

## Неопределённый интеграл

Методические указания к контролю самостоятельной работы студентов по курсу высшей математики. Предназначены для студентов I курса всех специальностей. Томск, изд. ТПИ им. С. М. Кирова, 1988. - 31 с.

Составители: Л. А. Беломестных, Н. Ф. Пестова

Рецензент доц., к. ф.-м. н. В. И. Подокребко

Методические указания рассмотрены и рекомендованы методическим семинаром кафедры высшей математики I 2 октября 1987 г.

Зав. кафедрой

К. П. Арфьев

Настоящие методические указания являются завершающим звеном в комплекте из четырёх методических указаний по теме "Неопределённый интеграл" курса высшей математики:

1. Неопределённый интеграл. Методические указания к самостоятельной аудиторной и внеаудиторной работе студентов по курсу высшей математики для студентов I курса всех специальностей. Томск, изд. ТПИ им. С. М. Кирова, 1988. - 19 с. Составитель Пестова Н. Ф.

2. Неопределённый интеграл. Методические указания и контрольные задания по высшей математике с элементами учебных исследований для студентов всех специальностей. Томск, изд. ТПИ им. С. М. Кирова, 1985. - 34 с. Составители: Л. А. Беломестных, Н. П. Васильева, Н. Ф. Пестова, Т. Е. Шемякина.

3. Неопределённый интеграл. Методические указания и материал для самоконтроля и выполнению индивидуального задания по курсу высшей математики для студентов I курса всех специальностей. Томск, изд. ТПИ им. С. М. Кирова, 1988. - 34 с. Составители Л. А. Беломестных, Н. Ф. Пестова.

4. Неопределённый интеграл. Методические указания к контролю самостоятельной работы студентов по курсу высшей математики. Предназначены для студентов I курса всех специальностей. Томск, изд. ТПИ им. С. М. Кирова, 1988. - 30 с.

В [1] даны методические указания к решению основных типов задач по теме "Неопределённый интеграл". В [2] приводятся варианты (26) контрольных заданий из 40 интегралов (типовую расчёта). В [3] содержатся методические указания и выполнению контрольных заданий [2] и материалы для самоконтроля по каждому варианту. Наконец, в [4] приводятся ответы ко всем примерам каждого варианта. В ответе указана первообразная и опущена произвольная постоянная)

При прорешивании вариантов контрольных заданий были выявлены некоторые погрешности в условиях задач (недосмотр составителей, ошибки при вписывании, непропечатанность).

Приводим список исправлений к [2]. Самоконтроль в [3] и ответы в [4] даны для примеров с исправленными условиями.

Вариант 2. Пример 30.  $\int x^{-\frac{1}{3}}(1+x^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}} dx$

Вариант 5. Пример 29.  $\int x^{-2}(1+x^3)^{-\frac{2}{3}} dx$

Пример 35.  $\int \frac{x dx}{\sqrt[3]{x^2-2x^2-1}}$

Вариант 6.

Пример № 18.  $\int \frac{2x+7}{x^3+x^2} dx$

Вариант 7. № 29.  $\int \frac{d\alpha}{\sqrt{\alpha+2} + \sqrt[3]{\alpha+2}}$

Вариант 8. № 18. Упростить  $(\alpha-1)(\alpha+2)^2$

Вариант 10. № 18.  $\int \frac{3x-4}{x^3(\alpha-2)} dx$  № 19.  $\int \frac{x+2}{x(x^2+2x+2)} dx$   
№ 36.  $\int \frac{x^3 dx}{x^8 - 1}$

Вариант 11. № 19.  $\int \frac{3x-4}{(x^2+2x+5)(x+2)} dx$  № 38.  $\int \sqrt[3]{1+\sin^2 2x} \cos 2x dx$

№ 39.  $\int \frac{\sin x dx}{\cos^3 x}$

Вариант 12. № 28.  $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}}$

Вариант 13. № 19.  $\int \frac{dx}{(x^2+1)(x+2)}$

№ 10.  $\int \frac{x dx}{(x-1)^2(x-2)}$

Вариант 14. № 19.  $\int \frac{11x+16}{(x-1)(x+2)^3} dx$  № 29.  $\int x^3 \sqrt{9+x^2} dx$

Вариант 16. № 30.  $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{1-2x^2}}$

Вариант 17. № 27.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2+1}}$

Вариант 18 № 27.  $\int \sqrt{\frac{\alpha-1}{\alpha+1}} dx$

Вариант 19 № 27.  $\int \frac{dx}{\sqrt[5]{x^3} - \sqrt{x^2}}$

Вариант 21 № 8.  $\int e^{\frac{1}{\sqrt{x}}} \frac{dx}{\sqrt{x^3}}$

Вариант 22 № 26.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}}$

Вариант 23 № 19.  $\int \frac{x^5+x^4-8}{x^3+4x} dx$

№ 29.  $\int \frac{x^4 dx}{\sqrt{16-x^2}}$

№ 39.  $\int \frac{dx}{\sin \frac{x}{\sqrt{2}}}$

Вариант № 1

1.  $-\sqrt{1-x^2}$  2.  $e^{\sin^2 x}$  3.  $\frac{1}{2} \frac{2 \operatorname{arctg} 2x}{\ln 2}$  4.  $\operatorname{arctg} e^x$
5.  $-\frac{1}{2} \cos(2x+3)$  6.  $\ln |\operatorname{arcos} x|$  7.  $\frac{1}{2} \operatorname{tg}(2x-1)$  8.  $\frac{3}{2} \ln |x^2-4| - \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right|$
9.  $-\frac{1}{2} \operatorname{ctg} 2x - x$  10.  $\frac{1}{3} \ln |x^3 + \sqrt{x^6+1}|$
11.  $\left( \frac{x^2}{3} - \frac{2}{27} \right) \sin 3x + \frac{2}{9} x \cdot \cos 3x$  12.  $\frac{x}{2} (\cos \ln x + \sin \ln x)$
13.  $x \cdot \operatorname{arcos} x + \sqrt{1-x^2}$  14.  $-2x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} - 4e^{-\frac{x^2}{2}}$  15.  $\frac{1}{x} \ln (x^2 + x + 1)$   
+  $\frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{\sqrt{3}}$  16.  $\sqrt{x^2+4x+6}$  17.  $\operatorname{arctg} e^x + \ln(e^x+1) - 2x$
18.  $-2\ln|x| + 2\ln|x-2| + \frac{3}{x-2}$  19.  $-\frac{1}{2} \ln(x^2+2) - \frac{3}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}} + \ln(x^2+4) + \frac{3}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$  20.  $2x + \frac{3}{2} \ln(x^2-x+1) + \frac{5}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x-1}{\sqrt{3}}$
21. а)  $\frac{2}{1-\operatorname{tg} x}$  б)  $\operatorname{tg} x + \frac{1}{\cos x}$  22.  $\frac{3}{128} x^2 - \frac{1}{128} \sin 4x + \frac{1}{64 \cdot 16} \sin 8x$
23.  $\frac{\sqrt{3}}{6} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{tg} x$  24.  $-\frac{1}{5} \cos^5 x + \frac{2}{7} \cos^3 x - \frac{1}{9} \cos^9 x$
25.  $\frac{1}{14} \cos 7x - \frac{1}{26} \cos 13x$  26. а)  $\frac{1}{4} \operatorname{tg}^4 x - \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x + \frac{1}{2} \ln(\operatorname{tg}^2 x + 1)$   
б)  $\frac{1}{4 \cos^4 x} - \frac{1}{\cos^2 x} - \ln|\cos x|$  27.  $\frac{6}{5} x^{\frac{16}{5}} + \frac{12}{5} x^{\frac{5}{2}} + \frac{12}{5} \ln(x^{\frac{5}{2}} - 1)$
28.  $2\sqrt{x-2} + \sqrt{2} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x-2}{2}}$  29.  $\frac{x}{8} \sqrt{1-x^2} (2x^2-1) - \frac{\arccos x}{8}$
30.  $\frac{12}{7} (1+\sqrt{x})^{\frac{1}{3}} - 3(1+\sqrt{x})^{\frac{4}{3}}$  31.  $\frac{1}{3} (x^2-1)^{\frac{3}{2}} + (x^2-1)^{\frac{1}{2}}$
32.  $\frac{1}{2} x \sqrt{x^2-1} - \frac{1}{2} \ln|x+\sqrt{x^2-1}|$  33.  $\frac{1}{2} e^{x^2}$
34. «неберущийся» 35.  $\frac{x^2}{2} (\ln^2 x - \ln x + \frac{1}{2})$
36.  $\frac{1}{3} \ln^3 x$  37.  $e^{-x} - x + \ln(e^x-1)$  38.  $2\sqrt{\operatorname{tg} x}$
39.  $-\frac{1}{4} \cos^4 x$  40.  $\frac{1}{3} \ln|x^2+1|$

Вариант № 2

1.  $-\frac{1}{2(\arcsin x)^2}$
2.  $-2\sqrt{1+\cos^2 x}$
3.  $\frac{1}{3} \ln |x^3 + \sqrt{x^6 - 1}|$
4.  $\arcsin \ln|x|$
5.  $-\frac{2}{5} \cos^5 x$
6.  $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} x^2 + \frac{1}{2} e^{tg 2x}$
7.  $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$
8.  $\frac{2}{3} \sqrt{(1+\ln x)^3}$
9.  $-\frac{1}{3} \cos(3x-5)$
10.  $e^{-x}(x^2+2x+2)$
11.  $\frac{1}{2} x \cdot \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x$
12.  $(1+x^2) \ln |1+x^2|-x$
13.  $-\frac{e^{-x}}{5} (\sin 2x + 2 \cos 2x)$
14.  $2\sqrt{x^2-4x+1} + 3 \ln |x-2 + \sqrt{x^2-4x+1}|$
15.  $\frac{1}{2} \ln(x^2+2x+2) + \operatorname{arctg}(x+1)$
16.  $\frac{1}{2} \ln(e^{2x}+1)$
17.  $\frac{1}{x-1} + \ln \left| \frac{x+1}{x-1} \right|$
18.  $\frac{1}{8} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + \frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$
19.  $\frac{x^2}{2} - x + \frac{1}{4} \ln(x^2+x+1) + \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(2x+1)$
20.  $\frac{4}{11} \cos^{\frac{11}{2}} x - \frac{4}{3} \cos^{\frac{3}{2}} x$
21.  $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{tg \frac{x}{2}}{2}$
22.  $\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} + 2 \ln |\cos \frac{x}{2}|$
23.  $\frac{1}{8} \sin 4x + \frac{1}{64} \sin 8x$
24.  $\frac{1}{8} \sin 4x + \frac{1}{4} \sin 2x$
25.  $\frac{3}{8} x^2 + \frac{1}{8} \sin 4x + \frac{1}{64} \sin 8x$
26. a)  $2 \operatorname{tg} x + \frac{2}{\cos x} - x$
- b)  $\frac{4}{1-tg \frac{x}{2}} - x$
- c)  $3 \ln(\sqrt{2x+1}) + 6 \operatorname{arctg} \sqrt{2x}$
27. a)  $\frac{1}{2} \arcsin(x-1) + \frac{1}{2}(x-1)\sqrt{2x-x^2}$
- b)  $\frac{1}{2}(x-1)\sqrt{2x-x^2} - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{2-x}{x}}$
28.  $-\frac{1}{x \sqrt{2x^2+1}}$
29.  $2\sqrt{(1+\sqrt{2x})^3}$
30.  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} - 4 \operatorname{ctg} \frac{x}{2} - \frac{2}{3} \operatorname{ctg}^3 \frac{x}{2}$
31.  $\frac{1}{16} x^2 - \frac{1}{32} \sin 2x - \frac{1}{24} \sin^3 x$
32.  $\frac{1}{32} \sin x^2$
33.  $\frac{1}{2} \sin x^2$
34. "кеберушийся"
35.  $\frac{1}{2} (x^2 \sin x^2 + \cos x^2)$
36.  $\frac{2}{5} (x+3)^{\frac{7}{2}} - 2(x+3)^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3} (x+2)^{\frac{5}{3}} + \frac{4}{3} (x+2)^{\frac{3}{2}}$
37.  $\frac{2x^3}{3} + \frac{1}{3} \ln |x^3 - 1|$
38.  $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{3} \ln |x - 1| - \frac{1}{6} \ln(x^2+x+1) + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{\sqrt{3}}$
39.  $\ln(e^x + 4e^{3x} + 1)$
40.  $2e^{\sqrt{x}}(\sqrt{x}-1)$

6

Вариант № 3

1.  $\frac{5}{3} \sqrt[5]{\sin^3 x}$
2.  $\frac{1}{2} \ln |2 \operatorname{tg} x + 1|$
3.  $\frac{1}{4} \operatorname{arctg}^4 x$
4.  $\arcsin(\ln x)$
5.  $\ln |1 + \sin x|$
6.  $-\frac{1}{7} \sqrt[7]{(5-6x)^3}$
7.  $\frac{1}{\sin 2x} - \frac{1}{2} \operatorname{ctg} 2x$
8.  $\frac{1}{5} e^{x^5}$
9.  $\frac{1}{2} \ln(x^2 + \sqrt{x^4 + 1})$
10.  $-\frac{1}{8} \sin(x - 6x)$
11.  $(x+1) \operatorname{arctg} \sqrt{x} - \sqrt{x}$
12.  $\frac{1}{4} (x^2 + x \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x)$
13.  $-\frac{2}{\sqrt{x}} (\ln x + 2)$
14.  $\frac{e^x}{10} (\sin 3x - 3 \cos 3x)$
15.  $-2\sqrt{1-2x-x^2} - 10 \arcsin \frac{x+1}{\sqrt{2}}$
16.  $\frac{1}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) + 2 \operatorname{arctg}(x-2)$
17.  $\frac{1}{2} e^{2x} - 2e^x + 4 \ln(e^x + 2)$
18.  $2 \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + \frac{2}{x+1} - \frac{1}{2(x+1)^2}$
19.  $\ln(x^2 + 4) - 2 \ln |x+1| + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$
20.  $\frac{3}{x-1} + \ln(x^2 + 4x + 5) - \operatorname{arctg}(x+2)$
21.  $\frac{1}{8} \sin 4x - \frac{1}{12} \sin 6x$
22.  $-\frac{1}{6} \cos^3 2x + \frac{1}{10} \cos^5 2x$
23.  $\operatorname{ctg} x - \frac{1}{3} \operatorname{ctg}^3 x$
24.  $x + \frac{1}{2} \operatorname{ctg} 2x - \frac{1}{6} \operatorname{ctg}^3 2x$
25.  $\frac{3}{8} x^2 - \frac{1}{12} \sin 6x + \frac{1}{96} \sin 12x$
26.  $x - \frac{4}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2}}{\sqrt{3}}$
27.  $6\sqrt{x+2} - 6 \operatorname{arctg} \sqrt{2x+2}$
28.  $\sqrt{9+x^2} + \frac{3}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{9+x^2}-3}{\sqrt{9+x^2}+3} \right|$
29.  $\frac{1}{2} (x \sqrt{x^2-1} + \ln |x + \sqrt{x^2-1}|)$
30.  $\arcsin x + \sqrt{1-x^2}$
31.  $\sqrt{x^2-4} - 2 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x^2-4}}{2}$
32.  $\ln |x + \sqrt{x^2-4}| - \frac{\sqrt{x^2-4}}{x}$
33. "кеберушийся"
34.  $\frac{1}{2} e^{2x} (x^2 - x + \frac{1}{2})$
35.  $\frac{1}{2} \ln(e^{2x} + 1) - 2 \operatorname{arctg} e^x$
36.  $-\frac{1}{2(x \sin x)^2}$
37.  $\frac{x^2}{2} + x + \ln \frac{(x-1)^2}{|x|}$
38. a)  $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x$
- b)  $-2 \operatorname{ctg} 2x$
39.  $\frac{1}{8} x^2 - \frac{1}{32} \sin 4x$
40.  $\operatorname{tg} x - x$

7

Вариант № 4

1.  $-\frac{1}{10}(3-2x)^5$
2.  $\frac{2}{3}\sqrt{5+3x^2}$
3.  $\frac{1}{6}\ln(1+3e^{2x})$
4.  $-\frac{1}{3x\ln^3 x}$
5.  $-e^{\frac{1}{2}x}$
6.  $\frac{1}{4}\ln(x^2+\sqrt{x^2-1})$
7.  $\frac{1}{2}\arcsin \frac{x^2}{3}$
8.  $\ln|\sin e^{2x}|$
9.  $-\cos 2x + \frac{1}{3}\cos^3 2x$
10.  $\frac{1}{6}\operatorname{arctg} \frac{3}{2}x$
11.  $-\frac{1}{2}e^{-2x}(\alpha + \frac{1}{2})$
12.  $x\ln|x\alpha + \sqrt{1+x^2}| - \sqrt{1+x^2}$
13.  $\frac{4x+1}{3}\sin 3x + \frac{4}{9}\cos 3x$
14.  $\frac{1}{10}e^{\frac{1}{2}x}((3\sin x - \cos x) + \operatorname{tg} x)$
15.  $\sqrt{x^2+4x+5} - 2\ln|x+2+\sqrt{x^2+4x+5}|$
16.  $\frac{3}{2}\ln(x^2-6x+10) + 3\operatorname{arctg}(x-3)$
17.  $2\ln|\frac{x+4}{x+1}| = \frac{1}{x+1} = \frac{4}{x+4}$
18.  $\frac{1}{6}\ln \frac{(x-1)^2}{x^2+x+1} - \frac{1}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg} \frac{2x+1}{\sqrt{3}} + x$
19.  $\frac{1}{4} - \frac{9x^3}{5} + \frac{3x^5}{2} - 10x = \ln|10x| + 5\ln|x+1|$
20. a)  $\frac{1}{2}\cos^2 x - \cos x$
21. a)  $\frac{1}{6}(x + \ln|1+\tan x| - \frac{1}{2}\ln(1+\tan^2 x)) =$   
 $= \frac{1}{2}(x + \ln|\sin x + \cos x|) + \ln \left| \frac{1+\tan^2 x}{1-\tan^2 x} \right| - \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$
22.  $\frac{1}{4}\sin 2x - \frac{1}{20}\sin 10x$
23.  $\frac{1}{5}\operatorname{tg}^5 x + \frac{1}{7}\operatorname{tg}^7 x$
24.  $-\cos x + \cos^3 x - \frac{3}{5}\cos^5 x + \frac{1}{7}\cos^7 x$
25.  $\ln x - 6\ln(1+\sqrt[6]{x})$
26.  $\frac{3}{2}(\sqrt[3]{1+x}-1)^2 + 3\ln|1+\sqrt[3]{1+x}|$
27.  $\frac{1}{4}\ln \left| \frac{\sqrt[4]{1+x^4}+x}{\sqrt[4]{1+x^4}-x} \right| - \frac{1}{2}\operatorname{arctg} \frac{\sqrt[4]{1+x^4}}{x}$
28.  $\frac{1}{3}(1-x^2)^{3/2} - \sqrt{1-x^2}$
29. a)  $\frac{1}{2}\ln \left| \frac{\sin x - 1}{\sin x + 1} \right| + \frac{x}{\cos x}$ , b)  $\frac{x}{\cos x} + \ln \left| \frac{1-\operatorname{tg}^2 x/2}{1+\operatorname{tg}^2 x/2} \right|$
30.  $\frac{m}{2}\arccos x + \frac{1}{4}\arcsin x - \frac{x}{4}\sqrt{1-x^2}$
31.  $\frac{x^3}{3} - 4x + 8\operatorname{arctg} \frac{x}{2}$
32.  $\frac{3}{8}x^2 - \frac{1}{8}\sin 4x + \frac{1}{64}\sin 8x$
33. a)  $-\frac{1}{2}\operatorname{ctg} 2x - \frac{1}{6}\operatorname{ctg}^3 2x$
34.  $\frac{1}{48}\operatorname{tg}^3 x + \frac{3}{16}(\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x) - \frac{1}{48}\operatorname{ctg}^3 x$
35. a)  $e^x + \ln \sqrt{\frac{e^x-1}{e^x+1}}$
36.  $\sqrt{x^2+4} + \ln \left| \frac{\sqrt{x^2+4}-2}{\sqrt{x^2+4}+2} \right|$
37.  $\frac{2}{8}(x^2+1)^{1/3}$
38. „неберучимся“
39.  $-\frac{1}{2}(\ln \cos x)^2$

Вариант № 5

1.  $\frac{1}{2}e^{\frac{x^2}{2}}$
2.  $-\frac{1}{3}\operatorname{ctg} 3x$
3.  $-\frac{1}{2}\ln|\cos 2x|$
4.  $\frac{3}{8}(x^2+1)^{1/3} - \frac{1}{2}\sqrt{\cos^2 3x}$
5.  $\frac{1}{3}\operatorname{arctg} \frac{e^x}{3} + \frac{1}{2}\ln|2x+\sqrt{4x^2+9}|$
6.  $-2\cos \sqrt{x^2}$
7.  $\frac{1}{4}\arcsin \frac{4x}{\sqrt{3}}$
8.  $\frac{1}{2}\ln|\sin e^{2x}|$
9.  $-\frac{1}{3}e^{-3x}(\alpha + \frac{1}{3})$
10.  $x\ln|\sin x^2| - 2x + 2\operatorname{arctg} x$
11.  $\ln|\operatorname{tg} \frac{x}{2}| - \frac{x}{\sin x}$
12.  $\frac{1}{44}e^{4x}(4\sin 4x + \cos 4x)$
13.  $3\sqrt{x^2-6x+10} + 3\ln|x-3+\sqrt{x^2-6x+10}|$
14.  $\frac{5}{2}\ln(x^2+4x+5) - 9\operatorname{arctg}(x+2)$
15.  $\frac{1}{2}\ln(e^{2x}+4) + \frac{1}{2}\operatorname{arctg} \frac{e^x}{2}$
16.  $\frac{1}{x} - \ln|x| + \ln|x-1|$
17.  $-\frac{5}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}} + 2\sqrt{3}\operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{3}}$
18.  $x + \ln \sqrt{\frac{\sqrt{x}-1}{x+1}} - \frac{1}{2}\operatorname{arctg} x$
19.  $-\frac{1}{2+\operatorname{tg} \frac{x}{2}}$
20.  $\frac{1}{3}\operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} 2x + x$
21.  $\frac{2}{3}(\sin x)^{3/2} - \frac{4}{7}(\sin x)^{7/2} + \frac{2}{11}(\sin x)^{11/2}$
22.  $\sin 2x - \sin^3 2x + \frac{3}{5}\sin^5 2x - \frac{1}{7}\sin^7 2x$
23.  $-\frac{1}{10}\cos 5x - \frac{1}{2}\cos x$
24.  $\frac{3}{8}x^2 + \frac{1}{8}\sin 4x + \frac{1}{64}\sin 8x$
25.  $\sqrt{x^2+1} + \frac{1}{2}\ln \left| \frac{1-\sqrt{1+x^2}}{1+\sqrt{1+x^2}} \right|$
26.  $\frac{2}{7}(1+x)^{7/2} - \frac{2}{5}(1+x)^{5/2}$
27.  $-\frac{\sqrt{1+x^3}}{x}$
28.  $3\sqrt[3]{x^2} - 12\sqrt[6]{x^2} + 30\ln(\sqrt[6]{x^2}+1) + \frac{18}{\sqrt[6]{x^2}+1}$
29.  $\frac{x^2}{2}\arcsin x - \frac{1}{4}\arcsin x + \frac{1}{4}x\sqrt{1-x^2}$
30.  $-\frac{1}{2}\cos 2x^2$
31. „неберучимся“
32.  $-\frac{x^2}{2}\cos 2x^2 - \frac{1}{2}\sin 2x^2$
33.  $\frac{1}{2}\ln|x^2-1+\sqrt{x^4-2x^2-1}|$
34.  $\frac{1}{3}(\arcsin x)^3 - \arcsin x$
35. a)  $2\operatorname{tg} \frac{x}{2} - x$ , b)  $\frac{2}{\sin x} - 2\operatorname{ctg} x - x$
36.  $\frac{1}{12}\ln \left| \frac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{2}}{\sqrt{x^2+2}+\sqrt{2}} \right|$
37.  $2\arcsin \frac{x}{2} - \frac{x}{2}\sqrt{4-x^2}$
38.  $\frac{4}{3}\sqrt{(1+\sqrt{x})^3}$

Вариант № 6

1.  $\frac{1}{7} \operatorname{tg}^7 x$
2.  $-\frac{1}{3} \ln |\cos 3x|$
3.  $\frac{1}{4} \operatorname{tg}^2 2x$
4.  $\frac{2}{3} \sqrt{x^3 + 4}$
5.  $-\frac{1}{2} e^{\cos 2x} \cdot e \arcsin x + \frac{1}{4} \ln |4x + \sqrt{16x^2 + 9}|$
6.  $\frac{1}{6} \arctg \frac{3x}{2}$
7.  $\frac{2}{3} (1 + \ln x)^{\frac{3}{2}}$
8.  $\sin(\ln x)$
9.  $3e^{x/3}(x - 3)$
10.  $x^2 \sin x + 2x \cdot \cos x - 2 \sin x$
11.  $2\sqrt{x} (\ln x - 2)$
12.  $\frac{1}{26} e^x (\sin 5x - 5 \cos 5x)$
13.  $\sqrt{3 - 2x - x^2} + 4 \arcsin \frac{x+1}{2}$
14.  $\frac{5}{3} \ln \left| \frac{x-2}{x+1} \right|$
15.  $\frac{1}{2} \ln |e^{2x} + 9| + \frac{1}{3} \arctg \frac{e^x}{3}$
16.  $5 \ln \left| \frac{x+1}{x} \right| - \frac{7}{x}$
17.  $-\frac{1}{4} x^4 + x^3 + \frac{4}{3} \ln \left| \frac{x}{x+3} \right|$
18.  $\ln \left| \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1} \right| + \frac{2}{\sqrt{3}} \arctg \frac{2x+1}{\sqrt{3}} + \arctg x$
19.  $\frac{3}{5} (\sin x)^{\frac{6}{5}} - \frac{3}{11} (\sin x)^{\frac{11}{5}}$
20.  $\ln |1 + \operatorname{tg} \frac{x}{2}|$
21.  $\frac{1}{12} \sin 6x + \frac{1}{8} \sin 4x$
22.  $\frac{3}{8} x - \frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{16} \sin 2x$
23.  $-2 \operatorname{atg} \frac{x}{2} - \frac{2}{3} \operatorname{ctg} \frac{3x}{2}$
24.  $\frac{1}{17} \ln |4 \cos x + \sin x| + \frac{4}{17} x$
25.  $x + 1 + 4\sqrt{x+1} + 4 \ln |\sqrt{x+1} - 1|$
26.  $\frac{12}{7} (1 + \sqrt{x})^{\frac{7}{3}} - 3(1 + \sqrt{x})^{\frac{4}{3}}$
27.  $-\frac{1}{45} \frac{(9-x^2)^{5/2}}{x^5}$
28.  $\frac{1}{7} (1 + \sqrt{x})^{\frac{7}{3}}$
29.  $2(\sqrt{x} - \sqrt{1-x} \arcsin \sqrt{x})$
30.  $\arcsin \frac{x-1}{\sqrt{5}}$
31.  $3\sqrt{x^2 + 6x + 10} - 7 \ln |x+3 + \sqrt{x^2 + 6x + 10}|$
32.  $-\frac{1}{2} e^{-x^2}$
33.  $\text{неберущийся"}$
34.  $-\frac{x^2}{2} e^{-x^2} - \frac{1}{2} e^{-x^2}$
35.  $-\frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{3(x+1)^3}$
36.  $-\frac{1}{5} \cos^5 x + \frac{1}{3} \cos^3 x$
37.  $3 \ln |1 + \sqrt[3]{x}|$
38.  $-\sqrt[3]{1-x^2}$
39.  $\frac{1}{2} (\arcsin x - x\sqrt{1-x^2})$

10

Вариант № 7

1.  $-\frac{1}{5} \operatorname{ctg} 5x$
2.  $\frac{1}{2} \ln |\sin(2x+3)|$
3.  $\frac{4}{9} (x^3 + 1)^{\frac{3}{4}}$
4.  $-\frac{1}{3} (\arccos x)^3$
5.  $\frac{1}{5} \ln x^2 + \frac{1}{5} e^x$
6.  $-\sin \frac{1}{x}$
7.  $\frac{2}{5} \operatorname{tg}^{\frac{5}{2}} x + \frac{2}{9} \operatorname{tg}^{\frac{9}{2}} x$
8.  $\ln |\ln x + \sqrt{1 + \ln^2 x}|$
9.  $\frac{1}{2} \ln |2 \sin x + 5|$
10.  $\frac{1}{2} \arcsin e^{2x}$
11.  $e^{\frac{x^2}{2}} (2x - 4)$
12.  $-x \cdot \operatorname{ctg} x + \ln \sin x$
13.  $x \cdot \arctg 2x - \frac{1}{4} \ln(1 + 4x^2)$
14.  $\frac{1}{30} e^{3x} (3 \cos x + \sin x)$
15.  $3\sqrt{x^2 + 2x + 3} - 4 \ln |x+1 + \sqrt{x^2 + 2x + 3}|$
16.  $2 \ln (x^2 - 2x + 2) + 5 \arctg(x-1)$
17.  $2\sqrt{e^x - 1} - 4 \arctg \frac{\sqrt{e^x - 1}}{2}$
18.  $\frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{x} + 2 \ln |x-1| - \ln|x|$
19.  $\ln |x+1| - \frac{1}{2(x-2)^2}$
20.  $\frac{3}{2} \ln (x^2 - 2x + 5) - \ln |x-1| + \frac{1}{2} \arctg \frac{x-1}{2}$
21. a)  $\frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x + \ln |\cos x|$ , b)  $\frac{1}{2 \cos^2 x} + \ln |\cos x|$
22.  $\frac{2}{3} \arctg \frac{5 \operatorname{tg}^2 x/2 + 4}{3}$
23.  $\frac{3}{8} x + \frac{1}{12} \sin 6x + \frac{1}{96} \sin 12x$
24.  $\frac{1}{4} \operatorname{tg}^2 \frac{x}{4} + \ln |\operatorname{tg} \frac{x}{4}| - \frac{1}{4} \operatorname{ctg}^2 \frac{x}{4}$
25.  $-\cos x + \frac{2}{3} \cos^3 x - \frac{1}{5} \cos^5 x$
26.  $\frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{10} \sin 5x$
27.  $\frac{x}{9\sqrt{x^2 + 9}}$
28.  $\frac{3}{4} (x^2 + 1)^{\frac{2}{3}}$
29.  $2\sqrt{x+2} - 3\sqrt[3]{x+2} + 6\sqrt[6]{x+2} - 6 \ln |1 + (x+2)^{\frac{1}{6}}|$
30.  $-\frac{1}{2} \frac{\sqrt{x^4 + 1}}{x^2} \left[ \frac{1}{5} \left( \frac{1}{x^4} + 1 \right)^2 - \frac{2}{3} \left( \frac{1}{x^4} + 1 \right) + 1 \right]$
31.  $\frac{1}{6} \arctg^2 3x + \frac{1}{18} \ln(1 + 9x^2)$
32.  $\frac{1}{2} (x^2 - 1) \ln |1 + x| - \frac{x^2}{2} + \frac{x}{2}$
33.  $\frac{\sin x}{x}$
34.  $\arcsin \frac{x+1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} (x + \sqrt{1 - 2x - x^2})$
35.  $\frac{1}{\cos^2 x}$
36.  $2\sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x} + 6\sqrt[6]{x} - 6 \ln |1 + \sqrt[6]{x}|$
37.  $\ln |\ln x|$
38.  $2e^{\sqrt{x}} (\sqrt{x}-1)$
39.  $\frac{1}{2} e^{2x} - 2e^x + 4 \ln(e^x + 2)$
40.  $\frac{1}{5} \cos^5 x - \frac{1}{3} \cos^3 x$

11