

Задания для типовых расчетов

Задача 1

Дана система линейных уравнений. Исследуйте данную систему на совместность и в случае совместности решите ее 1) по формулам Крамера; 2) методом Гаусса, 3) матричным методом.

$$2.1 \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6; \end{cases}$$

$$1.2 \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3; \end{cases}$$

$$1.3 \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3; \end{cases}$$

$$1.4 \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7; \end{cases}$$

$$1.5 \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9; \end{cases}$$

$$1.6 \begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5; \end{cases}$$

$$1.7 \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 9, \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12; \end{cases}$$

$$1.8 \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 33, \\ 7x_1 - 5x_2 = 24, \\ 4x_1 + 11x_3 = 39; \end{cases}$$

$$1.9 \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12, \\ 7x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -33, \\ 4x_1 + x_3 = -7; \end{cases}$$

$$1.10 \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = 6, \\ 5x_2 + 4x_3 = -20, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -22; \end{cases}$$

$$1.11 \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10; \end{cases}$$

$$1.12 \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 12, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1; \end{cases}$$

$$1.13 \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8; \end{cases}$$

$$1.14 \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4; \end{cases}$$

$$1.15 \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 11, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22; \end{cases}$$

$$1.16 \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15; \end{cases}$$

$$1.17 \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3; \end{cases}$$

$$1.18 \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9; \end{cases}$$

$$1.19 \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19; \end{cases}$$

$$1.20 \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = -11, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16; \end{cases}$$

$$1.21 \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 9, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 11, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 19; \end{cases}$$

$$1.22 \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1; \end{cases}$$

$$1.23 \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 16, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8; \end{cases}$$

$$1.24 \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 14, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -16, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -8; \end{cases}$$

$$1.25 \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$$

Задача 2.a

Дана система линейных уравнений. Исследуйте данную систему на совместность. Найдите общее решение системы и какое-либо частное ее решение.

$$2.1. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 5, \\ x_1 + x_2 - 5x_3 - 2x_4 = -5, \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 5; \end{cases}$$

$$2.2. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_4 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + x_4 = 2, \\ -x_2 + 2x_3 + x_4 = -2; \end{cases}$$

$$2.3. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_5 = 3, \\ 2x_1 - 5x_2 + 7x_3 - 14x_4 - x_5 = -8, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 6; \end{cases}$$

$$2.4. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = -2, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 + 2x_5 = -1; \end{cases}$$

$$2.5. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 2x_4 = 2, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4, \\ 5x_1 + 7x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 6; \end{cases}$$

$$2.6. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 - 2x_4 = 1, \\ 8x_1 + 7x_2 - 2x_3 + 9x_4 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 8x_3 + 13x_4 = -3, \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 - 2x_4 = 1; \end{cases}$$

$$2.7. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 - x_4 = -1, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = 0, \\ 62x_1 + x_2 + x_3 - 5x_4 = 1; \end{cases}$$

$$2.8. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 + 4x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 + 5x_4 = 3; \end{cases}$$

$$2.9. \begin{cases} 6x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ -2x_1 - 4x_2 + x_3 - 3x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 3x_4 = -3, \\ -x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 6x_4 = -2; \end{cases}$$

$$2.10. \begin{cases} 4x_1 + 5x_2 - x_3 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 + 2x_5 = -3, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 - x_4 + 3x_5 = -2, \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_5 = -1; \end{cases}$$

$$2.11. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = 14, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -12, \\ 11x_1 - 5x_2 - 7x_3 - 5x_4 = -1; \end{cases}$$

$$2.12. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_4 = 5, \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -4, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 3; \end{cases}$$

$$2.13. \begin{cases} 10x_1 - 5x_2 - 17x_3 - 11x_4 = -1, \\ 5x_1 - 5x_2 - 8x_3 - 18x_4 = 10, \\ 5x_1 + 5x_2 - 10x_3 + 32x_4 = -32; \end{cases}$$

$$2.14. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 7x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 5x_4 = -1, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 - 8x_4 = -3; \end{cases}$$

$$2.15. \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 5, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 4; \end{cases}$$

$$2.16. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 7x_3 - 7x_4 = 3, \\ -x_1 + 2x_2 - 8x_3 + 5x_4 = -3, \\ x_1 - x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 2; \end{cases}$$

$$2.17. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2; \end{cases}$$

$$2.18. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2; \end{cases}$$

$$2.19. \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 - x_4 = 0; \end{cases}$$

$$2.20. \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 - x_2 + 6x_3 - x_4 = 5; \end{cases}$$

$$2.21. \begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 + 5x_4 = 3, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 4, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 5, \\ x_1 - x_2 - 6x_3 + 7x_4 = 1; \end{cases}$$

$$2.22. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 5, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 13, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 9; \end{cases}$$

$$2.23. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 = -4, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 2, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 6, \\ x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 7x_4 = -14; \end{cases}$$

$$2.24. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 1, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - x_4 = 1, \\ -x_1 - 6x_2 - 4x_3 - x_4 = -1; \end{cases}$$

$$2.25. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 2, \\ 9x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 5, \\ x_1 - x_2 - x_4 + 2x_5 = 1, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2. \end{cases}$$

Задача 2.b

Дана система линейных уравнений. Найдите общее решение системы, какое-либо частное решение и любую фундаментальную систему частных решений:

$$2.1. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 0, \\ 6x_1 - 12x_2 - 3x_3 + 15x_4 = 0; \end{cases}$$

$$2.2. \begin{cases} x_1 - x_2 = 0, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0; \end{cases}$$

$$2.3. \begin{cases} 3x_1 - 6x_2 - x_3 + 5x_4 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 0; \end{cases}$$

$$2.4. \begin{cases} x_1 - 2x_2 - 4x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 - 7x_3 - x_4 = 0, \\ 6x_1 - 12x_2 - 22x_3 - 4x_4 = 0; \end{cases}$$

$$2.5. \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0, \\ 7x_1 - x_2 - 3x_3 - 3x_4 = 0, \\ 5x_1 - x_3 - 3x_3 - x_4 = 0; \end{cases}$$

$$2.6. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 - 5x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 + 9x_3 = 0; \end{cases}$$

$$2.7. \begin{cases} 3x_1 - x_2 - 3x_3 + 6x_4 = 0, \\ 6x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 8x_4 = 0, \\ 6x_1 - 2x_3 + 3x_3 = 0; \end{cases}$$

$$2.8. \begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 0, \\ 11x_1 + 5x_2 + x_3 - 11x_4 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
2.9 \quad & \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0, \\ x_1 + 17x_2 + 4x_3 = 0; \end{cases} & 2.10 \quad & \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0, \\ 4x_1 + 11x_2 - 13x_3 + 16x_4 = 0, \\ 7x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 0; \end{cases} \\
2.11 \quad & \begin{cases} x_1 + x_2 - x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 4x_4 - 7x_5 = 0; \end{cases} & 2.12 \quad & \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0; \end{cases} \\
2.13 \quad & \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 0; \end{cases} & 2.14 \quad & \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 - 2x_5 = 0; \end{cases} \\
2.15 \quad & \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0, \\ x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + x_5 = 0; \end{cases} & 2.16 \quad & \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_4 + x_5 = 0; \end{cases} \\
2.17 \quad & \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 - 3x_4 - x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 5x_3 - 4x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - 3x_3 + x_5 = 0; \end{cases} & 2.18 \quad & \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0; \end{cases} \\
2.19 \quad & \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 0; \end{cases} & 2.20 \quad & \begin{cases} 5x_1 + x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0; \end{cases} \\
2.21 \quad & \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 13x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 - 10x_3 + 18x_4 = 0; \end{cases} & 2.22 \quad & \begin{cases} 2x_1 - 8x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 - x_4 = 0; \end{cases} \\
2.23 \quad & \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 0, \\ 4x_1 - 7x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ 5x_1 - 13x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 + 14x_3 - 4x_4 = 0; \end{cases} & 2.24 \quad & \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0; \end{cases} \\
2.25 \quad & \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 5x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 - x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases} & & &
\end{aligned}$$

Задача 3

Даны точки A, B, C и D . Требуется:

- 1) Найти угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$.
- 2) Определить, компланарны ли векторы, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{AD}$. Если нет, то найти объём пирамиды, построенной на этих векторах.
- 3) Найти длину высоты пирамиды, опущенной из вершины D .
- 4) Найти координаты точки K , делящей сторону AB в отношении λ .

Номер варианта	A	B	C	D	λ
3.1	1, 1, 0,	2, 2, -1	2, 0, 1	0, 2, 1	1/2
3.2	3, 4, 5	1, 2, 1	-2, -3, 6	3, -6, -3	1/3
3.3	-7, -5, 6	-2, 5, -3	3, -2, 4	1, 2, 2	1/4
3.4	1, 3, 1	-1, 4, 6	-2, -3, 4	3, 4, -4	2
3.5	2, 4, 1	-3, -2, 4	3, 5, -2	4, 2, -3	3
3.6	-5, -3, -4	1, 4, 6	3, 2, -2	8, -2, 4	1/5
3.7	3, 4, 2	-2, 3, -5	4, -3, 6	6, -5, 3	1/2
3.8	-4, 6, 3	3, -5, 1	2, 6, -4	2, 4, -5	1/4
3.9	3, -2, 6	-6, -2, 3	1, 1, -4	4, 6, -7	1/3
3.10	-5, -4, -3	7, 3, -1	6, -2, 0	3, 2, -7	2
3.11	3, -5, 2	-4, 2, 3	1, 5, 7	-2, -4, 5	4
3.12	7, 4, 9	1, -2, 3,	-5, -3, 0	1, -3, 4	1/5
3.13	-4, -7, -3	-4, -5, 7	2, -3, 3	3, 2, 1	1/2
3.14	-4, -5, -3	3, 1, 2	5, 7, -6	6, -1, 5	3
3.15	5, 2, 4	-3, 5, -7	1, -5, 8	9, -3, 5	1/4
3.16	-6, 4, 5	5, -7, 3	4, 2, -8	2, 8, -3	1/3
3.17	5, 3, 6	-3, -4, 4	5, -6, 8	4, 0, -3	4
3.18	5, -4, 4	-4, -6, 5	3, 2, -7	6, 2, -9	1/5
3.19	-7, -6, -5	5, 1, -3	8, -4, 0	3, 4, -7	2
3.20	7, -1, -2	1, 7, 8	3, 7, 9	-3, 5, 2	1/5
3.21	5, 2, 7	7, -6, -9	-7, -6, 3	1, -5, 2	3
3.22	-2, -5, -1	-6, -7, 9	4, -5, 1	2, 1, 4	1/2
3.23	-6, -3, -5	5, 1, 7	3, 5, -1	4, -2, 9	1/4
3.24	7, 4, 2	-5, 3, -9	1, -5, 3	7, -9, 1	1/3
3.25	-8, 2, 7	3, -5, 9	2, 4, -6	4, 6, -5	4

Задача 4

Даны вершины треугольника A, B, C . Требуется:

- 1) Построить треугольник ABC .
- 2) Записать уравнения высоты BD и медианы CE в виде уравнений с угловым коэффициентом.
- 3) Записать уравнение прямой, проходящей через точку A параллельно стороне BC в виде уравнения с угловым коэффициентом.

Номер варианта	А	В	С
4.1	-3, -2	0, 10	6, 2
4.2	2, 4	3, -5	1, 0
4.3	1, 1	4, 13	10, 5
4.4	-2, 9	3, -3	7, 4
4.5	0, 3	3, 15	9, 7
4.6	9, 5	1, 0	-4, 3
4.7	-2, 0	1, 12	7, 4
4.8	5, 0	7, -1	3, 2
4.9	2, -1	5, 11	11, 3
4.10	2, 4	6, -8	3, 9
4.11	3, -3	6, 9	12, 1
4.12	1, 7	-1, -2	-4, 3
4.13	-1, 2	2, 14	8, 6
4.14	4, 0	9, 5	1, 0
4.15	5, -4	8, 8	14, 0
4.16	8, 3	5, 0	-1, 2
4.17	-4, 5	-1, 17	5, 9
4.18	3, 2	7, -3	2, 1
4.19	4, 4	7, 6	13, 8
4.20	7, 1	4, 0	-2, 3
4.21	-4, 3	-1, -2	1, 7
4.22	6, 5	3, 1	0, -2
4.23	-1, 5	-4, 6	4, 0
4.24	5, -5	3, -3	7, 8
4.25	0, 2	4, 1	1, 3

ЗАДАЧА 5

Даны координаты точек A, B, C, D . Найти:

- 1) Уравнение плоскости p , проходящей через точки A, B, C .
- 2) Канонические уравнения прямой α , проходящей через точку D перпендикулярно плоскости p .
- 3) Точки пересечения прямой α с плоскостью p и с координатными плоскостями $хоу$, $хоз$, $уоз$.
- 4) Расстояние от точки D до плоскости p .

Номер варианта	А	В	С	Д
5.1	3, 1, 4	-1, 6, 1	-1, 1, 6	0, 4, -1
5.2	3, -1, 2	-1, 0, 1	1, 7, 3	8, 5, 8
5.3	3, 5, 4	5, 8, 3	1, 2, -2	-1, 0, 2
5.4	2, 4, 3	1, 1, 5	4, 9, 3	6, 9, 2
5.5	0, 7, 1	2, -1, 5	1, 6, 3	3, -9, 8
5.6	5, 5, 4	1, -1, 4	3, 5, 1	5, 8, -1
5.7	9, 5, 5	-3, 7, 1	5, 7, 8	6, 9, 2
5.8	6, 1, 1	4, 6, 6	4, 2, 0	1, 2, 6
5.9	7, 5, 3	9, 4, 4	4, 5, 7	7, 9, 6
5.10	7, 2, 2	-5, 7, -7	5, -3, 1	2, 3, 7
5.11	6, 8, 2	5, 4, 7	2, 4, 7	7, 3, 7
5.12	8, -6, 4	10, 5, -5	5, 6, -8	8, 10, 7
5.13	4, 2, 5	0, 7, 1	0, 2, 7	1, 5, 0
5.14	1, -1, 3	6, 5, 8	3, 5, 8	8, 4, 1
5.15	4, 4, 10	7, 10, 2	2, 8, 4	9, 6, 9
5.16	1, -2, 7	4, 2, 10	2, 3, 5	5, 3, 7
5.17	4, 6, 5	6, 9, 4	2, 10, 10	7, 5, 9
5.18	4, 2, 10	1, 2, 0	3, 5, 7	2, -3, 5
5.19	3, 5, 4	8, 7, 4	5, 10, 4	4, 7, 8
5.20	2, 3, 5	5, 3, -7	1, 2, 7	4, 2, 0
5.21	10, 9, 6	2, 8, 2	9, 8, 9	7, 10, 3
5.22	5, 3, 7	-2, 3, 5	4, 2, 10	1, 2, 7
5.23	1, 8, 2	5, 2, 6	5, 7, 4	4, 10, 2
5.24	4, 3, 5	1, 9, 7	0, 2, 0	5, 3, 10
5.25	6, 6, 5	4, 9, 5	4, 6, 11	6, 9, 3

Задача 6 (6.1 - 6.5)

Даны координаты точек A и B и радиус окружности R , центр которой расположен в начале координат.

Требуется:

- 1) составить каноническое уравнение эллипса, проходящего через точки A и B , если фокусы эллипса расположены на оси абсцисс;
- 2) найти полуоси, фокусы и эксцентриситет эллипса;
- 3) найти точки пересечения эллипса и окружности;
- 4) построить эллипс и окружность.

Номер варианта	A	B	R
6.1	4, -2	2, $\sqrt{7}$	$2\sqrt{5}$
6.2	-8, 4	$4\sqrt{7}$, -2	$4\sqrt{5}$
6.3	$\sqrt{6}$, -2	-3, $\sqrt{2}$	3
6.4	-6, $2\sqrt{6}$	$3\sqrt{2}$, 6	8
6.5	$2\sqrt{6}$, -4	6, $2\sqrt{2}$	$2\sqrt{10}$

Задача 6 (6.6 - 6.10)

Даны координаты точек A и B .

Требуется:

- 1) составить каноническое уравнение гиперболы, проходящей через точки A и B , если фокусы гиперболы расположены на оси абсцисс;
- 2) найти полуоси, фокусы и эксцентриситет гиперболы, уравнения асимптот гиперболы;
- 3) найти точки пересечения гиперболы с окружностью с центром в начале координат, если эта окружность проходит через фокусы гиперболы;
- 4) построить гиперболу, ее асимптоты и окружность.

Номер варианта	A	B
6.6	-6, $2\sqrt{5}$	12, $10\sqrt{2}$
6.7	4, -6	6, $4\sqrt{6}$
6.8	-4, 3	8, 9
6.9	8, 12	-6, $2\sqrt{15}$
6.10	8, 6	10, $-3\sqrt{10}$

Задача 6.11

Найти параметр параболы $y^2 = 2px$ и уравнение ее директрисы, если эта парабола проходит через точки пересечения прямой $y = x$ и окружности $x^2 + y^2 - 6x = 0$. Построить прямые, окружность, параболу.

Задача 6 (6.12 – 6.25)

Составить уравнение и построить линию, каждая точка $M(x, y)$ которой удовлетворяет заданным условиям.

6.12. Отстоит от прямой $x = -6$ на расстоянии, в два раза большем, чем от точки $A(-4, 0)$.

6.13. Отношение расстояний от точки M до точек $A(2, 3)$ и $B(-1, 2)$ равно $3/4$.

6.14. Сумма квадратов расстояний от точки M до точек $A(4, 0)$ и $B(-2, 2)$ равна 28.

6.15. Отстоит от точки $A(1, 0)$ на расстоянии, в пять раз меньшем, чем от прямой $x = 8$.

6.16. Отстоит от прямой $y = 7$ на расстоянии, в пять раз большем, чем от точки $A(4, -3)$.

6.17. Отношение расстояний от точки M до точек $A(-3, 5)$ и $B(4, 2)$ равно $1/3$.

6.18. Сумма квадратов расстояний от точки M до точек $A(-5, -1)$ и $B(3, 2)$ равна 40,5.

6.19. Отстоит от точки $A(-3, 3)$ на расстоянии, в три раза большем, чем от точки $B(5, 1)$.

6.20. Отстоит от прямой $x = -7$ на расстоянии, в три раза меньшем, чем от точки $A(1, 4)$.

6.21. Сумма квадратов расстояний от точки M до точек $A(-3, 3)$ и $B(4, 1)$ равна 31.

6.22. Отношение расстояний от точки M до точек $A(3, -2)$ и $B(4, 6)$ равно $3/5$.

6.23. Отстоит от прямой $x = 2$ на расстоянии, в пять раз большем, чем от точки $A(4, -3)$.

6.24. Отношение расстояний от точки M до точек $A(3, -5)$ и $B(4, 1)$ равно $1/4$.

6.25. Сумма квадратов расстояний от точки M до точек $A(-1, 2)$ и $B(3, -1)$ равна 18,5.

Задача 7

Дана функция $\rho = \rho(\varphi)$ в полярной системе координат.

Требуется:

- 1) построить график функции по точкам, рассчитав таблицу значений с шагом $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$;
- 2) найти уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат, если начало декартовой системы координат совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью

Номер варианта	$\rho = \rho(\varphi)$	Номер варианта	$\rho = \rho(\varphi)$
7.1	$\rho = 2 \sin 4\varphi$	7.14	$\rho = 3 \sin 6\varphi$
7.2	$\rho = 2 \sin 2\varphi$	7.15	$\rho = 3/(1 - \cos 2\varphi)$
7.3	$\rho = 2/(1 + \cos \varphi)$	7.16	$\rho = 2(1 - \cos 2\varphi)$
7.4	$\rho = 2(1 - \cos \varphi)$	7.17	$\rho = 3(1 + \sin \varphi)$
7.5	$\rho = 4 \sin 3\varphi$	7.18	$\rho = 3(1 - \cos 2\varphi)$
7.6	$\rho = 1/(2 - \sin \varphi)$	7.19	$\rho = 4 \sin 4\varphi$
7.7	$\rho = 5(1 - \sin 2\varphi)$	7.20	$\rho = 3(2 - \cos 2\varphi)$
7.8	$\rho = 8/(3 - \cos \varphi)$	7.21	$\rho = 3/(1 - 2 \cos \varphi)$
7.9	$\rho = 5/(6 + 3 \cos \varphi)$	7.22	$\rho = 4(1 + \cos 2\varphi)$
7.10	$\rho = 4(1 - \sin \varphi)$	7.23	$\rho = 2/(1 + \cos \varphi)$
7.11	$\rho = 3 \cos^2 2\varphi$	7.24	$\rho = 8 \sin^2 \varphi/2$
7.12	$\rho = \sin \varphi + \cos \varphi$	7.25	$\rho = 2 \sin^3 \varphi$
7.13	$\rho = 3(1 + \cos 2\varphi)$		

ЛИТЕРАТУРА

1. Привалов И. И. Аналитическая геометрия. – М.: Наука, 1964. – 272 с.
2. Шнейдер В. Е. и др. Краткий курс высшей математики. Т.1.– М.: Высш. шк., 1978. – 384 с.
3. Шипачев В. С. Высшая математика. – М.: Высш. шк., 1990. – 479 с.
4. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука, 1980, 1984. – 320 с.
5. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Линейная алгебра. – М.: Наука, 1974. – 296 с.
6. Каплан И. А. Практические занятия по высшей математике. Ч. I, II. Харьков: Издательство Харьковского государственного университета, 1971. – 412 с.
7. Данко П. Е., Попов А. Г., Кожевникова Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Т. 1. – М.: Высш. шк., 1970. – 416 с.
8. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике. Ч. I. Под редакцией Рябушко А. П. – Минск: Вышшая школа, 1990.
9. Тарбокова Т. В. Сборник справочных материалов по курсу высшей математики. – Томск: Изд-во ТПУ, 2006. – 79 с.

Татьяна Васильевна Тарбокова
Валерий Михайлович Шахматов

Высшая математика I.
Самоучитель решения задач
по линейной и векторной алгебре и
аналитической геометрии

Научный редактор
доктор физико-математических наук,
профессор К. П. Арефьев
Редактор Н. Я. Горбунова

Макет и верстка Т. В. Тарбоковой,
В. М. Шахматова

Подписано к печати 13.06.07 г.
Формат 60 × 84/16. Бумага офсетная.
Печать RISO. Усл. печ. л. Уч.-изд. л.
Тираж 100 экз. Заказ . Цена свободная.
Издательство ТПУ. 634050, Томск, пр. Ленина, 30.