

Вопросы для подготовки к экзамену по курсу

«Интегральное исчисление».

1. Определение первообразной функции, пример. Теорема о множестве первообразных. Понятие неопределенного интеграла, пример.
2. Свойства неопределенного интеграла. Формулировка теорем. Одну из теорем, по выбору, **докажите**. Непосредственное интегрирование. Примеры. Найдите...
3. Метод подстановки и метод интегрирования по частям. Формулировка, **доказательство**. Примеры. Найдите...
4. Интегрирование рациональных функций. Определения рациональной дроби, правильной и неправильной. Формулировка основной теоремы алгебры и теоремы о разложении рациональной дроби на сумму простых дробей. Правило интегрирования рациональной дроби. Определения и теоремы пояснить примерами.
5. Простые рациональные дроби и их интегрирование.
6. Задачи, приводящиеся к понятию определенного интеграла: о вычислении площади криволинейной трапеции, работы переменной силы, пути при неравномерном движении, массы неоднородного стержня.
7. Определение определенного интеграла. Геометрический и физический смысл определенного интеграла. Постройте фигуру, площадь которой равна...
8. Определение определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости (формулировка теоремы). Примеры интегрируемой и неинтегрируемой функций. Диаграмма взаимного расположения множества интегрируемых и множества ограниченных на отрезке функций.
9. Классы интегрируемых функций (формулировки теорем о достаточных условиях интегрируемости функций). Что Вы можете сказать на основании известных Вам теорем о необходимых и достаточных условиях об интегрируемости следующих функций...?
10. Свойства определенного интеграла (об изменении знака, свойства линейности и аддитивности).
11. Свойства определенного интеграла (формулировка и геометрическая иллюстрация теорем об интегрировании неравенства, об оценке интеграла). Одну из теорем **докажите**. Оцените интеграл...
12. Свойства определенного интеграла (формулировка и геометрическая иллюстрация теорем об интегрировании неравенства, об оценке интеграла). Одну из теорем **доказать**. Не вычисляя интеграл..., определите его знак.
13. Теорема о среднем. Формулировка доказательство. Найдите среднее значение функции... на отрезке...
14. Интеграл, как функция верхнего предела. Теорема о дифференцируемости интеграла как функции верхнего предела. Формулировка, **доказательство**. Найдите предел...
15. **Вывод формулы** Ньютона-Лейбница. Примените формулу к вычислению интеграла...

16. Интегрирование по частям и метод подстановки в определенном интеграле. Сформулировать теоремы и пояснить на примерах.
17. Интеграл по симметричному промежутку для четной и нечетной функции.
18. Общая схема применения определенного интеграла. Вычисление площадей фигур с помощью определенного интеграла.
19. Общая схема применения определенного интеграла. Вычисление длины дуги плоской кривой с помощью определенного интеграла.
20. Общая схема применения определенного интеграла. Вычисление объема тела по площади поперечного сечения. Объем тела вращения.
21. Несобственный интеграл от функции по бесконечному промежутку. Определение. Эталонный интеграл. Свойства
22. Несобственный интеграл по бесконечному промежутку. Признаки сходимости. С помощью теорем сравнения исследуйте на сходимость интеграл...
23. Абсолютная сходимость несобственного интеграла по бесконечному промежутку. Определение, формулировка теоремы, примеры. Исследуйте на сходимость интеграл...
24. Определение несобственного интеграла от неограниченной функции. Эталонный интеграл. Вычислите или установите расходимость интеграла...
25. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла, теоремы существования.
26. Определение и свойства двойного интеграла. Найдите среднее значение функции ... на области, ограниченной линиями...
27. Теорема о вычислении двойного интеграла в декартовой системе координат (**с доказательством**).
28. Замена переменных под знаком двойного интеграла.
29. Полярная система координат и переход к ней под знаком двойного интеграла. Преобразовать к полярным координатам интеграл...
30. Тройной интеграл. Определение, свойства, геометрический и физический смысл.
31. Правило вычисления тройного интеграла в декартовой системе координат. Замена переменных под знаком тройного интеграла.
32. Цилиндрическая система координат. Формулы, связывающие цилиндрические и декартовы координаты точки. Элемент объема в цилиндрической системе координат. Формула перехода к цилиндрическим координатам под знаком тройного интеграла. Преобразуйте к цилиндрическим координатам следующий интеграл...
33. Сферическая система координат. Формулы, связывающие сферические и декартовы координаты точки. Элемент объема в сферической системе координат. Переход к сферическим координатам под знаком тройного интеграла. Преобразуйте к сферическим координатам следующий интеграл...

34. Векторное поле. Векторные линии. Определения, примеры.
35. Задача о вычислении работы векторного поля.
36. Определение, свойства и вычисление криволинейного интеграла по координатам.
37. Теорема и формула Грина (с доказательством).
38. Теорема об условиях независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования (с доказательством).
39. Отыскание функции по ее полному дифференциалу.
40. Криволинейный интеграл по длине дуги. Определение, свойства, физический смысл, вычисление.
41. Поверхностный интеграл по площади поверхности. Определение, физический смысл, свойства, вычисление.
42. Задача о вычислении потока векторного поля.
43. Ориентация поверхности. Определение, свойства, физический смысл и вычисление поверхностного интеграла по координатам.
44. Теорема и формула Гаусса-Остроградского (с доказательством).
45. Определение и теорема о вычислении дивергенции векторного поля.
46. Соленоидальное векторное поле. Определение, теорема, пример.
47. Циркуляция и ротор векторного поля. Формула Стокса (без доказательства). Механический смысл ротора векторного поля.
48. Оператор Гамильтона. Дифференциальные операции первого порядка.
49. Потенциальные и безвихревые поля. Определения. Теорема об условиях эквивалентности потенциальности векторного поля. **Докажите**, что векторное поле... потенциально и найдите его потенциал.
50. Дифференциальные операции второго порядка.