Образец контрольной работы (варианты 1, 2) **Вариант 1.**

Вычислить интегралы:

1. $$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{(x\cdot\cos(x) + \sin(x))}{(x\cdot\sin(x))^2}\,dx = 1.16401$$

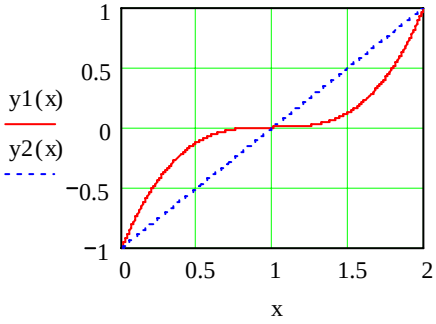
2. $$\int_0^2 x^2\cdot\sqrt{4 - x^2}\,dx = 3.14159$$

3. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями y1 и y2:

$y1(x) := (x - 1)^3 \qquad y2(x) := x - 1$

$$S1 := \int_1^2 2\cdot(y2(x) - y1(x))\,dx$$

$S1 = 0.5$



4. Найти длину дуги плоской кривой, заданной параметрически уравнениями:

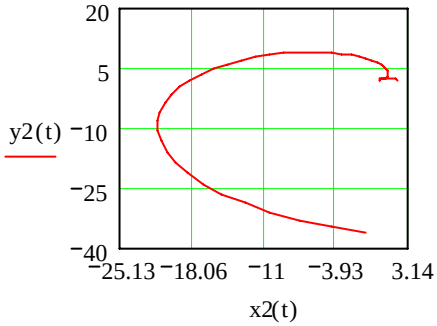
$x2(t) := \left(t^2 - 2\right)\cdot\sin(t) + 2\cdot\cos(t) \qquad 0 \le t \le 2\pi$

$y2(t) := \left(2 - t^2\right)\cdot\cos(t) + 2\cdot\sin(t)$

$t := 0, 0.1 .. 2\cdot\pi$

$$L1 := \int_0^{2\cdot\pi} \sqrt{\left(\frac{d}{dt}x2(t)\right)^2 + \left(\frac{d}{dt}y2(t)\right)^2}\,dt$$

$L1 = 79.96374$



$x2(0) = 2 \qquad x2(\pi) = -2 \qquad x2(2\cdot\pi) = 2$

$y2(0) = 2 \qquad y2(\pi) = 7.87 \qquad y2(2\cdot\pi) = -37.478$

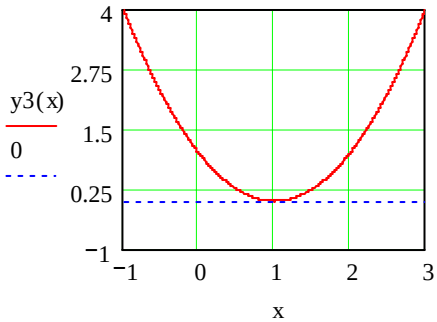
5. Вычислить интеграл

$$\int_{-2}^{0} \left(x^2 + 5\cdot x + 6\right)\cdot\cos(2\cdot x)\,dx = 1.60261$$

6. Найти объём тела, образованного вращением плоской фигуры, ограниченной линиями y3(x), x=1, x=2, вокруг оси Ox.

$y3(x) := (x - 1)^2$

$$\int_1^2 \pi\cdot(y3(x))^2\,dx = 0.62832$$



7, 8. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$\int_{-\infty}^{0} \frac{1}{\left(x^2 + x + 1\right)}\,dx = 2.418399$$

$$\int_{0}^{3} \frac{1}{\left(x^3 - 5\cdot x^2\right)}\,dx = \blacksquare$$ Интеграл ðàñõîäèòñÿ

9. Вычислить предел

$$\lim_{x \to 0} \frac{\left(\int_{x}^{0} \exp\left(t^2\right) dt\right)}{x^2} \to \text{undefined}$$ не существует

Вариант 2. 1.

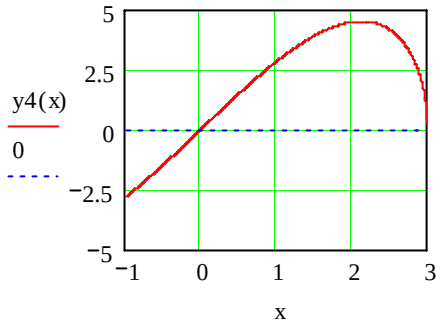
$$\int_{e+1}^{e^2+1} \frac{(1 + \ln(x-1))}{(x-1)}\,dx = 2.5$$

2.

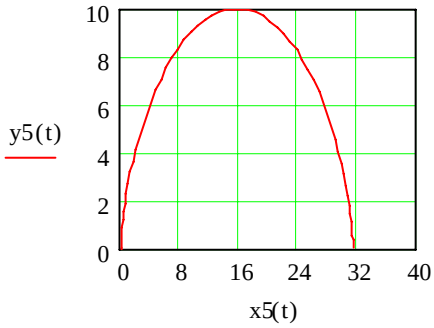
$$\int_{0}^{16} \sqrt{256 - x^2}\,dx = 201.06201$$

3. $y4(x) := x\sqrt{9 - x^2}$

$$S3 := \int_{0}^{3} y4(x)\,dx \qquad S3 = 9$$



4. $x5(t) := 5\cdot(t - \sin(t))$ $\quad y5(t) := 5\cdot(1 - \cos(t))$



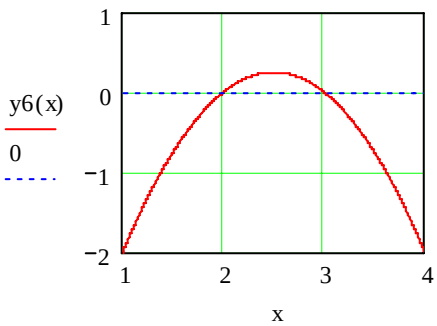
$$L2 := \int_{0}^{\pi} \sqrt{\left(\frac{d}{dt}x5(t)\right)^2 + \left(\frac{d}{dt}y5(t)\right)^2}\,dt \qquad L2 = 20$$

5.

$$\int_{-2}^{0} (x-2)\cdot\cos(2\cdot x)\,dx = 1.92702$$

6. $y6(x) := -x^2 + 5\cdot x - 6$ $\quad y6(2.5) = 0.25$

$$\int_{0}^{0.25} \pi\cdot\frac{\left[\left(5 + \sqrt{1 - 4\cdot y}\right)^2 - \left(5 - \sqrt{1 - 4\cdot y}\right)^2\right]}{2}\,dy = 5.23599$$



7.

$$\int_{1}^{\infty} \frac{1}{\left(x + x^2\right)}\,dx = 0.69315$$

8.

$$\int_{0}^{3} \frac{1}{\left(x^3 - 5\cdot x^2\right)}\,dx = \blacksquare$$

9.

$$\lim_{x \to 0} \frac{\left(\int_{0}^{x} \cos\left(t^2\right) dt\right)}{x} \to 1$$