

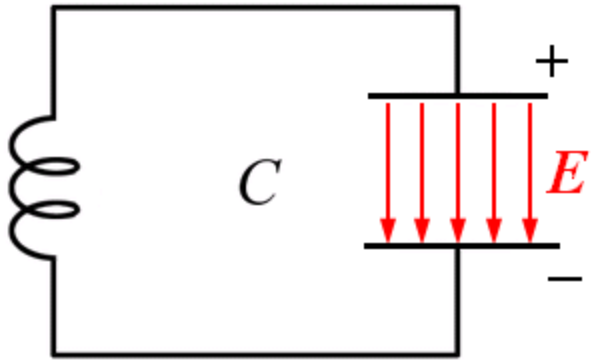
Процесс образования электромагнитных волн

**Волновое уравнение для
электромагнитных волн**

Электромагнитная волна

- процесс распространения электромагнитного поля в пространстве с конечной скоростью.

Закрытый колебательный контур

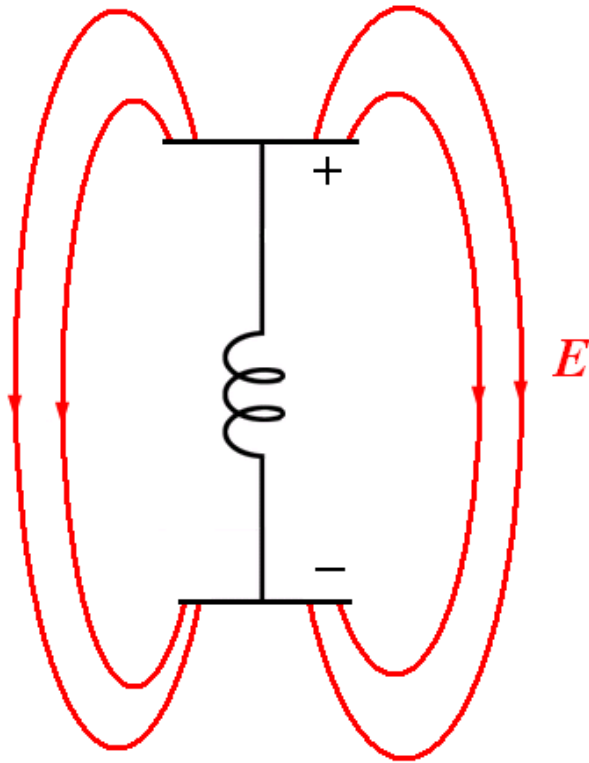


Переменное электрическое поле сосредоточено в конденсаторе.

Переменное магнитное поле сосредоточено к катушке индуктивности.

Следовательно, он не пригоден для получения электромагнитных волн.

Вибратор Герца – открытый колебательный контур



Переменное
электрическое поле
заполняет
окружающее
пространство и
порождает
переменное
магнитное поле и
т.д.

Существование электромагнитных волн вытекает из уравнений Максвелла

Пусть среда, в которой распространяются электромагнитные волны,

- однородная и нейтральная, $\rho = 0$,
- непроводящая, $j = 0$.

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \underbrace{\vec{j}}_0 = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \underbrace{\rho}_0 = 0, \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0.$$

Если среда – однородный и изотропный диэлектрик, то $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$; $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$.

С учетом этого систему (1) перепишем в виде:

$$\operatorname{rot}\vec{E} = [\nabla\vec{E}] = -\mu\mu_0 \frac{\partial\vec{H}}{\partial t}; \quad \operatorname{rot}\vec{H} = [\nabla\vec{H}] = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial\vec{E}}{\partial t};$$

$$\operatorname{div}\vec{E} = \nabla\vec{E} = 0; \quad \operatorname{div}\vec{H} = \nabla\vec{H} = 0. \quad (2)$$

Возьмем ротор от обеих частей 1-го уравнения системы (2).

$$\left[\nabla, \left[\nabla \vec{E} \right] \right] = -\mu\mu_0 \left[\underbrace{\nabla}_{\substack{\text{диф. по} \\ \text{координате}}}, \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right].$$

Меняем местами дифференцирование по координате и времени:

$$\left[\nabla, \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[\nabla \vec{H} \right],$$

$$\begin{aligned} \left[\nabla \vec{H} \right] &= \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad \Rightarrow \quad \left[\nabla, \left[\nabla \vec{E} \right] \right] = -\mu\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = \\ &= -\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}. (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [\nabla, [\nabla \vec{E}]] &= \text{rot rot } \vec{E} = \nabla \left(\underbrace{\nabla \vec{E}}_{\substack{\text{yp. (2)} \\ = 0}} \right) - \Delta \vec{E} = \\
 &= \text{grad div } \vec{E} - \Delta \vec{E} = 0 - \Delta \vec{E}. (4)
 \end{aligned}$$

Оператор Лапласа: $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$

Оператор набла (Гамильтона): $\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}.$

Приравняем правые части уравнений (3) и (4):

$$\Delta \vec{E} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

Скорость света в вакууме $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}.$

$$\Delta \vec{E} = \varepsilon \mu \underbrace{\varepsilon_0 \mu_0}_{\frac{1}{c^2}} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

Аналогично:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} &= \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} &= \underbrace{\frac{\varepsilon \mu}{c^2}}_{\frac{1}{v^2}} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \end{aligned} \right\}$$

Волновые уравнения определяют изменение векторов ***E*** и ***H*** в пространстве и времени.

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}$$

- фазовая скорость.

В вакууме

$$\varepsilon = 1, \quad \mu = 1 \quad \Rightarrow \quad v = c.$$

Свойства электромагнитных волн

вытекают из уравнений Максвелла

1. Скорость распространения электромагнитных волн $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{c}{n}$,

где n – показатель преломления среды.

Т.е.

- скорость распространения электромагнитных волн в среде меньше, чем в вакууме,
- среда влияет на распространение электромагнитных волн, они преломляются, отражаются, поглощаются.

Свойства электромагнитных волн

2. Электромагнитная волна – поперечная, вектора **E** и **H** лежат в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения волны, т.е. к вектору v в рассматриваемой точке поля.
3. Вектора **E** и **H** взаимно перпендикулярны, причем вектора **E** , **H** и v образуют правовинтовую тройку.

Свойства электромагнитных волн

4. Вектора ***E*** и ***H*** колеблются в одной фазе – одновременно обращаются в нуль и одновременно достигают *max*.
5. Мгновенные значения векторов ***E*** и ***H*** связаны соотношением

$$\sqrt{\varepsilon_0} E = \sqrt{\mu\mu_0} H.$$

Для вакуума соотношение

$$\frac{E_0}{H_0} \approx 377.$$

Свойства электромагнитных волн

Дифференциальное уравнение
электромагнитной волны (плоской),
распространяющейся вдоль оси x

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}.$$

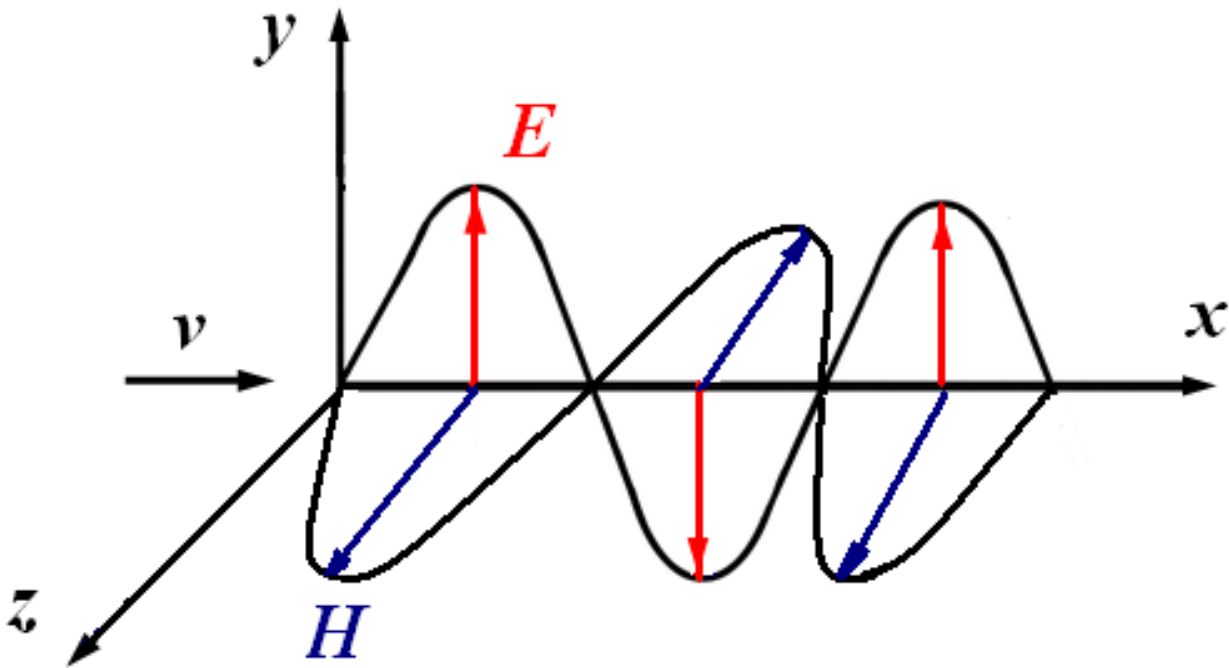
Этим уравнениям удовлетворяет, в частности,
плоская монохроматическая
электромагнитная волна:

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx),$$

$$H_z = H_0 \cos(\omega t - kx), \quad k = \frac{\omega}{v} \quad \text{волновое число}$$

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx),$$

$$H_z = H_0 \cos(\omega t - kx).$$



Свойства электромагнитных волн

6. Электромагнитная волна переносит энергию (т.к. мы можем обнаружить электромагнитную волну)
7. Электромагнитная волна оказывает на тело давление, т.к. заряженные частицы тела в магнитном поле волны начинают двигаться под действием силы Лоренца

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}, \vec{B}]$$

Энергия электромагнитной волны. Вектор Пойтинга

Объемная плотность энергии электромагнитной
волны

$$\omega = \omega_E + \omega_H = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}.$$

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E = \sqrt{\mu\mu_0} H,$$

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}.$$

$$\begin{aligned} \omega &= 2\omega_E = 2\omega_H = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2 = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0} EH = \\ &= \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} EH = \frac{1}{v} EH. \end{aligned}$$

Плотность потока энергии

равна плотности энергии умноженной на скорость волны: $j = S = \omega v = EH$.

Вектора $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$, $\mathbf{v}$ образуют правовинтовую тройку, следовательно, векторное произведение $[\vec{E}, \vec{H}]$ совпадает с направлением переноса энергии, т.е. с вектором $\mathbf{v}$.

Запишем плотность потока энергии, как векторную величину $\vec{S} = \omega \vec{v}$.

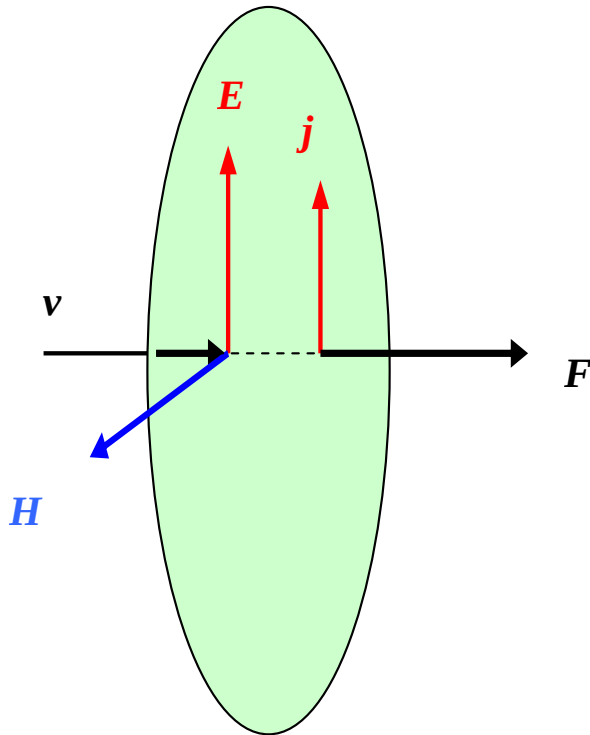
Вектор Пойтинга

$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}]$ – энергия,
переносимая электромагнитной волной
за единицу времени через единичную
площадку, перпендикулярную
направлению распространения волны.

Давление электромагнитных волн

- Поглощаясь каким-либо телом, электромагнитная волна сообщает этому телу некоторый импульс, т.е. оказывает на него давление.

Плоская волна нормально падает на поверхность тела с $\varepsilon = 1$, $\mu = 1$.



Электрическое поле волны возбуждает в теле ток плотности $\vec{j} = \sigma \vec{E}$,

где $\sigma = \frac{1}{\rho}$ - удельная проводимость,

ρ - удельное сопротивление.

Магнитное поле волны

действует на этот ток

силой Лоренца. $\vec{F} \uparrow \uparrow \vec{v}_{\text{волны}}$.

Сила Лоренца, действующая на единицу объема

$$\vec{F}_{\text{ед.}V} = [\vec{j}, \vec{B}] = [\vec{j}, \mu\mu_0 \vec{H}] = \mu_0 [\vec{j}, \vec{H}] \quad (1)$$

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}, \vec{B}] - \text{сила Лоренца, действующая на точечный заряд } q.$$

$$\vec{F}_L = dq[\vec{v}, \vec{B}] - \text{сила Лоренца, действующая на заряд } dq \text{ в объёме } dV.$$

Сила Лоренца, действующая на единицу объема

$$\begin{aligned} \vec{F}_{e\partial.V} &= \frac{dq}{dV} [\vec{v}, \vec{B}] = \frac{dq}{dS dl} \cdot \frac{dt}{dt} [\vec{v}, \vec{B}] = \\ &= \underbrace{\frac{dq}{dtdS}}_j \left[\overbrace{\frac{\vec{v} dt}{dl}}^{dl}, \vec{B} \right] = [\vec{j}, \vec{B}] \Rightarrow (1) \end{aligned}$$

Поверхностному слою $dV = \underbrace{dS}_1 \cdot dl$

в единицу времени сообщается импульс $\underbrace{1}_1$

$$\left. \begin{aligned} dp &= F_{ed.V} dl \cdot \underbrace{dS}_1 \cdot \underbrace{dt}_1 \\ \vec{\angle j}, \vec{H} &= \frac{\pi}{2} \cdot \\ &\text{Уравнение (1).} \end{aligned} \right\} dp = \mu_0 j H dl. (2)$$

Показано, что в объеме dV за единицу времени поглощается энергия

$$dW = j E dl. \quad (3)$$

Делим уравнение (2) на (3): $\frac{dp}{dW} = \frac{p}{W} = \frac{\mu_0 j H dl}{j E dl} = \mu_0 \frac{H}{E}.$

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} E &= \sqrt{\mu \mu_0} H & \Rightarrow & \frac{H}{E} = \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}}. \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{p}{W} &= \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = \frac{1}{c}. & (4) & \quad p = \frac{W}{c}. & (5) \\ \varepsilon &= 1, \quad \mu = 1; & & \quad p = mc \end{aligned} \right\}$$

$$W = mc^2 - \text{связь массы и энергии.}$$

Измеренное Лебедевым и рассчитанное в соответствии с теорией Максвелла значение импульса p мало.

Для идеально отражающей поверхности импульс в два раза больше.

Излучение электромагнитных волн.

Излучение диполя

Процесс возбуждения электромагнитных волн какой-либо системой в окружающее пространство называется *излучением электромагнитных волн*.

Простейшая излучающая система – *электрический диполь*, дипольный момент p которого изменяется с течением времени.

Такой диполь называется *осциллятором* или *элементарным вибратором*.

Осциллятором пользуются для моделирования
и расчета полей реальных систем.

Если размеры излучающей системы
малы по сравнению с длиной λ
излучаемых волн, то в *волновой зоне*,
т.е. в точках, отстоящих от системы на
 $r \gg \lambda$, поле излучения близко к полю
излучения осциллятора, имеющего
такой же электрический момент, как и
вся излучающая система.

Линейный гармонический осциллятор

– электрический диполь, момент которого изменяется по гармоническому закону

$$\vec{p}_l = \vec{p}_0 \cos \omega t; \quad |\vec{p}_0| = \text{const} = q \cdot l.$$

Если поле распространяется в однородной, изотропной среде, то во всех точках, находящихся на одинаковом расстоянии r от диполя, фаза гармонических колебаний одинакова. Следовательно, волновой фронт сферический, и **волна**, излучаемая диполем, *сферическая*.

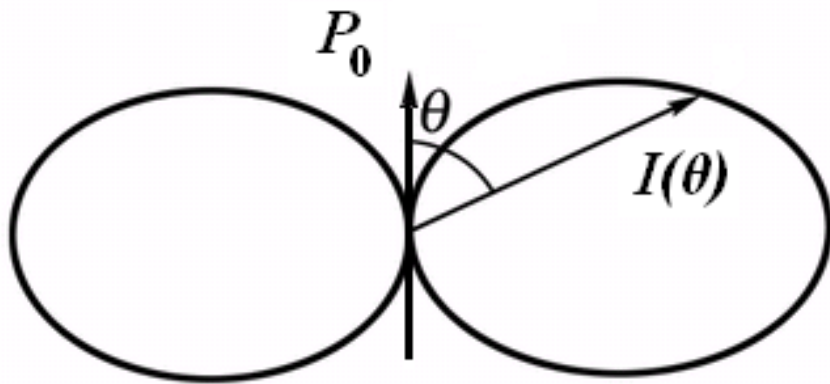
Амплитуда колебаний векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$
пропорциональна

$\frac{1}{r} \sin \theta$, θ — угол между
вектором $\mathbf{r}$ и осью диполя.

- Интенсивность излучения

$$I \sim A^2 \sim \frac{\sin^2 \theta}{r^2}.$$

В полярных координатах $(\vec{r}, \theta)$ зависимость интенсивности излучения от угла θ , называемая *диаграммой направленности излучения диполя*



- Диполь сильнее всего излучает в направлении, составляющем угол $\theta = \frac{\pi}{2}$, т.е. в плоскости, проходящей через середину диполя перпендикулярно его оси.
- Вдоль своей оси $\theta = 0; \pi$ диполь не излучает совсем.

Средняя мощность излучения диполя

энергия, излучаемая по всем
направлениям в единицу времени)

$$\langle P \rangle \sim p_0^2 \omega^4.$$

Следовательно, при малой частоте колебаний ω (например, линии передач переменного тока) излучение электрических систем незначительно.

Шкала электромагнитных волн

В зависимости от частоты (или длины волны $\lambda = \frac{c}{\nu}$), а так же способа излучения и регистрации, различают несколько видов электромагнитных волн.

- Радиоволны, $\lambda > 5 \cdot 10^{-5}$ м, $\nu < 6 \cdot 10^{12}$ Гц.
- Оптическое излучение (световые волны), условные границы λ : 10 нм ... 1 мм.
- Рентгеновское излучение, $\lambda = 10 - 100$ нм.
- Гамма-излучение, $\lambda < 0,1$ нм.

В связи с особенностями распространения и генерации весь диапазон радиоволн принято делить на 9 поддиапазонов:

1	сверхдлинные	$\lambda > 10^5$ м,
2	длинные волны	$10^4 - 10^3$ м,
3	средние волны	$10^3 - 10^2$ м,
4	короткие волны	$10^2 - 10$ м,
5	метровые	$10 - 1$ м,
6	дециметровые	$1 - 0,1$ м,
7	сантиметровые	$0,1 - 0,01$ м,
8	миллиметровые	$10^{-2} - 10^{-3}$ м,
9	субмиллиметровые	$10^{-3} - 5 \cdot 10^{-5}$ м.

Оптическое излучение:

- инфракрасное излучение – электромагнитное излучение, испускаемое нагретыми телами, $\lambda = 1\text{ мм} - 770\text{ нм}$.
- видимое излучение (видимый свет) способно вызывать зрительное ощущение в глазе, $\lambda = 770\text{ нм} - 380\text{ нм}$.
- ультрафиолетовое излучение, $\lambda = 380 - 10\text{ нм}$.

Рентгеновское излучение (рентгеновские лучи) – электромагнитное излучение, которое возникает при взаимодействии элементарных частиц и фотонов с атомами вещества, $\lambda = 10 - 100$ нм.

Гамма-излучение (гамма лучи) испускается возбуждёнными атомными ядрами при радиоактивных превращениях и ядерных реакциях, при распаде частиц, аннигиляции частица-античастица и других процессах, $\lambda < 0,1$ нм.

Принцип радиосвязи

Радиосвязь – передача какой-либо информации с помощью радиоволн.

В радиовещании осуществляется передача речи, музыки, телеграфных сигналов.

В телевидении – изображения.

Радиосвязь производится путём излучения радиопередатчиком модулированных электромагнитных волн и их демодуляция в радиоприёмнике.

Модуляцией электромагнитных волн называется изменение её параметров с частотами, значительно меньшими частоты самой электромагнитной волны.

Модулируемая волна называется *несущей*, а её частота – *несущей частотой*.

- *Амплитудная модуляция*: изменяется только амплитуда волны.

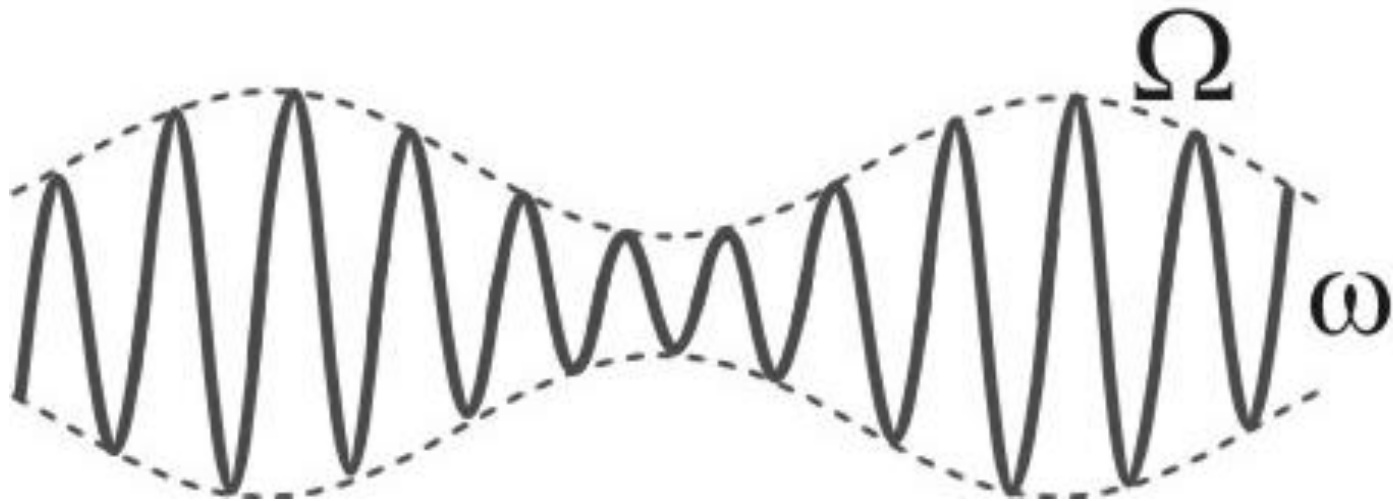
$$A = A_0 (1 + m_A \cos \Omega t),$$

$$x = A_0 (1 + m_A \cos \Omega t) \cos(\omega t + \varphi_0),$$

ω – частота несущей волны,

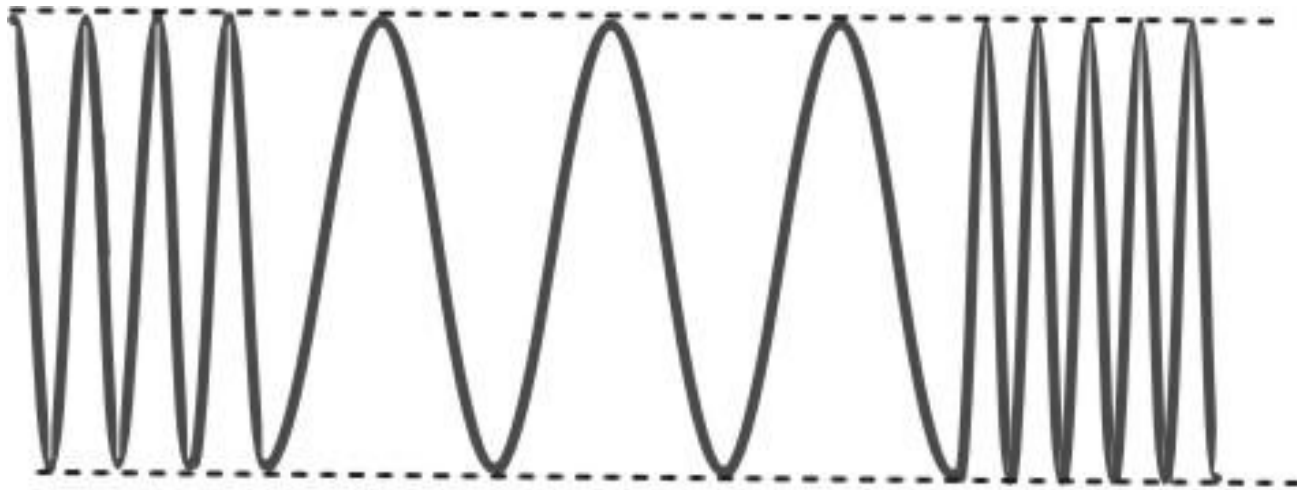
Ω – частота модуляции, $\Omega \ll \omega$,

m_A – коэффициент модуляции (глубина модуляции).



Частотная модуляция: изменяется
только частота волны

$$\omega = \omega_0 (1 + m_\omega \cos \Omega t)$$



Фазовая модуляция: изменяется начальная фаза волны

$$\varphi = \varphi_0 (1 + m_{\varphi} \cos \Omega t)$$

В случае радиовещания частота модуляции невелика (частота слышимых звуков 20 Гц ÷ 20 кГц), поэтому нет жёстких ограничений на выбор несущей частоты ω .

Радиопередатчик состоит: генератор незатухающих электромагнитных колебаний несущей частоты, модулятора и передающей антенны, осуществляющей излучение радиоволн в нужном направлении.

Приёмное устройство состоит: приёмная антенна и радиоприёмник. Приёмная антенна преобразует энергию радиоволн в энергию высокочастотных электромагнитных колебаний. Радиоприёмник выделяет из этих колебаний те, которые возбуждаются нужным радиопередатчиком (явление резонанса), усиливает и *демодулирует* их, т.е. отделяет модулирующие колебания низкой частоты (НЧ) от высокочастотных (ВЧ) несущих колебаний.

На распространение радиоволн в атмосфере существенно влияет явление *дифракции* радиоволн, поглощение в атмосфере и земной поверхности, отражение от Земли, поглощение, преломление и отражение от *ионосферы* – верхней части атмосферы.

Наиболее устойчивая дальняя радиосвязь осуществляется на длинных радиоволнах, которые огибают земную поверхность вследствие дифракции и преломления в нижних слоях атмосферы.

Средние и короткие волны радиоволны отражаются от слоёв ионосферы, следовательно, возможна дальняя радиосвязь.



Распространение радиоволн

Ультракороткие радиоволны, $\lambda < 5$ м (телевидение) в обычных условиях не отражаются от ионосферы. Прямые волны, распространяющиеся вблизи поверхности Земли, сильно ею поглощаются, следовательно, надёжный приём ультракоротких волн возможен в пределах прямой видимости. Для дальнего телевидения применяется последовательная цепь ретрансляционных станций или ретрансляционные спутники.