

### ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ №3. ДИНАМИКА ЧИСЛЕННОСТИ ПОПУЛЯЦИЙ

Популяции организмов по-разному реагируют на такие изменения условий окружающей среды, как увеличение или уменьшение количества пищи, питательных веществ почвы, температура и влажность окружающей среды (воздуха), увеличение или уменьшение территории обитания. Изменения в размерах, структуре или распределении популяций в соответствии с изменением условий окружающей среды называются динамикой популяций.

Одним из условий устойчивого существования популяции является превышение числа рожденных за единицу времени организмов  $b$  над числом умерших организмов  $d$ . Если учитывать только данные факторы, то зависимость численности популяции  $n$  от времени  $t$  описывается следующим уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = b - d \cdot n, \quad (1)$$

которое имеет решение:

$$n = n_0 \exp (b - d \cdot t), \quad (2)$$

где  $n_0$  – начальная численность популяции при  $t = 0$ .

Из решения видно, что при положительных значениях  $(b-d)$  численность популяции со временем будет неограниченно возрастать. В действительности такого не происходит, следовательно, формула (1) описывает динамику численности популяции с недостаточной точностью.

Для построения более точной математической модели динамики численности популяции необходимо учесть следующие экологические факторы:

#### 1. Факторы, влияющие на рождаемость.

а) соотношение выжившего потомства к числу родителей в конце периода размножения. Например, калифорнийские кондоры откладывают только одно яйцо, что делает их более уязвимыми к вымиранию по сравнению с такими видами, как утки, высиживающие от 8 до 15 яиц;

б) периодичность и продолжительность полного цикла размножения. Например, слон может рожать 1 детеныша в 2,5 года, а мышь луговая полевка – около десятка детенышей раз в 20-30 дней;

в) плотность популяции. Когда число особей популяции на единицу площади падает ниже определенного уровня, рождаемость снижается из-за трудностей, возникающих при поиске партнера. Аналогичная картина возникает, если плотность популяции становится слишком высокой, рождаемость также падает из-за трудностей в обеспечении пищей. Таким образом, плотность популяции поддерживается на одном и том же уровне.

#### 2. Факторы, влияющие на смертность.

а) возрастная структура популяции. При построении математической модели необходимо разделять число особей, доживших до репродуктивного возраста, и число особей, погибших ранее;

б) межвидовая конкуренция из-за пищи или других ресурсов;

в) внутривидовая конкуренция в случае скудных ресурсов;

г) поедание особей хищниками, паразитами;

д) гибель от болезней;

е) смертность из-за ухудшения среды обитания вследствие природных катаклизмов и человеческой деятельности.

В данной работе при построении модели динамики численности популяции из перечисленных факторов учтем только снижение рождаемости  $b_1$  при росте плотности популяции ( $b=b_1(K-n)$ ), т.е. примем условия окружающей среды неизменными, смертность  $d$  независимой от плотности популяции, отсутствие межвидовой конкуренции и хищников. В этом случае динамика численности популяции будет описываться следующим дифференциальным уравнением первого порядка:

$$\frac{dn}{dt} = [b_1(K-n) - d]n. \quad (3)$$

Данное уравнение решается непосредственным интегрированием и имеет общее решение вида:

$$n = \frac{K - d/b_1}{\{1 + C \exp[-tb_1(K - d/b_1)]\}}$$

где постоянная интегрирования  $C$  зависит от начальной численности популяции  $n_0$ .

$$C = \frac{K - d/b_1 - n_0}{n_0}.$$

Окончательное решение уравнения (4) записывается в виде:

$$n(t) = \frac{K - d/b_1}{1 + \frac{K - d/b_1 - n_0}{n_0} \exp[-tb_1(K - d/b_1)]}, \quad (4)$$

называется логистической кривой и имеет график, представленный на рисунке 1.

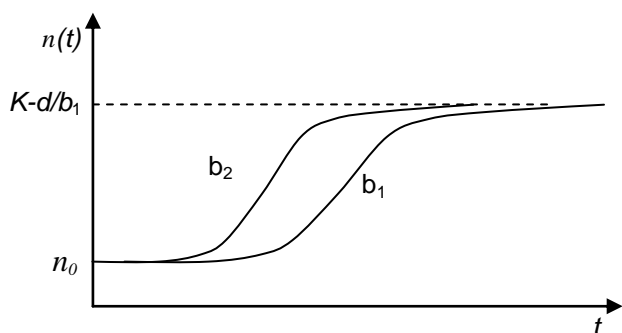


Рис. 1. Логистические кривые при различных значениях рождаемости ( $b_2 > b_1$ ).

Введенные при получении логистической кривой ограничения наиболее типичны для экологической системы, содержащей одну популяцию самоопыляющихся растений при полном отсутствии животных. Проанализируем графики рис.1 применительно к популяции растений.

Очевидно, что рост их численности ограничивается площадью пригодных для их обитания земель. Эти площади могут снижаться при засеве растениями-конкурентами других видов. При отсутствии конкурентов величина  $(K-d/b_1)$  характеризует количество площадей с условиями окружающей среды, пригодными для существования особей рассматриваемой популяции.

**Цель задания:** Исследование динамики численности популяций растений. Построение логистической кривой зависимости численности популяций от времени. Определение величин  $n_0$ ,  $K-d/b_1$ ,  $b_1$  для популяции из графиков.

**Порядок выполнения задания.**

1. Вариант выполняемого студентом задания равен его номеру в журнале учета посещаемости.
2. В таблице 1 приведены параметры роста численности популяций растений.
3. В соответствии с данными своего варианта построить график зависимости численности популяции от времени.
4. Значение численности популяции в начале эксперимента ( $t=0$ ) принимается за начальное значение  $n_0$ .
5. Конечное значение численности популяции ( $t=14$ лет) принимается за числовое значение параметра  $(K-d/b_1)$  из (4).
6. Из графика определить время  $t_1$ , через которое численность популяции достигает значения  $n_1 = (K-d/b_1 - n_0)/2$ . Зная числовые значения  $n_0$ ,  $(K-d/b_1)$ ,  $n_1$ ,  $t_1$ , вычислить рождаемость  $b_1$  из (4).
7. Записать математические модели зависимости численности популяции от времени в виде дифференциального уравнения (3) и его решения (4).

№ варианта	Наименование растения	Годы														
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	Ель	4	6	8	17	26	38	47	49	50	51	51	52	52	51	52
2	Пихта	3	4	6	7	9	12	19	28	36	45	56	58	59	60	60
3	Осина	5	7	10	15	22	36	48	55	62	65	67	68	68	69	69
4	Сосна	4	5	7	10	15	18	21	24	26	28	29	29	30	31	30
5	Кедр	3	3	4	5	7	10	16	19	24	28	31	33	34	35	35
6	Ива	6	8	12	17	24	29	33	37	40	42	44	45	46	46	46
7	Тополь	5	6	8	11	16	22	27	31	34	37	39	41	42	43	43
8	Лиственница	3	3	4	6	8	10	12	14	16	18	21	22	23	24	24
9	Береза	4	5	7	10	14	19	24	29	34	38	42	45	47	48	48
10	Верба	5	6	8	10	13	18	23	28	32	36	39	42	44	45	46
11	Ромашка	30	36	46	60	75	90	106	121	135	148	160	170	175	178	180
12	Колокольчик	30	42	63	85	101	113	122	130	135	140	142	143	144	145	144
13	Роза	10	12	15	20	25	30	35	38	40	42	43	44	44	45	44
14	Тюльпан	20	25	35	55	70	93	111	126	138	149	154	157	158	159	158
15	Крокус	25	30	39	51	66	82	98	113	125	136	145	150	153	160	160
16	Георгин	20	23	28	36	46	55	63	71	78	84	89	92	94	95	96
17	Нарцисс	20	30	45	62	80	95	107	118	127	134	139	143	145	146	146
18	Лилия	30	32	36	47	62	77	86	94	100	104	107	109	111	112	112
19	Пион	5	6	8	14	24	36	47	57	63	67	70	72	73	72	73
20	Незабудка	40	55	76	101	131	154	172	180	184	186	187	188	188	187	188

### ПРИНЦИП КОНКУРЕНТНОГО ИСКЛЮЧЕНИЯ ГАУЗЕ

Данное занятие является продолжением практического задания по исследованию динамики численности популяций. Для его выполнения необходимо построить графики изменения численности популяции во времени и вычислить параметры  $(K-d/b_1)$  и  $b$  для растения.

По полученным двум графикам (один из прошлого занятия по исследованию динамики численности популяций) динамики численности популяций можно сделать выводы о поведении растений в межвидовой конкуренции. При этом виды растений с большими значениями  $(K-d/b_1)$  приспособлены к обитанию в достаточно суровых условиях, а виды, имеющие большие значения рождаемости  $b$ , способны к быстрому захвату пустующих территорий.

При сравнении двух совместно обитающих популяций растений возможны следующие виды исхода конкурентной борьбы:

1. При  $K_2 - d_2 / b_2 > K_1 - d_1 / b_1$ ,  $b_2 > b_1$  второе из растений, называемое виолентом, вытесняет первое и долго удерживает захваченную территорию. Виоленты обладают высокой способностью к конкуренции. Примерами виолентов в Сибири являются кедр, пихта, ель, которые легко вытесняют другие растения, более светолюбивые, затеняя их мощными кронами.

2. При  $K_2 - d_2 / b_2 > K_1 - d_1 / b_1$ ,  $b_2 < b_1$  второе из растений называется пациентом. Его стратегия в межвидовой борьбе основана на способности существовать в суровых условиях, малоприспособленных для жизни других растений, и избегать конкурентной борьбы. Примерами пациентов в Сибири являются растения верховых болот – морошка, клюква, багульник.

3. При  $K_2 - d_2 / b_2 < K_1 - d_1 / b_1$ ,  $b_2 > b_1$  второе из растений называют эксплерентом. Оно имеет низкую конкурентную способность, но при большой продукции семян может быстро захватывать освобождающиеся территории. Поскольку легко вытесняется виолентами, то является кочевым. Примерами эксплерентов являются береза, иван-чай, сорняки.

Ход межвидовой конкурентной борьбы между растениями можно представить в виде системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{dn_1}{dt} = b_1 n_1 (K_1 - n_1 - n_2) - d_1 n_1 \quad (1)$$

$$\frac{dn_2}{dt} = b_2 n_2 (K_2 - n_1 - n_2) - d_2 n_2$$

Эта система дифференциальных уравнений первого порядка с нелинейной правой частью, которая решается численными методами. Решение (1) для случая вытеснения, когда одно из растений является виолентом, представлено на рис. 1.

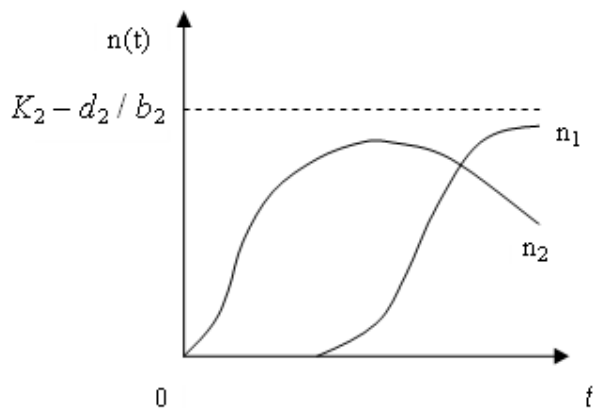


Рис. 1. График решения системы уравнений (1), иллюстрирующий процесс вытеснения первого растения вторым.

### ЗАДАЧА

Исследовать конкурентное вытеснение (принципа Гаузе) на примере двух популяций растений.

1. Для выполнения данного задания в качестве первой популяции необходимо использовать сведения и результаты предыдущего практического занятия “Динамика численности популяций”.

2. Для исследований необходимо определить численные значения параметров  $K_2 - d_2 / b_2$  и  $b_2$  для второго растения. Вариант выполняемого студентом задания равен его номеру в журнале учета посещаемости. Параметры роста численности популяции второго растения приведены в таблице 1. Методика определения параметров  $K_2 - d_2 / b_2$  и  $b_2$  приведена в практическом занятии “Динамика численности популяций”.

3. Определить к какой группе по стратегии выживания (виоленты, пациенты, эксплеренты) относятся рассмотренные на данном ( $K_2 - d_2 / b_2$  и  $b_2$ ) и предыдущем ( $K_1 - d_1 / b_1$  и  $b_1$ ) занятиях растения.

4. Описать и предсказать ход конкурентной борьбы между данными растениями.

Таблица 1

№ варианта	Наименование растения	Годы															
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
<b>Пр.</b>	<b>Растение</b>	<b>15</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>19</b>	<b>22</b>	<b>26</b>	<b>30</b>	<b>33</b>	<b>36</b>	<b>39</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	
1	Пион	5	6	8	14	24	36	47	57	63	67	70	72	73	72	73	
2	Незабудка	40	55	76	101	131	154	172	180	184	186	187	188	188	187	188	
3	Ель	4	6	8	17	26	38	47	49	50	51	51	52	52	51	52	
4	Пихта	3	4	6	7	9	12	19	28	36	45	56	58	59	60	60	
5	Осина	5	7	10	15	22	36	48	55	62	65	67	68	68	69	69	
6	Сосна	4	5	7	10	15	18	21	24	26	28	29	29	30	31	30	
7	Кедр	3	3	4	5	7	10	16	19	24	28	31	33	34	35	35	
8	Ива	6	8	12	17	24	29	33	37	40	42	44	45	46	46	46	
9	Тополь	5	6	8	11	16	22	27	31	34	37	39	41	42	43	43	
10	Лиственница	3	3	4	6	8	10	12	14	16	18	21	22	23	24	24	
11	Береза	4	5	7	10	14	19	24	29	34	38	42	45	47	48	48	
12	Верба	5	6	8	10	13	18	23	28	32	36	39	42	44	45	46	
13	Ромашка	30	36	46	60	75	90	106	121	135	148	160	170	175	178	180	
14	Колокольчик	30	42	63	85	101	113	122	130	135	140	142	143	144	145	144	
15	Роза	10	12	15	20	25	30	35	38	40	42	43	44	44	45	44	
16	Тюльпан	20	25	35	55	70	93	111	126	138	149	154	157	158	159	158	
17	Крокус	25	30	39	51	66	82	98	113	125	136	145	150	153	160	160	
18	Георгин	20	23	28	36	46	55	63	71	78	84	89	92	94	95	96	
19	Нарцисс	20	30	45	62	80	95	107	118	127	134	139	143	145	146	146	
20	Лилия	30	32	36	47	62	77	86	94	100	104	107	109	111	112	112	