Математика в средние века

История и методология прикладной математики и информатики

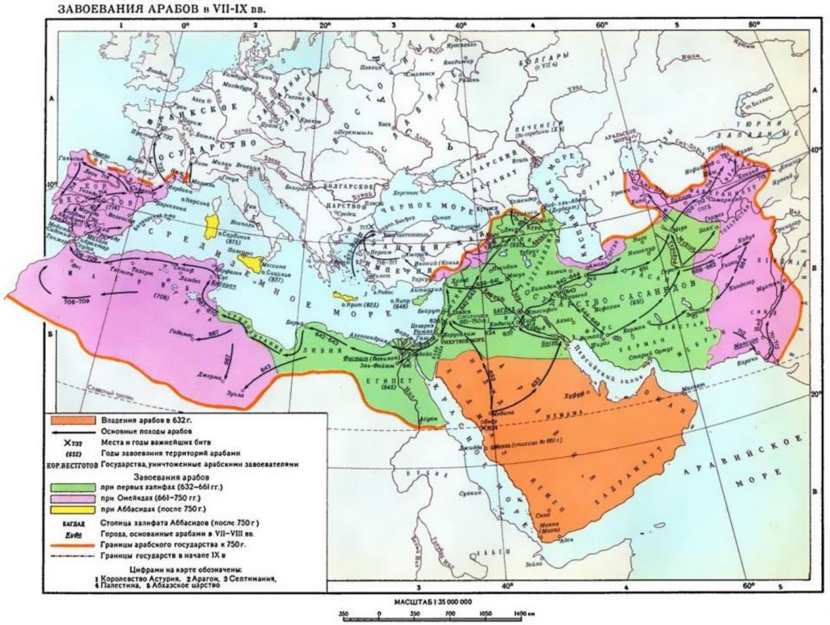
Ю.Б.Буркатовская, доцент ОИТ

Математика Востока

- **Византия (Восточная Римская империя)**
- Образовалось в 395 г., столица – Константинополь
- Расцвет – при Юстиниане (VI в.)
- Существовало до XV века, в 1453 г. Константинополь был взят турками.
- Греческая наука и культура все еще оказывали большое влияние до конца VII века, когда начались завоевательные арабские войны.

Математика Востока

- **Халифат (632–1258)**
- Арабы захватили огромные территории в Западной и Средней Азии, Западной Римской империи.
- Возникла средневековая арабская культура – результат ассимиляции культуры завоевателей и покоренных народов.
- Развитие науки, в государственном аппарате посвились ученые, строятся библиотеки и обсерватории.



Математика Востока

- **С начала IX века начинается перевод на арабский язык наследия покоренных народов**
- Многие греческие труды известны по арабским переводам.
- Основные достижения математики Востока периода Средневековья:
    - Распространение позиционной десятичной системы счисления (Индия), десятичные дроби, арабские цифры (индийские);
    - Дальнейшее развитие алгебры и формирование ее как самостоятельной дисциплины;
    - Установление основных тригонометрических функций, правил решения треугольников, формирование плоской и сферической тригонометрии как самостоятельной дисциплины.

Математика Востока

- **Аль-Хорезми (Хива, ок. 787–850)**
- Родина аль-Хорезми — Хорезм, включавший современный Узбекистан и часть Туркмении.
- Работал в «Доме мудрости» в Багдаде, столице арабского халифата.
- *Книга об индийской арифметике*
- *Краткая книга об исчислении алгебры и алмукабалы*;
- *Астрономические таблицы*
- *Книга картины Земли*
- *Книга о построении астролябии*;
- *Книга о действиях с помощью астролябии*;
- *Книга о солнечных часах*;
- *Трактат об определении эры евреев и их праздниках*
- *Книга истории*.

Математика Востока

- **Аль-Хорезми (Хива, ок. 787–850)**
- Сочинение об арифметике «*Алгоризми об индийском числе*» – переведено на латынь в XII веке, единственная рукопись хранится в Кембридже, арабский текст утерян.
- Первый источник знакомства европейских ученых с позиционной десятичной системой.
- Имя автора стало нарицательным – средневековые европейские математики так называли арифметику, основанную на десятичной позиционной системе счисления.
- **Алгоритм** – означает предписание, задающее процесс вычислений, начинающийся с произвольных исходных данных и направленный на получение результата, полностью определяемого этими исходными данными.

Математика Востока

- **Аль-Хорезми (Хива, ок. 787–850)**
- Сочинение об алгебре «*Книга об операциях аль-джебр и аль-мукабала*» – переведено на латынь.
- **Аль-джебр** – перенос члена уравнения из одной стороны в другую (дало название науки **алгебре**).
- **Аль-мукабала** – приведение подобных.
  - Теоретическая часть – теория решения линейных и квадратных уравнений, некоторые вопросы геометрии.
  - Практическая часть – применение алгебраических методов в решении хозяйственно-бытовых, торговых и юридических задач – дележ наследства, составление завещаний, раздел имущества, различные сделки, измерение земель, строительство каналов.

Математика Востока

- **Аль-Хорезми (Хива, ок. 787–850)**
- Зиджи – сборники астрономических и тригонометрических таблиц (в то время тригонометрия была частью астрономии), с помощью этих таблиц вычислялись положения светил на небесной сфере, солнечные и лунные затмения, они служили и для измерения времени.
- К числу первых зиджей относится зидж Аль-Хорезми, который начинался разделом о хронологии и календаре –разные народы в разное время пользовались различными календарями, а при наблюдениях важна датировка.
- Он впервые на арабском языке описал известную к тому времени обитаемую часть Земли, дал карту с координатами важнейших населенных пунктов, с морями океанами, горами, реками.
- Под его руководством была вычислена (очень точно по тем временам) длина одного градуса земного меридиана.

Математика Востока

- **Омар Хайям (Самарканд, 1048–1131)**
- Известен как поэт, автор «Рубаи», переведены на английский язык в XIX в.
- В истории науки был период, когда поэта Хайяма и математика Хайяма считали разными людьми.

Чтоб мудро жизнь прожить, знать надобно немало,

Два важных правила запомни для начала:

Ты лучше голодай, чем что попало есть,

И лучше будь один, чем вместе с кем попало.

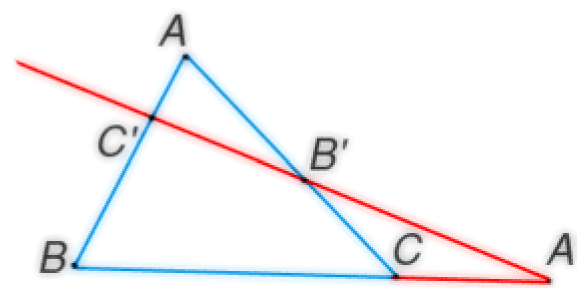
Математика Востока

- **Омар Хайям (Самарканд, 1048–1131)**
- Трактат «О доказательствах задач аль-джабры и аль-мукабалы» (ок. 1069).
- Первым среди математиков создал теорию решения уравнений до третьей степени включительно и дал общую классификацию всех уравнений. Использует геометрический подход, привлекает теорию конических сечений.
- «Ключ к трудным местам Евклида» содержит изучение проблемы V постулата Евклида.
- Ревизия солнечного календаря (1079 г.), отменен в Иране в 1976 г., погрешность 19 секунд в год, точнее текущего на 7 секунд.

Математика Востока

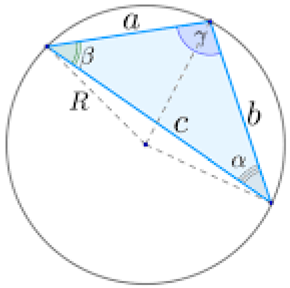
- **Насир ад-Дин Туси (Абу Джафар Мухаммед ибн Мухаммед ибн Хасан Насирэддин ат-Туси) (1201–1274)**
- «Трактат о полном четырёхстороннике» (в другом переводе — «Трактат о фигуре секущих»).
- В I книге изложена теория составных отношений. Расширенное понятие числа, которое определяется как отношение, рациональное или иррациональное.
- Во II книге даются доказательства различных случаев теоремы Менелая.

$$\frac{AB'}{B'C} \cdot \frac{CA'}{A'B} \cdot \frac{BC'}{C'A} = -1$$



Математика Востока

- **Насир ад-Дин Туси (1201–1274)**
- В III книге – понятия синуса и косинуса дуги и доказывается ряд теорем плоской тригонометрии; в частности, здесь рассматриваются правила решения плоских треугольников и дано доказательство плоской теоремы синусов.
- Книга IV посвящена доказательству различных случаев теоремы Менелая для сферической фигуры секущих.
- В V книге рассматриваются приемы решения задач сферической тригонометрии с помощью теорем, «заменяющих фигуру секущих», — теоремы тангенсов и теоремы синусов.



$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$$

R – радиус описанной около треугольника окружности.

Математика Востока

- **Аль-Каши (Гияс ад-Дин Джамшид ибн Масуд аль-Каши) (1380–1429 или 1436) (Самарканд)**
- Первый директор знаменитой обсерватории Улугбека.
- В трактате *«Об окружности»* число Пи он вычислил с точностью до 16 десятичного знака после запятой (ни один математик не достиг такой точности вплоть до конца XVI в.). Для этого он вычислил сторону правильного многоугольника с числом сторон $3 \cdot 2^{28}$ (примерно 800 млн.)
- Впервые применил итерационный метод для решения кубического уравнения.

Математика Востока

- **Аль-Каши (1380–1429 или 1436)**
- В обсерватории Улугбека составлялись таблицы синусов с шагом $1°$ и с точностью до 9 знака.
- Необходимо знать $\sin 1°$ с еще большей точностью.
- Вычислялись $\sin 72°$ (угол в правильном пятиугольнике), $\sin 60°$, затем $\sin 12° = \sin(72° - 60°)$, и $\sin 3° = \sin(12°/4)$.
- *Теорема Птомелея*: произведение диагоналей вписанного четырехугольника равно сумме попарных произведений сторон, отсюда $4(\sin\alpha)^3 + \sin 3\alpha = 3\sin\alpha$.
- Положим $\alpha = 1°$, $x = 60\sin 1°$, приходим к уравнению $x^3 + Q = Px$, где $Q = 15 \cdot 3600 \cdot \sin 3° = 2826{,}141637118967$, $P = 2700$.
- **Метод итераций** $x_{n+1} = \left((x_n)^3 + Q\right)/P$, $x_0 = 0$.
- В результате $\sin 1° = 0{,}0174524064372809$ (неверны две последние цифры).

Математика Востока

- **Современное применение метода итераций: принцип сжимающих отображений**
- Пусть D – оператор, вообще говоря, нелинейный, действующий $D: B \to B,$ где B – банахово (полное нормированное) пространство. Оператор D называется *сжимающим отображением*, если существует константа q: $0 \leq q < 1$, такая, что для любых $x_1, x_2 \in B$ имеет место неравенство $\|Dx_1 - Dx_2\| \leq q\|x_1 - x_2\|$.
- Элемент y называется неподвижной точкой оператора D , если $Dy = y$.
- **Теорема о неподвижной точке.** Пусть D – сжимающее отображение. Тогда существует, и притом единственная, точка $y \in B$ такая, что $Dy = y$. Эта точка может быть найдена методом последовательных приближений: $y_{n+1} = Dy_n$, где $y_0 \in B$ – произвольная фиксированная точка из B (начальное приближение), причем $y_n \to y$: $y = Dy$.

Математика Востока

- **Современное применение метода итераций: принцип сжимающих отображений**
- Алгебраические уравнения:
$$x = f(x), F(x) = 0.$$
- Системы линейных уравнений:
$$x_i = \lambda \sum_{k=0}^{n} a_{ik} x_k + b_i \,, i = \overline{1, n}.$$
- Интегральные уравнения Фредгольма:
$$\varphi(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)\varphi(t)dt + f(x)$$
- Интегральные уравнения Вольтерра:
$$\varphi(x) = \lambda \int_a^x K(x,t)\varphi(t)dt + f(x).$$
- Дифференциальные уравнения:
$$\frac{dy}{dx} = f(x,y).$$
- Системы интегральных и дифференциальных уравнений.

Математика Востока

- **Аль-Каши (1380–1429 или 1436)**
- Ввел десятичные дроби (на 175 лет раньше, чем в Европе).
- Использовал также шестидесятиричные дроби, для сложных астрономических вычислений.
- Опубликовал руководство для перевода из десятичной в шестидесятиричную систему.
- Знал метод вычисления значений полиномов высших степеней (схема Горнера).
- Умел извлекать корни высокого порядка.

Математика Европы до эпохи Возрождения

- Западная Римская империя просуществовала недолго (до V века).
- В Европе стали формироваться национальные государства и складываться феодальные отношения.
- В VII веке арабы захватили византийские земли, в результате были нарушены связи Европы со Средним и Дальним Востоком.
- В науке Европы наступил застой с VI века до эпохи Возрождения.
- *«Век разума сменяется веками непробудного умственного сна, продолжавшегося почти без перерыва полторы тысячи лет. В истории человечества не найти более грандиозного и ужасающего по своим проявлениям бедствия, чем это»*

В.А.Стеклов. Математика и ее значение для человечества

Математика Европы до эпохи Возрождения

- Единственными хранителями научных знаний были ученые-монахи.
- *«До чего дошло отупение людей можно судить по тому, что даже через 7 веков после Р.Х. чудом учености в Европе считался монах Беда за то только, что он был единственным человеком, понимавшим четыре правила арифметики и способным применять их на практике. И это более, чем через тысячу лет после евклидовых «Начал» и великих открытий Архимеда, который дерзал сосчитать число песчинок на дне океана, и даже во всей Вселенной, т.е. в шаре, центр которого находится в центре Земли, а радиус равен расстоянию от Земли до Сириуса»*

  В.А.Стеклов. Математика и ее значение для человечества
- *«В мире есть много трудных вещей, но нет ничего труднее, чем четыре действия арифметики»*

  Беда Достопочтенный, английский монах, философ и историк

Математика Европы до эпохи Возрождения

- XV–XVI вв. – начало перехода от феодализма к капитализму, расцвет культуры и науки, становление производства.
- Торговля коммерческих городов с арабским миром, зучение культуры.
- Марко Поло (Венеция, 1254–1324) – итальянский купец и путешественник, автор «Книги о разнообразии мира», путешествовал в Китай.
- 1085 г. – Толедо отвоеван христианами у мусульман, ученые стремятся туда для знакомства с арабской математикой.
- Перевод математических рукописей на латинский язык.

Математика Европы до эпохи Возрождения

- **Организация учебных заведений (с XI века).**
- Франция, школа создана монахом Гербертом (будущий Папа Римский Сильвестр II), Хвек, обучение в основном технике счета.
- Университеты (с XII века):
  - Италия (Болонья, Салерно)
  - Англия (Оксфорд, Кембридж)
  - Франция (Париж)
- Сначала университеты подчинялись церкви и имели единую структуру, независимо от страны, обучение на латыни.
  - Первый цикл: грамматика, риторика, диалектика.
  - Второй цикл: арифметика, геометрия, астрономия, музыка.
  - Обучение по специальности: богословский, юридический, медицинский факультеты.

Математика Европы до эпохи Возрождения

- **Переход университетов под контроль государства (с XVI века).**
- Стипендии малообеспеченным студентам, переход профессоров на обеспечение государства.
- Отказ от латинского, преподавание на родном языке.
- Основные дисциплины – естественнонаучные, математические, правовые, исторические.
- Внедрение научных исследований.
- Эти принципы лежат в основе современной концепции университета.

Математика Европы до эпохи Возрождения

- **Переход университетов под контроль государства (с XVI века).**
- Стипендии малообеспеченным студентам, переход профессоров на обеспечение государства.
- Отказ от латинского, преподавание на родном языке.
- Основные дисциплины – естественнонаучные, математические, правовые, исторические.
- Внедрение научных исследований.
- Эти принципы лежат в основе современной концепции университета.

Математика Европы до эпохи Возрождения

- **Леонардо Фиббоначчи (Пиза, ок. 1170–1250)**
- Сын богатого купца, изучал математику в Алжире по желанию отца.
- **«Практика геометрии»** – изложение результатов Евклида, аль-Хорезми, Архимеда, и др.

- **«Книга абака»**
- **Глава I** вводит арабо-индийские цифры, сразу описывает алгоритм умножения и показывает, как преобразовать числа из римской системы в арабскую. Вводит как самостоятельное число ноль.
- **Глава II** содержит многочисленные практические примеры денежных расчётов.
- **Глава III** излагаются разнообразные математические задачи, например, китайская теорема об остатках, совершенные числа, прогрессии.
- В **главе IV** даются методы приближённого вычисления и геометрического построения корней и других иррациональных чисел.
- В **VI и VII главе** – действия над обыкновенными дробями.
- В **VIII—X главах** изложены приёмы решения задач коммерческой арифметики, основанные на пропорциях.

Математика Европы до эпохи Возрождения

- **Леонардо Фиббоначчи (Пиза, ок. 1170–1250)**
- **«Книга абака»**
- В **XII главе** приводятся задачи на суммирование рядов — арифметической и геометрической прогрессий, ряда квадратов и, впервые в истории математики, возвратного ряда, приводящего к последовательности так называемых чисел Фибоначчи (задача о кроликах).
- В **XIII главе** излагается правило двух ложных положений и ряд других задач, приводимых к линейным уравнениям.
- В **XIV главе** Леонардо на числовых примерах разъясняет способы приближённого извлечения квадратного и кубического корней.
- В **XV главе** собран ряд задач на применение теоремы Пифагора и большое число примеров на квадратные уравнения.
- «*„Книга абака“ резко возвышается над европейской арифметико-алгебраической литературой XII—XIV веков разнообразием и силой методов, богатством задач, доказательностью изложения… Последующие математики широко черпали из неё как задачи, так и приёмы их решения*».

А.П.Юшкевич.

Математика Европы до эпохи Возрождения

- **Никола́й Оре́м**, или **Никола́й Оре́змский** (*Nicolas Oresme, Nicholas Oresme, Nicole Oresme*; до 1330 г., Нормандия — 11 июля 1382, Лизьё, Франция). Профессор Парижского университета.
- Признавал возможным в науке рассмотрение и обсуждение альтернативных решений.
- В **«Книге о небе и мире»** (*Traité du ciel et du monde*) он обсуждает вопрос о возможности объяснения суточного вращения небесной сферы вращением Земли вокруг оси, в противовес постулату Аристотеля о вращении Неба.
- «*Если бы человек, оказавшийся на небе и увлекаемый его суточным движением, мог ясно видеть Землю и её горы, долины, реки, города и замки, то ему показалось бы, что земля вращается суточным вращением, точно так же, как нам на земле кажется, что небеса движутся*».
- «*Подобным образом, если бы воздух был закрыт в движущемся судне, то человеку, окружённому этим воздухом, показалось бы, что воздух не движется*»
- Тем не менее, окончательный вердикт Орема о возможности вращения Земли был отрицательным.

Математика Европы до эпохи Возрождения

- **Никола́й Оре́м**.
- **«Вычисление пропорций»** (*Algorismus proportionum*). В этой работе он впервые использовал степени с дробными показателями и фактически вплотную подошёл к идее логарифмов.
- **«Вопросы по геометрии Евклида»** (*Questiones super geometriam Euclidis*). Помимо геометрических вопросов, Орем исследует бесконечные ряды и прогрессии, приводит остроумное доказательство расходимости гармонического ряда.
- **«Трактат о конфигурации качеств»** (*De configuratione qualitatum*) содержит первые примеры геометрической фигуры, имеющей бесконечную протяжённость, но тем не менее конечную площадь. Спустя три века теорию таких фигур начали строить Ферма и Торричелли.

Математика Европы до эпохи Возрождения

- **Региомонта́н** (лат. *Regiomontanus*, подлинное имя — **Иоганн Мюллер**) (6 июня 1436, Кёнигсберг Баварский, Священная Римская империя — июля 1476, Рим, Священная Римская империя)
- **«О всех видах треугольников»** (1462—1464). Это был первый труд в Европе, в котором тригонометрия рассматривалась как самостоятельная дисциплина.
  - **Первая книга** этого сочинения посвящена решению плоских треугольников.
  - **Во второй книге** вводится теорема синусов для плоских треугольников и рассматривается ряд задач о плоских треугольниках, приводящих к квадратным уравнениям.
  - **Третья книга** излагает основы сферической геометрии. Её содержание в значительной мере совпадает со «Сферикой» Менелая и с аналогичными работами арабоязычных авторов.
  - Центральной теоремой **четвёртой книги** является сферическая теорема синусов.
  - В **пятой книге** доказывается теорема, эквивалентная сферической теореме косинусов.
  - **Две последние книги** в основном опираются на работы математиков стран ислама, таких как ал-Баттани и ат-Туси.
- Семизначные таблицы синусов с шагом 1′ и таблицы тангенсов.

Математика Европы эпохи Возрождения

- **Общее решение кубических уравнений.**
- Ранее решались лишь частные случаи. В Болонском университете была разработана общая теория.
- **Сципио́н дель Фе́рро** (итал. *Scipione del Ferro*, 1465 — 1526).
- Уравнения можно свести к трем типам:

$$x^3 + px = q \,, \quad x^3 = px + q, x^3 + q = px, \text{ где } p, q > 0.$$

Для первого типа:

$$x = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

- Дель Ферро решил эти уравнения, но нигде не опубликовал свой метод решения, собираясь выступить на математическом диспуте, до которого не дожил.

Математика Европы эпохи Возрождения

- **Общее решение кубических уравнений.**
- **Никкóло Тартáлья** (итал. *Niccolò Tartaglia*, 1499—1557) .

$$x^3 + px = q$$

Подстановка: $x = \sqrt[3]{u} - \sqrt[3]{v}$.

Приходим к соотношению:

$$u - v - 3\sqrt[3]{uv}(\sqrt[3]{u} - \sqrt[3]{v}) + p(\sqrt[3]{u} - \sqrt[3]{v}) - q = 0.$$

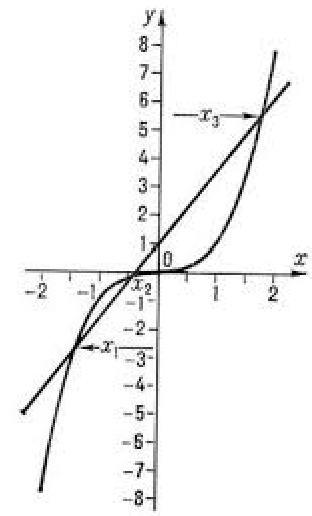
Положим $\sqrt[3]{uv} = p$, приходим к системе

$$u - v = q, uv = (p/3)^3.$$

Задача сведена к решению квадратного уравнения, решение:

$$u = \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3} + \frac{q}{2}, v = \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3} - \frac{q}{2}, x = \sqrt[3]{u} - \sqrt[3]{v}.$$

Математика Европы эпохи Возрождения



- **Общее решение кубических уравнений.**
- **Никко́ло Тарта́лья** (1499—1557) .

$$x^3 = px + q$$

Подстановка: $x = \sqrt[3]{u} + \sqrt[3]{v}$.

Задача сведена к решению квадратного уравнения, решение:

$$u = \frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3}, v = \frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3} - \frac{q}{2}, x = \sqrt[3]{u} + \sqrt[3]{v}.$$

Проблема: отрицательное число под корнем, но решение существует.

Результат: позже возникла теория комплексных чисел.

Математика Европы эпохи Возрождения

- **Общее решение кубических уравнений.**
- **Никкóло Тартáлья** (1499—1557) .
- **«Nuova scienza» –**
  - впервые рассматривает вопрос о траектории выпущенного снаряда, причём утверждает, что траектория эта на всём её протяжении есть кривая линия, между тем как до него учили, что траектория снаряда состоит из двух прямых, соединённых кривой линией;
  - тут же он показывает, что наибольшая дальность полёта соответствует углу в 45°;
  - кроме того, в этой книге рассматриваются различные вопросы об измерении поверхности полей.

Математика Европы эпохи Возрождения

- **Общее решение кубических уравнений.**
- **Джеро́ламо Карда́но** (1501— 1576), профессор университета в Милане. Математик, инженер, философ, врач и астролог.
- В его честь названы формулы решения кубического уравнения, карданов подвес, карданный вал и решётка Кардано.
- *«Сципион дель Ферро открыл формулу, согласно которой куб неизвестного плюс неизвестное равен числу. Это была очень красивая и замечательная работа… Соревнуясь с ним, Никколо Тарталья из Брешии, наш друг, будучи вызван на состязание с учеником дель Ферро по имени Антонио Марио Фиоре, решил, дабы не быть побежденным, ту же самую проблему и после долгих просьб передал её мне.»*

Джелорамо Кардано, **«Великое искусство»**

- Кардано также обнаружил, что кубическое уравнение может иметь три вещественных корня (этот факт остался незамеченным даже в трудах Омара Хайяма), причём сумма этих корней всегда равна коэффициенту при x^2 с противоположным знаком (одна из формул Виета).
- Ученик Кардано Феррари дал решение уравнения четвертой степени.

Математика Европы эпохи Возрождения

- **Рафаэль Бомбелли** (ок. 1526, — 1572) — итальянский математик, инженер-гидравлик.
- **«Алгебра»** (*L'Algebra*), написана около 1560 года и издана в 1572 году.
- Бомбелли, первый в Европе, свободно оперирует с отрицательными числами, приводит правила работы с ними, включая *правило знаков* для умножения.
- Он также первым оценил пользу комплексных чисел, в частности для решения уравнений третьей степени по формулам Кардано.
- **Пример.** $x^3 = 15x + 4$ имеет корень $x = 4$, однако по формулам Кардано
$$x = \sqrt[3]{2 + 11i} + \sqrt[3]{2 - 11i}.$$
- Бомбелли обнаружил, что $\sqrt[3]{2 \pm 11i} = 2 \pm i$ откуда $x = 2 + i + 2 - i = 4$. Он подчеркнул, что в подобных (*неприводимых*) случаях комплексные корни всегда сопряжены, поэтому и получается вещественный корень. Его разъяснения положили начало успешному применению в математике комплексных чисел.
- Правда, полное исследование требовало умения извлекать корни из комплексных чисел, а этого умения у Бомбелли ещё не было. Полностью проблему решил де Муавр в XVIII веке.

Математика Европы эпохи Возрождения

- **Рафаэль Бомбелли** (ок. 1526 — 1572)
- **Цепные дроби** (для извлечения корней из целых чисел)
- $\sqrt{n} = a \pm r,\ 0 < r < 1.$
- Отсюда $r = \frac{|n-a|^2}{2a \pm r}$.
- Получаем разложение $\sqrt{n} = a \pm \cfrac{|n-a|^2}{2a \pm \cfrac{|n-a|^2}{2a \pm \cfrac{|n-a|^2}{2a \pm \cdots}}}$.
- **Пример.** $\sqrt{13}$: $3\frac{2}{3}, 3\frac{3}{5}, 3\frac{20}{33}, \ldots$
- Бомбелли занимался древними задачами **удвоения куба** и **трисекции угла** и сумел доказать, что их можно свести к решению кубического уравнения.

Математика Европы эпохи Возрождения

- **Франсуа Виет** (ок. 1540 — 1603)
- Отец Виета был прокурором. Сын выбрал профессию отца и стал юристом, окончив университет в Пуату.
- В 1560 году двадцатилетний адвокат начал свою карьеру в родном городе, но через три года перешел на службу в знатную гугенотскую семью де Партене. Он стал секретарем хозяина дома и учителем его дочери – двенадцатилетней Екатерины. Именно преподавание пробудило в молодом юристе интерес к математике.
- Когда ученица выросла и вышла замуж, Виет не расстался с ее семьей и переехал с нею в Париж, где ему было легче узнать о достижениях ведущих математиков Европы. Он общался с видным профессором Сорбонны Рамусом, с крупнейшим математиком Италии Рафаэлем Бомбелли вел дружескую переписку.
- В 1571 году Виет перешел на государственную службу, став советником парламента, затем советником короля Франции Генриха III.

Математика Европы эпохи Возрождения

- **Франсуа Виет** (ок. 1540 — 1603)
- В ночь на **24 августа 1572 года** в Париже произошла массовая резня гугенотов католиками, так называемая Варфоломеевская ночь. В ту ночь вместе со многими гугенотами погибли муж Екатерины де Партене и математик Рамус. Во Франции началась гражданская война.
- Через несколько лет Екатерина де Партене снова вышла замуж. На сей раз ее избранником стал один из видных руководителей гугенотов — принц де Роган. По его ходатайству в 1580 году Генрих III назначил Виета на важный государственный пост рекетмейстера, который давал право контролировать от имени короля выполнение распоряжений в стране и приостанавливать приказы крупных феодалов.
- Находясь на государственной службе, Ф. Виет оставался ученым. Он прославился тем, что сумел расшифровать код перехваченной переписки короля Испании с его представителями в Нидерландах, благодаря чему король Франции был полностью в курсе действий своих противников. Код был сложным, содержал до 600 различных знаков, которые периодически менялись. Испанцы не могли поверить, что его расшифровали, и обвинили французского короля в связях с нечистой силой.
- В 1584 году по настоянию Гизов Виета отстранили от должности и выслали из Парижа. Ученый поставил своей целью создание всеобъемлющей математики, позволяющей решать любые задачи.

Математика Европы эпохи Возрождения

- **Франсуа Виет** (ок. 1540 — 1603)
- *«…должна существовать общая, неизвестная еще наука, обнимающая и остроумные измышления новейших алгебраистов, и глубокие геометрические изыскания древних».*
- **«Введение в аналитическое искусство» (1591)** преобразование алгебры в мощное аналитическое исчисление.
- *«Все математики знали, что под алгеброй и алмукабалой... скрыты несравненные сокровища, но не умели их найти. Задачи, которые они считали наиболее трудными, совершенно легко решаются десятками с помощью нашего искусства...»*
  - Усовершенствование алгебраической символики
  - Теория решения уравнений
  - Расширение применения алгебры в геометрии и тригонометрии в алгебре
  - Развитие тригонометрии.

Математика Европы эпохи Возрождения

- **Франсуа Виет** (ок. 1540 — 1603)
- Виет разработал символику, в которой, кроме символов переменных, впервые вводились символы для произвольных величин, т.е. параметров. Виет ввёл термин «коэффициент».
- Впервые стало возможным записывать уравнения и их свойства с помощью формул.
- Виет показал, что, оперируя символами, можно получить результат, который применяется к любым величинам, т.е. доказал, что возможно решение задачи в общем виде.
- Изучал не числа, а действия над ними.

$$A\ cubus + B\ planum\ 3\ in\ A\ aequatur\ D\ solidum\ 2.$$
$$A^3 + 3B^2A = 2D^2$$

Математика Европы эпохи Возрождения

- **Франсуа Виет** (ок. 1540 — 1603)
- Формулы Виета
- *«Если B+D, умноженное на A, минус A в квадрате равно BD, то A равно B или A равно D»*
- $x^2 + px + q = 0$: $x_1 x_2 = q, x_1 + x_2 = -p$, обобщение для многочленов любой степени.
- Виет не вводил отрицательных и комплексных чисел, но построил своеобразное исчисление треугольников, равносильное исчислению комплексных чисел.
- Операции построения по двум данным треугольникам третьего треугольника, как было установлено позже, отвечают операциям умножения и деления комплексных чисел.

Математика Европы эпохи Возрождения

- **Франсуа Виет** (ок. 1540 — 1603)
- Обошел трудности неприводимого случая Тартальи и Кардано. Уравнение сводится к $x^3 - 3x = a,$ далее преобразуется к уравнению, дающему решение задачи о трисекции угла.

$$\left(2\cos\frac{\alpha}{2}\right)^3 - 3\left(2\cos\frac{\alpha}{2}\right) = 2\cos\alpha$$

- $\sin mx, \cos mx$

$$\cos m\alpha = \cos^m\alpha - \frac{m(m-1)}{1\cdot 2}\cos^{m-2}\alpha\sin^2\alpha + \cdots$$

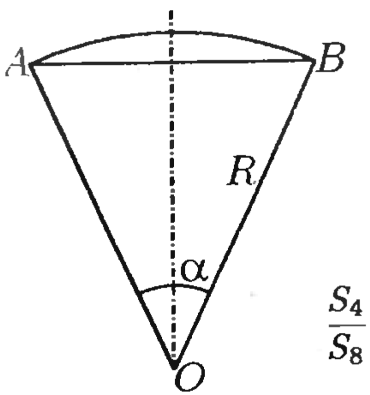
$$\cos m\alpha = 2\cos\alpha\cos(m-1)\alpha - \cos(m-2)\alpha$$

- При составлении обширных таблиц тригонометрических функций Виет с большим искусством применил десятичные дроби.

Математика Европы эпохи Возрождения

- **Франсуа Виет** (ок. 1540 — 1603)
- Виет вычислил число π до 18-го знака после запятой (из них 11 знаков оказались верными).
- Это был первый случай использования бесконечных произведений, которыми спустя почти два столетия блестяще пользовался Леонард Эйлер.

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} R^2 \sin\alpha = R^2 \sin\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\alpha}{2}$$



$$S_n = nR^2 \sin\frac{\pi}{n} \cos\frac{\pi}{n}, \quad S_{2n} = 2n\frac{1}{2} R^2 \sin\frac{\alpha}{2} = nR^2 \sin\frac{\pi}{n}$$

$$\frac{S_n}{S_{2n}} = \cos\frac{\pi}{n}$$

$$\frac{S_4}{S_8} \cdot \frac{S_8}{S_{16}} \cdot \frac{S_{16}}{S_{32}} \cdot \dots = \frac{S_4}{S_\infty} = \frac{2R^2}{\pi R^2} = \frac{2}{\pi} = \cos\frac{\pi}{4} \cdot \cos\frac{\pi}{8} \cdot \cos\frac{\pi}{16} \cdot \dots$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)} \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{1}{2}}\right)}\right)} \cdot \dots$$

Математика Европы эпохи Возрождения

- **Франсуа Виет** (ок. 1540 — 1603)
- В 1579 г. учёный издал **«Математический канон»**, который содержал таблицы синусов, косинусов, тангенсов, котангенсов, секансов и косекансов.
- Виет решил знаменитую задачу, сформулированную геометром Древней Греции Аполлонием Пергским. По условию этой задачи надо было построить на плоскости окружность, касающуюся к трем данным окружностям, лежащим в этой же плоскости. Виет опубликовал красивое решение этой задачи, использующее лишь циркуль и линейку.
- Виет разработал метод приближённого решения алгебраических уравнений с числовыми коэффициентами, который применялся до конца 17 ст., пока Ньютон не нашёл более совершенный метод.