4. ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

4.1. Энергия системы зарядов

Силы, с которыми взаимодействуют заряженные тела, *консервативны.* Следовательно, система заряженных тел обладает потенциальной энергией.

Пусть 2 точечных заряда q_1 и q_2, находятся на расстоянии r_{12}. Когда заряды удалены друг от друга на бесконечность, они не взаимодействуют. Положим в этом случае их энергию равной нулю. Если сблизить заряды на заданное расстояние r_{12}, то совершенная работа пойдет на увеличение потенциальной энергии системы.

Работа переноса заряда q_1 из бесконечности:

$$A_1 = q_1\varphi_1 = q_1 \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_{12}}$$

Аналогично для заряда q_2 :

$$A_2 = q_2\varphi_2 = q_2 \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{12}}$$

Энергия системы

$$W = A_1 = A_2 = q_1\varphi_1 = q_2\varphi_2$$

Энергия системы двух точечных зарядов: $W = (q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2)/2.$

Аналогично рассуждая можно получит, что энергия системы *N* точечных зарядов (φ_i – **потенциал в точке, где находится заряд** q_i**):**

$$W = \frac{1}{2}\sum_i q_i\varphi_i$$

4.2. Энергия заряженного проводника

Заряд *q*, находящийся на некотором проводнике, можно рассматривать как систему точечных зарядов Δ*q*. Такая система обладает энергией, равной работе, которую нужно совершить, чтобы перенести все заряды Δ*q* из бесконечности и расположить на поверхности проводника.

При переносе первой порции заряда работа не совершается, т.к. потенциал проводника первоначально равен нулю. Для переноса второй порции заряда нужно совершить работу

$$\Delta A = \varphi \Delta q = \frac{q}{C} \Delta q$$

φ **- потенциал проводника, обусловленный имеющимся зарядом** q**,** C **- емкость проводника. Работа идет на увеличение энергии**

$$dW = \frac{q}{C} dq$$

интегрируем

$$W = \frac{q^2}{2C} + const$$

Энергия незаряженного проводника равна нулю, поэтому const=0

Энергия заряженного проводника

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2}$$

4.3. Энергия заряженного конденсатора

Процесс возникновения на обкладках конденсатора зарядов +*q* и –*q* можно представить так, что от одной обкладки последовательно отнимаются очень малые порции заряда Δ*q* и перемещаются на другую обкладку.

Работа по переносу очередной порции

$$\Delta A = \Delta q(\varphi_1 - \varphi_2) = \Delta q U$$

$$dW = dA = U dq = \frac{q}{C} dq$$

интегрируем

$$W = \frac{q^2}{2C} + const$$

Энергия незаряженного конденсатора равна нулю, поэтому const=0

Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}$$

4.4. Энергия электрического поля

Энергию конденсатора можно выразить через величины, характеризующие электрическое поле в зазоре между обкладками.

$$W=\frac{CU^2}{2}=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{2d}U^2=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{2}\left(\frac{U}{d}\right)^2 d=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}Sd$$

$V=Sd$ **– объем, занимаемый полем.**

$$W=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}V$$

Энергия конденсатора связана с зарядом на его обкладках и напряженностью поля.

Где локализована (т. е. сосредоточена) энергия? Что является носителем энергии — заряды или поле?

В пределах электростатики, дать ответ на этот вопрос невозможно. Постоянные поля и обусловившие их заряды не могут существовать обособленно друг от друга.

Изменяющиеся во времени поля могут существовать независимо от возбудивших их зарядов и распространяться в пространстве в виде электромагнитных волн.

Опыт показывает, что электромагнитные волны переносят энергию. В частности, энергия от Солнца доставляется электромагнитными (световыми) волнами.

4.4.1. Энергии электрического поля в диэлектрике

В плоском конденсаторе энергия распределена с постоянной плотностью

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$$

$$\varepsilon\varepsilon_0 E = D$$

$$w = \frac{ED}{2} = \frac{\vec{E}\vec{D}}{2}$$

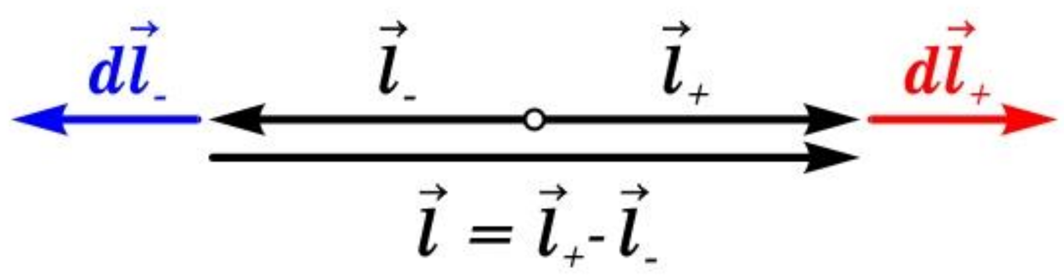
В изотропном диэлектрике векторы E и D сонаправлены.

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

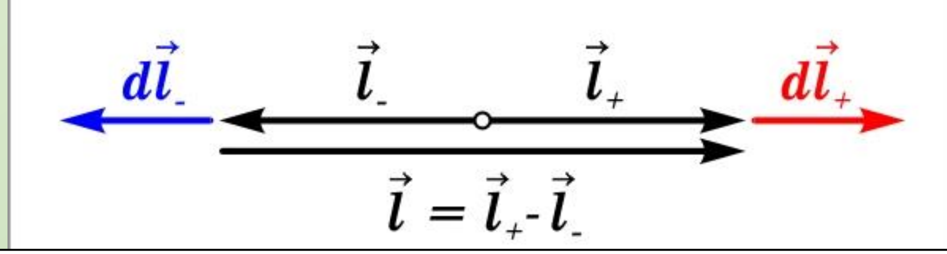
$$w = \frac{\vec{E}(\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P})}{2} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\vec{E}\vec{P}}{2}$$

- **Первое слагаемое в этом выражении совпадает с плотностью энергии электрического поля в вакууме.**
- **Второе слагаемое, представляет собой энергию, затрачиваемую на поляризацию диэлектрика.**

Доказательство: Найдем работу, которую совершает электрическое поле при поляризации единичного объема диэлектрика.



Эта работа идет на смещение зарядов ρ'_+ и ρ'_- при возрастании поля от E до $E+dE$.



$$dA = \rho'_+(\vec{E} + d\vec{E})d\vec{l}_+ + \rho'_-(\vec{E} + d\vec{E})d\vec{l}_-$$

$$dA = \rho'_+\vec{E}d\vec{l}_+ + \cancel{\rho'_+ d\vec{E}d\vec{l}_+} + \rho'_-\vec{E}d\vec{l}_- + \cancel{\rho'_- d\vec{E}d\vec{l}_-}$$

Слагаемыми второго порядка малости пренебрегаем.

$$\rho'_+ = -\rho'_-$$

$$d\vec{l} = (d\vec{l}_+ - d\vec{l}_-)$$

$$dA = \rho'_+(d\vec{l}_+ - d\vec{l}_-)\vec{E} = \rho'_+ d\vec{l}\,\vec{E}$$

$$d\vec{P} = \rho'_+ d\vec{l}$$

$$dA = \vec{E}d\vec{P}$$

$$d\vec{P} = \kappa\varepsilon_0 d\vec{E}$$

$$dA = \kappa\varepsilon_0\vec{E}d\vec{E}$$

$$dA = d\left(\kappa\varepsilon_0 E^2/2\right) = d\left(\vec{E}\vec{P}/2\right)$$

интегрируем

$$A = \vec{E}\vec{P}/2$$

Вывод: **Объемная плотность энергии** $w = \vec{E}\vec{D}/2$ **включает в себя собственную энергию поля** $\varepsilon_0 E^2/2$ **и энергию, связанную с поляризацией вещества** $\vec{E}\vec{P}/2$.

http://www.youtube.com/watch?v=4HPhCLOwAAs&list=PLWM8IO-3TQjNa2fj4KhZVDfvzQkCta97l&index=1