

# ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ И АНАЛИЗ ЧАСТОТНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ



# **ТЕМА: ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ И АНАЛИЗ ЧАСТОТНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ**


- 1. Вариация признака в совокупности и значение ее изучения.**
- 2. Структурные показатели распределения.**
- 3. Показатели вариации и способы их расчета.**
- 4. Виды дисперсий в совокупности, разделенной на группы. Правило их сложения.**
- 4. Изучение формы распределения.**
- 5. Теоретические распределения в анализе вариационных рядов**

# ВАРИАЦИЯ ПРИЗНАКА В СОВОКУПНОСТИ И ЗНАЧЕНИЕ ЕЕ ИЗУЧЕНИЯ

**Вариацией** называется колеблемость, многообразие, изменяемость величины признака у единиц совокупности.

**Вариацией в пространстве** называется колеблемость значений признака по отдельным территориям.

**Вариация во времени** – изменение значений признака в различные периоды (или моменты) времени.

- **Систематическая вариация** – это вариация, порождаемая существенными факторами, носит систематический характер, т.е. наблюдается последовательное изменение вариантов признака в определенном направлении.
  - **Случайная вариация** – это вариация, обусловленная случайными факторами.
  - **Общая вариация** - вариация зависимого признака, образовавшаяся под действием всех без исключения влияющих на него факторов.
- 

# АБСОЛЮТНЫЕ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

## Абсолютные показатели

- размах вариации
- среднее линейное отклонение
- дисперсия
- среднее квадратическое отклонение.

## Относительные показатели

- коэффициент осцилляции
- коэффициент вариации
- относительное линейное отклонение.

# АБСОЛЮТНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ

**1. Размах вариации (R)** - показывает, насколько велико различие между единицами совокупности, имеющими самое маленькое и самое большое значение признака.  $R = X_{\max} - X_{\min}$

**2. Среднее линейное отклонение (d)** – представляет собой среднюю из абсолютных значений отклонений вариант от их средней.

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

Простое

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{\sum f_i}$$

Взвешенное

**3. Дисперсия** – это средняя арифметическая квадратов отклонений каждого значения признака от средней величины.

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$$

для несгруппированных

данных

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}$$

для сгруппированных

данных

**4. Среднее квадратическое отклонение** – показывает на сколько в среднем отклоняются конкретные варианты признака от среднего значения.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}}$$

# ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

Для сравнения показателей вариации разных признаков, имеющих существенное различие в уровнях признаков, и для оценки интенсивности вариации используются **относительные показатели вариации.**

Базой для сравнения должна служить **средняя арифметическая.**



1. Относительный размах вариации (коэффициент осцилляции).

$$V_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

2. Относительное линейное отклонение (линейный коэффициент вариации).

$$V_{\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

3. Коэффициент вариации.

$$V_{\sigma} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

# ПОКАЗАТЕЛИ ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ СТРУКТУРУ СОВОКУПНОСТИ

**Мода** – величина признака, который наиболее часто встречается в данной совокупности, в вариационном ряду это будет варианта, имеющая наибольшую частоту.

$$M_o = x_{M_o} + \frac{(f_{M_o} - f_{M_{o-1}})}{(f_{M_o} - f_{M_{o-1}}) + (f_{M_o} - f_{M_{o+1}})} \cdot h_{M_o}$$

**Медиана** – значение признака у единиц, которые располагаются в середине упорядоченного ряда, а в вариационном ряду – величина признака, которая делит ряд пополам по сумме накопленных частот.

$$Me = x_{Me} + \frac{\frac{1}{2} \sum f_i - S_{Me-1}}{f_{Me}} \cdot h_{Me}$$

**Квартили** делят ранжированную совокупность на 4 равные части. Различают кварталы нижний ( $Q_1$ ), отделяющий 1/4 часть совокупности с наименьшими значениями признака и кварталы верхний ( $Q_3$ ) отсекающий 1/4 часть совокупности с наибольшими значениями признака.

**Нижний квартал**

$$Q_1 = x_{Q_1} + \frac{1/4 \sum f_i - S_{Q_1-1}}{f_{Q_1}} \cdot h_{Q_1}$$

**Верхний квартиль**

$$Q_3 = x_{Q_3} + \frac{\frac{3}{4} \sum f_i - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}} \cdot h_{Q_3}$$

**Срединный квартиль** равен медиане.

$$Q_2 = Me$$

**Децили** делят ранжированную совокупность на 10 равные части. В ряду распределения выделяют девять децилей.

Первый дециль

$$D_1 = x_{D_1} + \frac{1/10 \sum f_i - S_{D_1-1}}{f_{D_1}} \cdot h_{D_1}$$

## Девятый дециль

$$D_9 = x_{D_9} + \frac{\frac{9}{10} \sum f_i - S_{D_9-1}}{f_{D_9}} \cdot h_{D_9}$$

Пятый дециль равен медиане.

$$D_5 = Me$$

# ВИДЫ ДИСПЕРСИЙ В СОВОКУПНОСТИ РАЗДЕЛЕННОЙ НА ГРУППЫ

## 1. Общая дисперсия.

**Общая дисперсия**  $\sigma^2$  измеряет вариацию признака во всей совокупности под влиянием всех факторов, обусловивших эту вариацию.

Общая дисперсия отражает вариацию признака за счет всех условий и причин, действующих в совокупности.

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}$$



## 2. Межгрупповая дисперсия

**Межгрупповая дисперсия** ( $\delta^2_x$ ) характеризует систематическую вариацию, т.е. различия в величине изучаемого признака, возникающие под влиянием признака-фактора, положенного в основание группировки.

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}$$

### 3. Внутригрупповая дисперсия

**Внутригрупповая дисперсия** отражает случайную вариацию, т.е. часть вариации, происходящую под влиянием неучтенных факторов и не зависящую от признака-фактора, положенного в основание группировки.

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i}$$

## Средняя из групповых (частных) дисперсий

– это средняя арифметическая, взвешенная из дисперсий групповых.

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 \cdot f_i}{\sum f_i}$$

## ПРАВИЛО СЛОЖЕНИЯ ДИСПЕРСИЙ:

Общая дисперсия равна сумме средней из внутригрупповых и межгрупповой дисперсий.


С его помощью, зная два вида дисперсий, можно определить третий.

$$\sigma^2 = \delta^2 + \overline{\sigma^2}$$

# ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Закономерности изменения частот в вариационных рядах называют **закономерностями распределения.**

Графическое изображение в виде непрерывной линии изменения частот в вариационном ряду, функционально связанного с изменением вариант называется **кривой распределения.**



# ВИДЫ КРИВЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

## 1. Одновершинные кривые:

- симметричные,
- умеренно асимметричные
- крайне асимметричные

## 2. Многовершинные кривые

Выяснение общего характера распределения предполагает оценку его однородности, а также вычисление показателей асимметрии и эксцесса.

# АСИММЕТРИЯ

**Показатель асимметрии** показывает степень асимметричности распределения.

Если  $A_s > 0$ , то  $M_0 > M_e > X$  – это **правосторонняя асимметрия**

Если  $A_s < 0$  – это **левосторонняя асимметрия**

# ЭКСЦЕСС

**Эксцесс** - это есть «излишества» в сравнении с нормальным распределением при той же силе вариации. («крутизна» распределения).

**В нормальном распределении  $E_k = 0$ .**



# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В АНАЛИЗЕ ВАРИАЦИОННЫХ РЯДОВ

Нормальное распределение признака наблюдается в тех случаях, когда на величину вариантов, входящих в состав вариационного ряда, действует множество случайных, независимых или слабо зависимых факторов, каждый из которых играет в общей сумме незначительную роль. Нарушение нормального характера распределения часто является свидетельством неоднородности совокупности.

# КРИТЕРИИ СОГЛАСИЯ

Критерий Пирсона представляет собой сумму отношений квадратов расхождений между  $f_o$  и  $f_T$  к теоретическим частотам.

Уровень значимости – вероятность допущения ошибки в утверждении нормального характера распределения – обычно принимается равным 5% или 1% ( $\alpha=0,05$  или  $0,01$ ).

Число степеней свободы  $k=n-3$ , где  $n$  – число групп в ряду распределения.