научно-исследовательской, проектной, технологической и производственной деятельности инженера по специальности «Ядерные реакторы и энергетические установки»

Задачи курса определяются требованиями к профессиональной подготовленности выпускника по специальности «Ядерные реакторы и энергетические установки». Инженер-физик **должен знать**:

– основы ядерной и нейтронной физики, состав и характеристики ядер, закон и характеристики радиоактивного распада, ядерные реакции и их особенности;
– нейтронный цикл в ядерном реакторе, эффективный коэффициент размножения нейтронов, условия критичности, основы теории решетки; закономерности формирования пространственно-энергетического распределения нейтронов и удельного энерговыделения;

Физическая теория ядерных реакторов

должен знать:

– критическое и подкритическое состояние реактора, способы регулирования реактора;
– особенности реакторов различных типов.

должен владеть:

– методами нейтронно-физического расчета реактора, расчета распределений нейтронов, удельного энерговыделения;
– способами подготовки нейтронных эффективных сечений, знанием свойств материалов;
– умением рассчитывать и измерять основные физические характеристики ядерных реакторов;
– техникой и экспериментальными методами определения параметров реакторов различного назначения;
– современной вычислительной техникой и компьютерными кодами для инженерных расчетов протекающих в реакторных установках процессов;
– навыками работы с технической литературой, научно-техническими отчетами, справочниками и другими информационными источниками.

Физическая теория ядерных реакторов

Содержание теоретического раздела курса:

– гомогенный реактор в одногрупповом приближении (10 часов);
– многогрупповое приближение (10 часов);
– теория гетерогенных реакторов (10 часов);
– основы теории управляющих стержней (8 часов);
– методы нейтронно-физических расчетов ядерных энергетических реакторов (10 часов).

Физическая теория ядерных реакторов

Гомогенный реактор в одногрупповом приближении:

– одногрупповое приближение: диффузионное уравнение, уравнение возраста;
– эффективный коэффициент размножения в диффузионно-возрастном приближении;
– размножающая среда с внешним источником, приближение к критическому состоянию;
– условия критичности реактора: материальный и геометрический параметры;
– расчет в одногрупповом диффузионном приближении реакторов различной формы (параллелепипед, сфера, цилиндр);
– роль отражателя в ядерном реакторе;
– реакторы различной формы с отражателем в одногрупповом диффузионном приближении;
– эффективная добавка за счет отражателя.

Физическая теория ядерных реакторов

Многогрупповое приближение:

– многогрупповой метод: основные положения, базовые уравнения;
– системы групповых констант;
– выбор числа групп, расчет групповых констант;
– расчеты спектра нейтронов в реакторе;
– методы решения групповых уравнений;
– реактор, окруженный отражателем (со всех сторон), в двухгрупповом приближении.

Физическая теория ядерных реакторов

Теория гетерогенных реакторов:

– сравнительная характеризация гетерогенных систем;
– типы решеток и основы теории решеток.
– коэффициент использования тепловых нейтронов, вероятность избежать резонансного захвата, размножение на быстрых нейтронах в гетерогенных системах;
– расчет гетерогенного реактора методом гомогенизации;
– оптимизация параметров при расчете реактора;
– Экспериментальные методы физики реакторов: метод экспоненциальной призмы; методом ступенчатой достройки.

Физическая теория ядерных реакторов

Основы теории управляющих стержней:

– способы управления величиной эффективного коффициента размножения.
– граничные условия на стержне
– расчет одногрупповым методом центрального стержня в цилиндрическом реакторе без отражателя;
– двухгрупповой расчет стержней управления: «серый», «черный» и полый стержень.
– эксцентричное расположение стержня в реакторе, частично погруженный стержень, взаимодействие стержней, решетка стержней.

Физическая теория ядерных реакторов

Нейтронно-физический расчетов ядерных реакторов:

- физические особенности уран–водных, уран–графитовых и тяжеловодных реакторов на тепловых нейтронах;
- физические особенности реакторов на быстрых нейтронах;
- методики нейтронно–физических расчетов реакторов на тепловых нейтронах различных типов.

Физическая теория ядерных реакторов

Литература:

1. Бать Г.А., Бартоломей Г.Г., Байбаков В.Р., Алтухов М.С. Основы теории и методы расчета ядерных энергетических реакторов. М.: ЭА, 1989.
2. Владимиров В.И. Практические задачи по эксплуатации ядерных реакторов. М.: ЭА, 1986.
3. Галанин А.Д. Введение в теорию ядерных реакторов на тепловых нейтронах. Учебное пособие. – М.: ЭА, 1984.
4. Фейнберг С.М., Шихов С.Б., Троянский В.В. Теория ядерных реакторов. т.1. – М.: Атомиздат, 1978.
5. Ганев И. Физика и расчет реактора. М.: Энергоиздат, 1981.
6. Усынин Г.В., Кусмарцев Е.В. Реакторы на быстрых нейтронах. Учебное пособие. – М.: ЭА, 1985.
7. Кузнецов А.В. Судовые ядерные реакторы. Л.: Судостоение, 1988.
8. Белл Д., Глесстон С. Теория ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1974.

Гомогенный реактор в одногрупповом приближении
Теория диффузии нейтронов

Основная цель – последовательное рассмотрение модели реактора конечных размеров, которая описывает **пространственное распределение плотности нейтронного потока** без учета зависимости от энергии нейтронов.

Объектом исследования является система, обладающая следующими свойствами:

1. Среда является гомогенной и изотропной.
2. Все нейтронные источники и стоки распределены по системе равномерно.
3. Все нейтроны в системе, включая нейтроны источников имеют одинаковую скорость.

Баланс нейтронного потока

В среде конечных размеров в отличии от бесконечной среды **нейтроны будет непрерывно утекать через границы**.

За пределами среды **источников нейтронов не существует**. По этому утечка не компенсируется соответствующим притоком нейтронов.

Будет существовать «чистая утечка» (потеря) нейтронов из среды любых конечных размеров. Эта отличительная особенность должна найти отражение в общем балансе нейтронов.

Баланс нейтронного потока

Однако баланс нейтронов начнем рассматривать не с реактора в целом, а с бесконечно малого элемента объема dV, для которого запишем условие нейтронного равновесия:

Скорость изменения плотности нейтронов в точке $\mathbf{r}$ в окрестности dV	=	Число нейтронов, производимых источниками в dV в единицу времени	–	Число нейтронов, поглощаемых в dV в единицу времени	–	Общее число нейтронов, уходящих из dV через границы в единицу времени

здесь $\mathbf{r} = (x, y, z)$ – радиус-вектор, для рассматриваемого объема dV

Баланс нейтронного потока

Для математической записи уравнения баланса нейтронов введем обозначения, которыми будем пользоваться здесь и в дальнейшем:

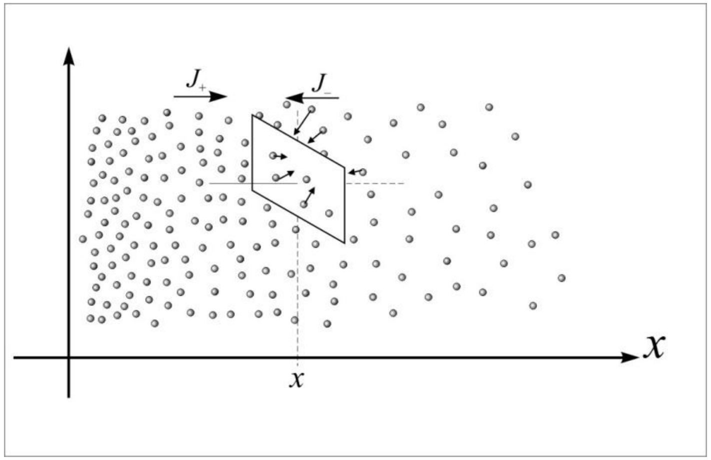
Σ_a – сечение поглощения нейтронов с энергией E (или со скоростью v);
$S(\mathbf{r}, t)$ – нейтронный источник;
$n(\mathbf{r}, t)$ – плотность нейтронов;
$\Phi(\mathbf{r}, t) = vn(\mathbf{r}, t)$ – поток нейтронов.

В этих обозначениях математическая формулировка условий нейтронного равновесия будет иметь вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} n(\mathbf{r},t)d\mathbf{r} = S(\mathbf{r},t)d\mathbf{r} - \Sigma_a \Phi(\mathbf{r},t)d\mathbf{r} - \Re(\mathbf{r},t)d\mathbf{r}$$

здесь $\Re(\mathbf{r},t)$ – число нейтронов, уходящих из элементарного объема через границы в единицу времени.

Аппроксимации общего тока нейтронов



Локальное значение тока в точке x будет определяться как разница токов справа и слева от площадки dA:

$$J_x = J_x^+ - J_x^-$$

Аналитический вид функции нейтронного тока может быть получен на основе общей теории диффузии нейтронов. В нашем случае полный ток пропорционален изменению концентрации нейтронов и направлен противоположно вектору ее изменения

$$J_x(x) = -D_0 \frac{d}{dx} n(x)$$

Аппроксимации общего тока нейтронов

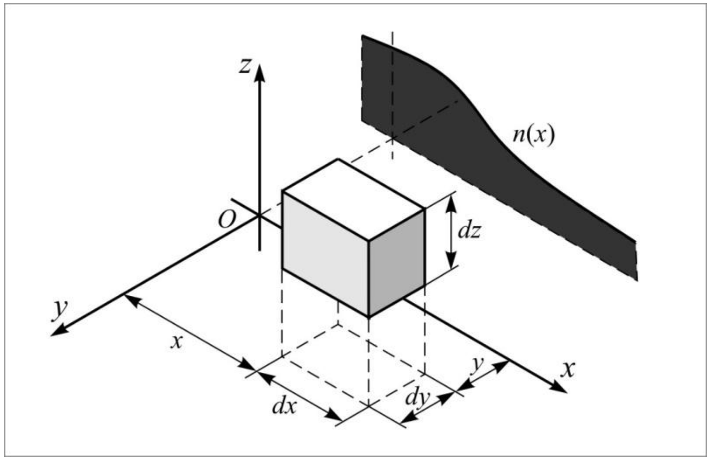
Здесь оказывается удобным перейти от плотности нейтронов к нейтронному потоку

$$J_x(x) = -\frac{D_0}{v}\frac{d}{dx}vn(x) = -D\frac{d}{dx}\Phi(x)$$

Коэффициент пропорциональности (D) в полученном уравнении называют – **коэффициент диффузии**.

В общем случае коэффициент диффузии может быть ядерных свойств среды и скорости нейтронов.
Если определить общий нейтронный ток как число нейтронов, проходящих в единицу времени через единицу поверхности , то коэффициент диффузии имеет размерность **длинны.**

Определение утечки из элементарного объема



Для бесконечно малого объема $dv = dx\,dy\,dz$ систему координат выбираем так, чтобы ее поверхности были нормальны к осям x, y, z. По прежнему полагаем, что $n = n(x)$ и утечки через поверхности $dxdy$ и $dxdz$ нет.

Полная потеря нейтронов в единицу времени в объеме dV	=	Полный ток в положительном направлении x через поверхность $dydz$ в точке $x+dx$	−	Полный ток в положительном направлении x через поверхность $dydz$ в точке x

или в дифференциальном виде:

$$\frac{J_x(x+dx)dydz - J_x(x)dydz}{dx} \approx \frac{d}{dx} J_x(x)$$

Определение утечки из элементарного объема

Подставляя в полученное уравнение соотношение для полного нейтронного тока получим

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{Полная потеря}\\ \text{нейтронов из}\\ \text{единицы объема}\\ \text{в единицу}\\ \text{времени}\end{array}} = \frac{d}{dx}\left[-D\frac{d}{dx}\Phi(x)\right] = -D\frac{d^2}{dx^2}\Phi(x)$$

В общем виде нейтронная плотность является функцией всех трех пространственных переменных $n = n(x,y,z)$. Тогда должно существовать перемещение нейтронов вдоль каждой из трех координатных осей. Очевидно, что составляющие тока в направлении y и z будут определятся также, как и составляющая в направлении x.

Определение утечки из элементарного объема

Обозначим по аналогии с составляющей нейтронного тока J_x составляющие вдоль направления y и z как J_y и J_z соответственно, получим **вектор полного тока**

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) \equiv J_x(\mathbf{r})\mathbf{i} + J_y(\mathbf{r})\mathbf{j} + J_z(\mathbf{r})\mathbf{k}$$

где $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ – единичные вектора в направлениях x, y, z.

Подставляя выражения для каждой составляющей нейтронного тока, получим

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = -D\left[\frac{\partial \Phi(\mathbf{r})}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial \Phi(\mathbf{r})}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial \Phi(\mathbf{r})}{\partial z}\mathbf{k}\right] = -D[\mathbf{grad}\,\Phi(\mathbf{r})]$$

Тогда для полной утечки нейтронов из элементарного объема в единицу времени будем иметь

$$\Re(\mathbf{r}) = -D\left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}\right] = -D\Delta\Phi(\mathbf{r})$$

Определение утечки из элементарного объема

В последних двух соотношениях мы получили компактные записи уравнений при использовании дифференциальных операторов:

градиента скалярного поля $$\mathbf{grad}(f) = \nabla f = \frac{\partial f}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial f}{\partial z}\mathbf{k}$$

оператор Лапласа $$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Полная утечка из элементарного объема связана с вектором полного тока нейтронов еще одним дифференциальным оператором – дивергенцией

$$\mathrm{div}(\mathbf{F}) = \nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

Окончательно для полной утечки получаем

$$\Re(\mathbf{r}) = -D\,\mathrm{div}\left[\mathbf{grad}(\Phi)\right] = -D\nabla \cdot (\nabla\Phi) = -D\Delta\Phi$$

Диффузионное уравнение

Подставляя полученное соотношение для утечки из элементарного объема в уравнение баланса нейтронов, получим уравнение следующего вида

$$\boxed{\frac{1}{v}\frac{\partial}{\partial t}\Phi(\mathbf{r},t) = D\Delta\Phi(\mathbf{r},t) - \Sigma_a\Phi(\mathbf{r},t) + S(\mathbf{r},t)}$$

Это уравнение называется – **уравнение диффузии нейтронов**

Для стационарного случая уравнение принимает форму

$$\boxed{D\Delta\Phi(\mathbf{r}) - \Sigma_a\Phi(\mathbf{r}) + S(\mathbf{r}) = 0}$$

Диффузионное уравнение

Для реакторов различной формы часто оказывается удобно использовать криволинейные системы координат (цилиндрическую и сферическую).

Если в декартовой системе координат оператор Лапласа имеет форму, записанную ранее

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

то для криволинейных систем координат систем координат он определен следующим образом:
цилиндрические координаты

$$\Delta f = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial f}{dr}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

сферические координаты

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial f}{dr} + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2}\operatorname{ctg}\theta\frac{\partial f}{\partial \theta}$$

Диффузионное уравнение

Так как мы изначально договорились о том, что реактор является гомогенным, источники и стоки распределены равномерно, то для криволинейных систем функция нейтронного потока не зависит от угловых координат. Тогда для цилиндрических координат

$$\Delta f = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial f}{dr}\right) + \cancelto{0}{\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2}} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

производная по φ обращается в ноль. Для сферических координат

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial f}{dr} + \cancelto{0}{\frac{1}{r^2 \sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2}} + \cancelto{0}{\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2}} + \cancelto{0}{\frac{1}{r^2}\operatorname{ctg}\theta\frac{\partial f}{\partial \theta}}$$

в ноль обращаются все производные по φ и по θ.

Окончательно для операторов Лапласа в цилиндрических и сферических координатах получим

$$\Delta f = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial f}{dr}\right) + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \qquad \Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial f}{dr}$$

Коэффициент диффузии

Как уже отмечалось для переноса нейтронов коэффициент диффузии имеет размерность длинны. Согласно теории переноса для диффузии при анизотропном рассеянии в лабораторной системе координат

$$D = \frac{\lambda_{\text{тр}}}{3}$$

где $\lambda_{\text{тр}}$ – **транспортная длина свободного пробега**

Транспортной длине свободного пробега $\lambda_{\text{тр}}$ может быть поставлено в соответствие сечение, которое определится как

$$\Sigma_{\text{тр}} \equiv \frac{1}{\lambda_{\text{тр}}} = \Sigma_t - \Sigma_s \overline{\mu_0}$$

где Σ_t – полное сечение взаимодействия нейтронов со средой;

Σ_s – сечение рассеяния нейтронов;

μ_0 – средний косинус угла рассеяния.

Коэффициент диффузии

Интересно отметить, что в замедляющих материалах, для которых $\Sigma_t \approx \Sigma_s, \Sigma_{\text{тр}} \approx \Sigma_s(1-\overline{\mu_0}),$ а для свободного транспортного пробега

$$\lambda_{mp} \approx \frac{\lambda_s}{1-\overline{\mu_0}} \geq \lambda_s$$

т.е. длина транспортного пробега имеет такую же величину, что и длина рассеяния, и растет с увеличением среднего косинуса угла рассеяния. Большие значения μ_0 соответствуют малым углам рассеяния. Следовательно, материалы с малыми массами ядер

поддерживают большие токи при заданном градиенте нейтронного потока.

Граничные условия для уравнения диффузии

Уравнение диффузии по классификации является **дифференциальным уравнением в частных производных второго порядка, параболического типа**.

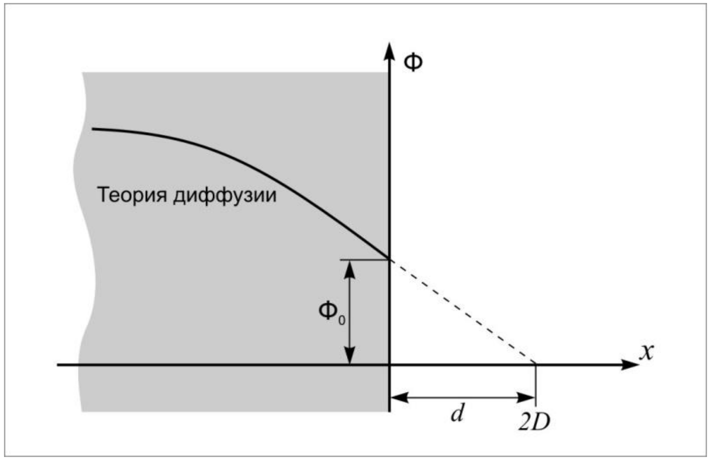
Общее решение будет содержать произвольные функции, для определения которых следует наложить ограничения в виде **граничных условий**, соответствующих физической природе задачи:

1. В области где применимо уравнение диффузии, **поток нейтронов должен быть конечным и не отрицательным**. При этом он может быть равным нулю. Это условие не выполняется вблизи источников.
2. **На границе раздела** между двумя средами с различными диффузионными свойствами **плотности нейтронного потока** нормали к поверхности раздела (производные нейтронного потока) **одинаковы**. **Значения нейтронных потоков** на поверхности раздела **равны**.

Граничные условия для уравнения диффузии

3. Вблизи границы между рассеивающей средой и вакуумом функция, описывающая поток нейтронов, **должна стремится к нулю на определенном расстоянии от геометрической границы системы**.

Граничные условия для уравнения диффузии



На внешней поверхности не происходит диффузии нейтронов обратно в реактор. Плотность нейтронного потока в направлении «внутрь» равна нулю. Тогда согласно диффузионной теории

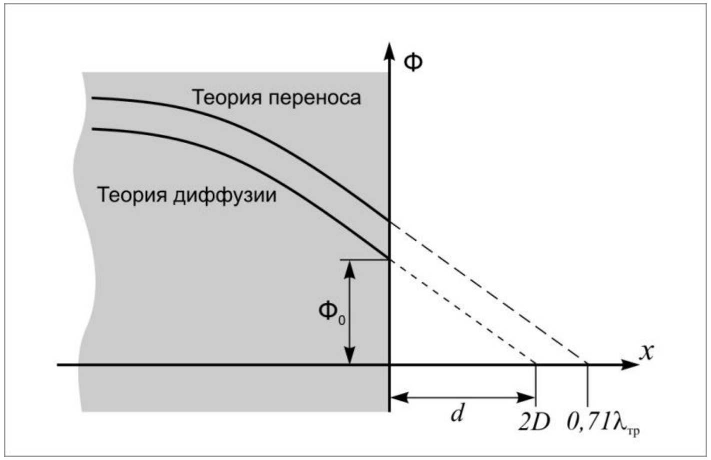
$$I_- = \frac{\Phi_0}{4} + \frac{D}{2}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_0 = 0$$

Если линейно экстраполировать поток нейтронов в вакуум, используя тот же наклон прямой, что и на границе, то

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = -\frac{\Phi_0}{2D} = -\frac{\Phi_0}{d}$$

где $d = 2D$ – **длина экстраполяции.**

Граничные условия для уравнения диффузии



Однако теория диффузии плохо работает вблизи границы. Соответственно, полученное соотношение

$$d = 2D = \frac{2}{3}\lambda_{тр}$$

является приближенным.

Более строгое решение, основанное на теории переноса, показывает, что длина экстраполяции должна быть равна $\mathbf{0{,}71\lambda_{тр}}$.

Использование длины экстраполяции это только математический прием для приемлемого описания условия на границе с вакуумом. Его использование удобно, но не означает, что поток нейтронов действительно обращается в ноль на длине $0{,}71\lambda_{тр}$.