ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Реферат

«Жизнь и деятельность семьи Бернулли»

Выполнила: студентка группы 2БТ82

Ермолаева А. В.

Руководитель: доцент

кафедры Высшей Математики

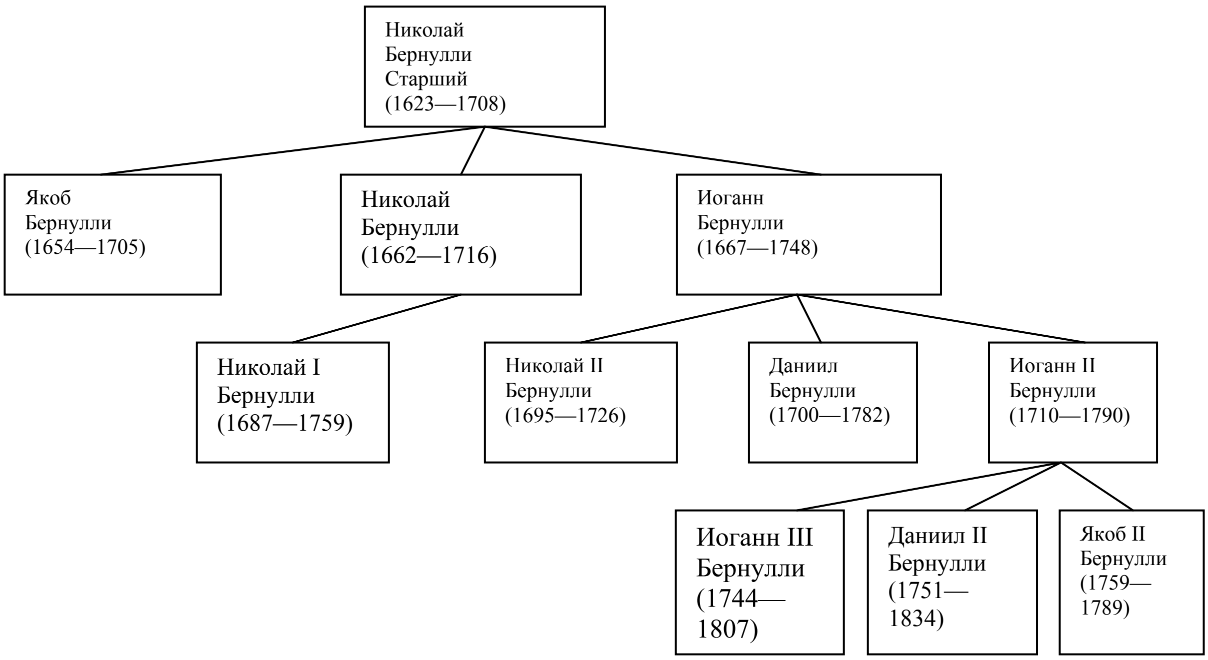
Тарбокова Т. В.

Томск

2009

Династия Бернулли

Семейство Бернулли было одним из протестантских семей, которые бежали из Антверпена в 1583 году, чтобы не подвергнуться избиению католиками. Семейство нашло убежище сначала во Франкфурте, а вскоре перебралось в Швейцарию, где осело в Базеле. Основатель династии женился на представительнице одного из самых старинных семейств Базеля и стал крупным купцом. Их сын Николай Старший также был крупным купцом. Три поколения Бернулли дали 8 крупных математиков и физиков, из которых наиболее известны Якоб, Иоганн, Даниил и Якоб II. Среди академиков Петербургской Академии наук – пятеро представителей семьи Бернулли. Ниже приведено генеалогическое древо семейства Бернулли.



Якоб I (1654 – 1705)

Родился 27 декабря 1654 г. По желанию отца готовился к званию протестантского священника. Окончил Базельский университет, где изучал философию, богословие и языки. Владел немецким, французским, английским, итальянским, латинским и греческим языками. Испытывая непреодолимое влечение к математике, изучал ее тайком от отца. В 1671 г. получил степень магистра философии. С большим успехом читал проповеди на немецком и французском языках. В то же время продолжал пополнять свои знания по математике без учителя, почти без учебников.
Открытия Якоба Бернулли:

1. ***Дифференциальное уравнение Бернулли:***

Дифференциальное уравнение вида:

$$y' + P(x)y = Q(x)y^n,\ n\neq 0,\ n\neq 1,$$

где $n\neq 0$ и $n\neq 1$ (при $n=0$ уравнение линейно, при $n=1$ - с разделяющимися переменными), называется дифференциальным уравнением Бернулли.

Метод решения

1. Делим левую и правую части на y^n

$$\frac{y'}{y^n} + \frac{P(x)}{y^{n-1}} = Q(x).$$

2. Выполняем замену

$$w = \frac{1}{y^{n-1}}$$
$$w' = \frac{(1-n)}{y^n} y'$$

3. Решаем дифференциальное уравнение

$$\frac{w'}{1-n} + P(x)w = Q(x)$$

Оно может быть решено с использованием интегрирующего множителя

$$M(x) = e^{(1-n)\int P(x)dx}.$$

2. ***Лемниска́та Берну́лли*** — геометрическое место точек, произведение расстояний от которых до двух заданных точек (фокусов) постоянно и равно квадрату половины расстояния между фокусами. Лемниската по форме напоминает восьмёрку. Её название восходит к античному Риму, где «лемнискатой» называли бантик, с помощью которого прикрепляли венок к голове победителя на спортивных играх.

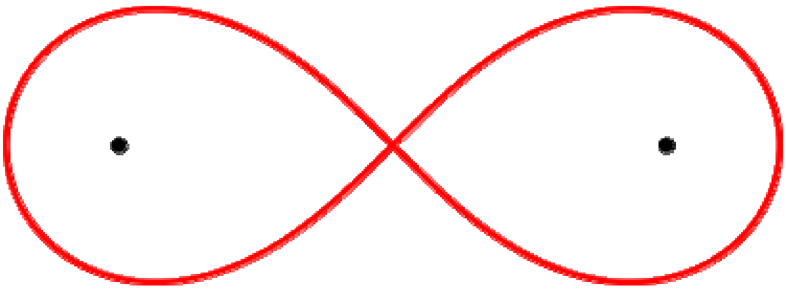


Рис.1. Лемниската Бернулли

Рассмотрим простейший случай: если расстояние между фокусами 2с, расположены они на оси ОХ, и начало координат делит отрезок между ними пополам, то следующие уравнения задают лемнискату:

- в прямоугольных координатах:

$$(x^2 + y^2)^2 = 2c^2(x^2 - y^2)$$

- в полярных координатах:

$$\rho^2 = 2c^2 \cos 2\varphi.$$

- Параметрическое уравнение в прямоугольной системе:

$$\begin{cases} x = c\sqrt{2}\frac{p+p^3}{1+p^4} \\ y = c\sqrt{2}\frac{p-p^3}{1+p^4} \end{cases}$$, где $p^2 = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \varphi\right)$

Чтобы задать лемнискату по двум произвольным точкам, можно не выводить уравнение заново, а определить преобразование координат, при котором старый (данный) фокусный отрезок переходит в новый, и воздействовать на представленные уравнения этим преобразованием.

3. ***Распределе́ние Берну́лли*** моделирует случайный эксперимент произвольной природы, когда заранее известна вероятность успеха или неудачи.

Случайная величина *X* имеет распределение Бернулли, если она принимает всего два значения: 1 и 0 с вероятностями *p* и $q \equiv 1 - p$ соответственно. Таким образом:

$$\mathbb{P}(X = 1) = p,$$
$$\mathbb{P}(X = 0) = q.$$

Принято говорить, что событие $\{X = 1\}$ соответствует «успеху», а $\{X = 0\}$ «неудаче». Эти названия условные, и в зависимости от конкретной задачи могут быть заменены на противоположные.

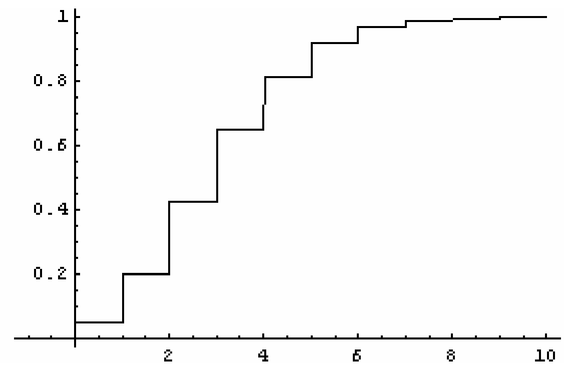


Рис.2. Функция распределения Бернулли.

4. ***Числа Бернулли.***

Числа Бернулли — последовательность рациональных чисел $B_0, B_1, B_2, \ldots$ найденная Я. Бернулли в связи с вычислением суммы одинаковых степеней натуральных чисел. Для чисел Бернулли существует следующая реккурентная формула:

$$B_n = \frac{-1}{n+1}\sum_{k=1}^{n}\binom{n+1}{k+1}B_{n-k}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Иоганн Бернулли (1667 – 1748)

Иоганн Бернулли — один из величайших математиков своего времени. Самый знаменитый представитель семейства Бернулли, младший брат Якоба Бернулли, отец Даниила Бернулли.

Иоганн стал магистром (искусств) в 18 лет, перешёл на изучение медицины, но одновременно увлёкся математикой (хотя медицину не бросил). Вместе с братом Якобом изучает первые

статьи Лейбница о методах дифференциального и интегрального исчисления, начинает собственные глубокие исследования.
1691: будучи во Франции, пропагандирует новое исчисление, создав первую парижскую школу анализа. По возвращении в Швейцарию переписывается со своим учеником маркизом де Лопиталем, которому оставил содержательный конспект нового учения из двух частей: исчисление бесконечно малых и интегральное исчисление.
В качестве концептуальной основы действий с бесконечно малыми Иоганн сформулировал в начале лекций три постулата (первая попытка обоснования анализа):

1. Величина, уменьшенная или увеличенная на бесконечно малую величину, не уменьшается и не увеличивается.
2. Всякая кривая линия состоит из бесконечно многих прямых, которые сами бесконечно малы.
3. Фигура, заключенная между двумя ординатами, разностью абсцисс и бесконечно малым куском любой кривой, рассматривается как параллелограмм.

Одно из самых известных открытий Иоганна Бернулли — Неравенство Бернулли.
Нера́венство Берну́лли утверждает: если $x \geq -1$, то

$$(1+x)^n \geq 1 + nx$$ для всех $n \in \mathbb{N}_0$.

Доказательство:
Доказательство проводится методом математической индукции по n. При n = 0 неравенство, очевидно, верно. Допустим, что оно верно для n, докажем его верность для n+1:

$$(1+x)^{n+1} = (1+x)(1+x)^n \geq (1+x)(1+nx) \geq (1+nx) + x = 1 + (n+1)x$$

Примечания

- Неравенство справедливо также для вещественных $n \geq 1$ при $x \geq -1$)
- Неравенство также справедливо для $x \geq -2$(при $n \in \mathbb{N}_0$), но указанное выше доказательство по индукции в случае $x \in [-2, -1)$не работает.

Даниил Бернулли ((1700 – 1782)

Даниил родился в Гронингене (Голландия), где его отец тогда преподавал математику в университете. С юных лет увлёкся математикой, вначале учился у отца и брата Николая, параллельно изучая медицину. После возвращения в Швейцарию подружился с Эйлером. В 1721 сдал экзамены на медика в Базеле, защитил диссертацию. Затем уехал в Италию, где набирался опыта в медицине. В 1724 выпустил «Математические этюды», принесшие ему известность. В 1725 вместе с братом Николаем уезжает по приглашению в Петербург, где по императорскому указу учреждена Петербургская академия наук. Занимается там медициной, но потом переходит на кафедру математики (1728), ставшую вакантной после смерти его брата Николая. Момент для приезда был чрезвычайно неудачным – как раз скончался Пётр I, началась неразбериха. Приглашённые в Академию иностранцы частично рассеялись, но Даниил остался и даже уговорил приехать друга Эйлера (1727). Но тут умерла императрица Екатерина I, и властям окончательно стало не до Академии. Вскоре Даниил возвращается в Базель. Он остался почётным членом Петербургской академии, в её журнале опубликованы 47 из 75 трудов Даниила Бернулли.

В 1728 напечатал «Замечания о рекуррентных последовательностях». В 1733 устроился профессором анатомии и ботаники в Базеле (других вакансий не было). Ведёт оживлённую, взаимно-полезную переписку с Эйлером. В 1738 как результат многолетних трудов выходит фундаментальный труд «Гидродинамика». Среди прочего там основополагающий «закон

Бернулли». Дифференциальных уравнений движения жидкости в книге ещё нет (их установил Эйлер в 1750-е годы).

В течение 1747–1753 выходит в свет важная серия работ о колебаниях струны. Бернулли, исходя из физических соображений, догадался разложить решение в тригонометрический ряд. Он провозгласил, что этот ряд не менее общий, чем степенной. Эйлер и Даламбер выступили с возражениями. Вопрос был решён только в XIX веке, и Бернулли оказался прав.

В 1748 избран иностранным членом Парижской Академии наук. В 1750 перешёл на кафедру физики Базельского университета, где и трудился до кончины в 1782 году. Умер за рабочим столом весной 1782 года.

Более всего Даниил Бернулли прославился трудами в области математической физики и теории дифференциальных уравнений – его считают, наряду с Даламбером и Эйлером, основателем математической физики.

Физик-универсал, он основательно обогатил кинетическую теорию газов, гидродинамику и аэродинамику, теорию упругости и т.д. Он первый выступил с утверждением, что причиной давления газа является тепловое движение молекул. В своей классической «Гидродинамике» он вывел уравнение стационарного течения несжимаемой жидкости (уравнение Бернулли), лежащее в основе динамики жидкостей и газов. С точки зрения молекулярной теории он объяснил закон Бойля-Мариотта.

Бернулли принадлежит одна из первых формулировок закона сохранения энергии (живой силы, как тогда говорили), а также (одновременно с Эйлером) первая формулировка закона сохранения момента количества движения (1746). Он много лет изучал и математически моделировал упругие колебания, ввёл понятие гармонического колебания, дал принцип суперпозиции колебаний.

В математике опубликовал ряд исследований по теории вероятностей, теории рядов и дифференциальным уравнениям. Он первый применил математический анализ к задачам теории вероятностей (1768), до этого использовались только комбинаторный подход. Бернулли продвинул также математическую статистику, рассмотрев с применением вероятностных методов ряд практически важных задач.

Даниил являлся Академиком и почетным иностранным членом Петербургской академии наук(1733), членом Академий: Болонской (1724), Берлинской (1747), Парижской (1748), Лондонского королевского общества (1750). Лауреат многочисленных премий и призов в конкурсах.

Якоб II (1759 – 1789)

Якоб получил юридическое образование, но затем переключился на физику и математику. После неудачной попытки занять кафедру физики в Базеле, освободившуюся после смерти Даниила Бернулли (1782), Якоб уехал в Италию и поступил на дипломатическую службу. В 1786 году он переселился в Россию. Женился на внучке Эйлера. Служил в Академии наук и Кадетском корпусе. Погиб в возрасте 30 лет в результате несчастного случая при купании в Неве.

Якоб Бернулли успел опубликовать незаурядные работы по различным вопросам механики, теории упругости, гидростатики и баллистики: вращательному движению тела, укрепленного на растяжимой нити, течению воды в трубах, гидравлическим машинам. Вывел дифференциальное уравнение колебания пластин.

Закон Бернулли (в честь Даниила Бернулли) является следствием закона сохранения энергии для стационарного потока идеальной (то есть без внутреннего трения) несжимаемой жидкости:

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = const$$

Здесь
ρ – плотность жидкости,
v – скорость потока,
h – высота, на которой находится рассматриваемый элемент жидкости,
p – давление.

Константа в правой части обычно называется *напором*, или полным давлением, а также интегралом Бернулли. Размерность всех слагаемых – единица энергии, приходящейся на единицу объёма жидкости.

Список литературы

1. Белл Э.Т. Творцы математики. М.: Просвещение, 1979.
2. Боголюбов А.Н. Математики. Механики. Биографический справочник. Киев: Наукова думка, 1983.
3. По материалам официального сайта http://revolution.allbest.ru/mathematics/d00112063.html
4. По материалам официального сайта http://ru.wikipedia.org/wiki/

Содержание **Стр.**

Династия Бернулли……………………………2
Якоб **I……………………………………….....2**
Иоганн Бернулли ………………………….....4
Даниил Бернулли …………………………..5
Якоб **II……………………………….....…...6**
Содержание……………………………….....7
Список литературы……………………….....7