ВХОДНОЙ КОНТРОЛЬ

Вариант 1.

1. Найти dy, если: а) $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$, в) $y=tg\frac{x}{2}$,

б) $y=\cos 7x$, **г)** $y=\sqrt[3]{x}$.

2.Построить область, ограниченную линиями:

а) $y=x^2+x, y=x$, б) $y=x^3$, $y=\sqrt{x}$.

3.Привести уравнение окружности $x^2+y^2-6x=0$ к каноническому виду, построить и записать уравнение в полярной системе координат.

Вариант 2.

1. Найти dy, если: а) $y=\frac{3}{\sqrt[3]{x}}$, в) $y=ctg\frac{x}{4}$,

б) $y=\sin\frac{1}{x}$, **г)** $y=arctg2x$.

2.Построить область, ограниченную линиями:

а) $y=x^3$, $y=x$, б) $y=\sqrt{x}$, $y=0$, $y=4$.

3.Привести уравнение окружности $x^2+y^2-8y=0$ к каноническому виду, построить и записать уравнение в полярной системе координат.

ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ.

I. Неопределенный интеграл.

Вариант 1.

1) $\int\frac{\cos xdx}{\sqrt[3]{\sin^2 x}}$ 4) $\int\frac{\cos xdx}{1+3\sin x}$

2) $\int\frac{dx}{\cos^2 x(2tgx+1)}$ 5) $\int\sqrt[6]{5-6x}dx$

3) $\int\frac{arctg^3 x}{x^2+1}dx$ 6) $\int e^{x^5}x^4dx$

Вариант 2.

1. $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{2\sin x+3}}$

2. $\int e^{\frac{x}{3}} dx$

3. $\int \frac{dx}{1+2x^2}$

4) $\int \frac{dx}{\sin^2 x \sqrt[3]{ctgx+1}}$

5) $\int \frac{xdx}{x^2+4}$

6) $\int \frac{\ln^3 xdx}{x}$

II. Определенный интеграл

Вариант 1.

1. $\int_0^{\pi} (2x+\sin 2x)dx$

2. $\int_0^1 xe^x dx$

3. $\int_{1/2}^{1} \sqrt{4x-2}dx$

4. $\int_1^3 \frac{dx}{x^2+x}$

Вариант 2.

1. $\int_1^5 \frac{xdx}{x^2+1}$

2. $\int_1^e \frac{x+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}}dx$

3. $\int_0^{\pi} x\sin xdx$

4. $\int_1^3 \frac{dx}{x^2+6x+10}$

III. Кратные интегралы

Вариант 1.

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^1 dx \int_{1-x}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy.$$

2. Расставить границы интегрирования в двойном интеграле

$$\iint_D f(x,y)dxdy,$$

где область D ограничена линиями: $y=x,\ y=2x,\ x+y=6$.

Вариант 2.

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^1 dx \int_0^x f(x,y)dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x,y)dy .$$

2. Расставить границы интегрирования в двойном интеграле

$$\iint_D f(x,y)dxdy ,$$

где область D ограничена линиями: $y^2 = 8x,\ y = 2x,\ 4x + y - 24 = 0$.

IV. Теория поля

Вариант 1.

1. Найти работу, которую совершает сила $\overline{F} = \{e^x + 23y\,;e^y - x\}$ при перемещении материальной точки вдоль отрезка прямой из точки $M_1\ (2;1)$ в точку $M_2\ (0;0)$.

2. Найти поток векторного поля $\overline{F} = x^2\overline{i} + x\overline{j} + xz\overline{k}$ через внешнюю сторону замкнутой поверхности $S: z = x^2 + y^2,\ z = 1,\ \ x \geq 0,\ y \geq 0.$

Вариант 2.

1. Найти работу, которую совершает сила $\overline{F} = \{x; y\}$ при перемещении материальной точки вдоль линии $(l): y = \dfrac{1}{3}x^3$ из точки $M_1\ (0;0)$ в точку $M_2\left(1;\dfrac{1}{3}\right)$.

2. Найти поток векторного поля $\overline{F} = (x^2 + y^2)\overline{i} + (y^2 + x^2)\overline{j} + (y^2 + z^2)\overline{k}$ через внешнюю сторону замкнутой поверхности $S: x^2 + y^2 = 1,\ z = 1,\ z = 0$.

РУБЕЖНЫЙ КОНТРОЛЬ

Рубежный контроль 1.

Вариант 1.

Найти интегралы:

1. $\int \dfrac{x\,dx}{\sqrt[5]{1-3x^2}}$
2. $\int e^{\sin^2 x} \sin 2x\,dx$

3. $\int \frac{dx}{\arcsin 3x\sqrt{1-9x^2}}$

4. $\int (x^2+1)\ln^2 x dx$

5. $\int \frac{(2x-1)dx}{x^2+8x+5}$

6. $\int \frac{dx}{(x-2)(x^2-2x+1)}$

7. $\int \sin^2 x\cos^4 x dx$

8. $\int \frac{dx}{4-2\cos^2 x}$

9. $\int \frac{\sqrt[3]{x}dx}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt{x}}$

10. $\int \frac{e^{4x}-1}{e^{2x}-1}dx$

Вариант 2.

Найти интегралы:

1. $\int \frac{x+3}{\sqrt{8-7x^2}}dx$

2. $\int e^{3-5x}dx$

3. $\int \frac{\sqrt{arctg 2x+5}}{1+4x^2}dx$

4. $\int x^2 \sin x dx$

5. $\int \frac{xdx}{(x-1)(x^2+4x+5)}$

6. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+6x-7}}$

7. $\int \frac{x+\sqrt[3]{x}+\sqrt[6]{x}}{x+\sqrt[3]{x^4}}dx$

8. $\int \sqrt{a^2-x^2}dx$

9. $\int \cos^3 2x dx$

10. $\int \frac{dx}{3\cos^2 x+2}$

Рубежный контроль 2.

ВАРИАНТ 1.

Вычислить определенный интеграл:

1) $\int\limits_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{x\cos x + \sin x}{(x\sin x)^2} dx$; 2) $\int\limits_0^4 x^2 \sqrt{4 - x^2} dx$.

3) Найти площадь области, ограниченной линиями $y = (x-1)^3$, $y = x - 1$.

4) Найти длину дуги кривой $\begin{cases} x = (t^2 - 2)\sin t + 2t\cos t, \\ y = (2 - t^2)\cos t + 2t\sin t \end{cases}$ где ($0 \le t \le 2\pi$).

5) Вычислить интеграл $\int\limits_{-2}^{0} (x^2 + 5x + 6)\cos 2x \, dx$

6) Область, ограниченная линиями $y = (x-1)^2$, $x = 1$, $x = 2$, $y = 0$

вращается вокруг оси Ox. Найти объем тела вращения.

Найти несобственный интеграл или установить его расходимость:

7) $\int\limits_{-\infty}^{0} \frac{dx}{x^2 + x + 1}$; 8) $\int\limits_0^3 \frac{dx}{x^3 - 5x^2}$.

ДОП. 9) Найти предел $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\int\limits_x^0 e^{t^2} dt}{x^2}$.

ВАРИАНТ 2

Вычислить определенный интеграл:

1) $\int\limits_{e+1}^{e^2+1} \frac{1 + \ln(x-1)}{x-1} dx$; 2) $\int\limits_0^{16} \sqrt{256 - x^2} dx$.

3) Найти площадь области, ограниченной линиями $y = x\sqrt{9 - x^2}$, $y = 0$,

$(0 \le x \le 3)$.

4) Найти длину дуги кривой $\begin{cases} x = 5(t - \sin t), \\ y = 5(1 - \cos t) \end{cases}$ где ($0 \le t \le \pi$).

5) Вычислить интеграл $\int\limits_{-2}^{0}(x+2)\cos 2x\,dx$

6) Область, ограниченная линиями $y=-x^2+5x-6$, $y=0$ вращается вокруг оси Oy. Найти объем тела вращения.

Найти несобственный интеграл или установить его расходимость:

7) $\int\limits_{1}^{+\infty}\frac{dx}{x+x^2}$; 8) $\int\limits_{0}^{3}\frac{dx}{x^3-5x^2}$.

ДОП. 9) Найти предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int\limits_{0}^{x}\cos t^2\,dt}{x}$.

Рубежный контроль 3.

ВАРИАНТ 1

1. Найти массу тела ограниченного плоскостью $z=3$ и параболоидом $3z=x^2+y^2$, если плотность $\gamma(x,y,z)=x^2+y^2$.
2. Найти объем тела, ограниченного цилиндрами $y=16\sqrt{2x}, y=\sqrt{2x}$ и плоскостями $z=0,\ x+z=2$.
3. Изменить порядок интегрирования в интеграле
$$\int\limits_{-2}^{-1}dy\int\limits_{-\sqrt{2+y}}^{0}f(x,y)dx+\int\limits_{-1}^{0}dy\int\limits_{-\sqrt{-y}}^{0}f(x,y)dx$$
4. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $y=x^2$, $y=0{,}25x^2$, $x=-2$, $x=2$.
5. Найти массу плоской области, заданной неравенствами $x^2+y^2\le 4$, $y\ge x$, $y\le 0$, если плотность распределения массы $\gamma(x,y)=3+\sqrt{x^2+y^2}$.

ВАРИАНТ 2

1. Найти массу тела ограниченного цилиндром $x^2+y^2=3y$ и плоскостями $z=0$, $z=2$, если плотность $\gamma(x,y,z)=z\sqrt{x^2+y^2}$.

2. Найти объем тела, ограниченного цилиндром $z = y^2$ и плоскостями $x = 0,\ x = 4,\ y + z = 2$.

3. Изменить порядок интегрирования в интеграле

$$\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^{0} f(x,y)dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^{0} f(x,y)dx$$

4.Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $y = x$, $x - 1 = y^2$, $x = 1$, $x = 2$.

5.Найти массу плоской области, заданной неравенствами $x^2 + y^2 \geq 4$, $x^2 + y^2 \leq 16$, $y \geq -x$, $x \geq 0$, если плотность распределения массы $\gamma(x, y) = x$.

Рубежный контроль 4.

ВАРИАНТ 1.

1. Найти работу, которую совершает сила $\overline{F} = \{e^x + 23y\,; e^y - x\}$ при перемещении материальной точки вдоль отрезка прямой из точки M_1 (2;1) в точку M_2 (0;0).
2. Является ли векторное поле
$$\overline{a} = y\cos z\,\overline{i} + x\cos z\,\overline{j} - xy\sin z\,\overline{k}$$
потенциальным или соленоидальным. Для потенциального поля найти потенциал.
3. Найти поток векторного поля $\overline{a} = (2yz - x)\overline{i} + (x^2 - y)\overline{j} + (6z - x)\overline{k}$ через внешнюю сторону замкнутой поверхности $S : z^2 = 9(x^2 + y^2), z = 3$.
4. Найти работу силы $\mathbf{F} = \{3x - y, 2x^2\}$ при перемещении в положительном направлении по окружности $x^2 + y^2 = 4y$.
5. Найти циркуляцию векторного поля $\overline{F} = \{2x; x - y; 3\pi z\}$ вдоль линии пересечения плоскости $x + 2y + 3z = 6$ с координатными плоскостями.

ВАРИАНТ 2.

1. Найти работу, которую совершает сила $\overline{F} = \{xy\,; 0\}$ при перемещении материальной точки вдоль линии $(l): \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 1$ из точки M_1 (0;3) в точку M_2 (2;0).
2. Является ли векторное поле
$$\overline{a} = y\sin z\,\overline{i} + x\sin z\,\overline{j} + xy\cos z\,\overline{k}$$
потенциальным или соленоидальным. Для потенциального поля найти потенциал.

3. Найти поток векторного поля $\overline{a} = (e^z + 2x)\overline{i} + e^x\,\overline{j} + e^y\,\overline{k}$ через внешнюю сторону замкнутой поверхности $S: x + y + z = 1, x = 0, \quad y = 0, z = 0.$
4. Найти работу силы $\overline{F} = \{x + y\,;\, 2x\}$ при перемещении в положительном направлении по окружности $x^2 + y^2 = 2x$.
5. Найти циркуляцию векторного поля $\overline{F} = \{2x, x - y, 3\pi z\}$ вдоль линии пересечения плоскости $x + 2y + 3z = 6$ с координатными плоскостями.

ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ

Томский
Политехнический
университет

Экзаменационный билет № 1
Дисциплина «Интегральное исчисление»
ЭЛТИ
Кафедра ВМ
Курс I

1. Интеграл, как функция верхнего предела. Теорема о дифференцируемости интеграла как функции верхнего предела. Формулировка и доказательство. Найдите предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x \cos t^2\,dt}{x}$.
2. Интеграл по симметричному промежутку для чётной и нечётной функции. Вычислите интеграл $\int_{-2}^{2}\left(x^2 - x^3\right)dx$.
3. Найдите среднее значение функции $y = 1 + (x-1)^2$ на отрезке [0,3]. Сделайте геометрическую иллюстрацию.
4. Переходя к полярным координатам, вычислите двойной интеграл $\iint\limits_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}\,dxdy$, где область D ограничена окружностью $x^2 + y^2 = ax$.
5. Вычислите интеграл $\int\limits_l xyds$ по периметру прямоугольника, ограниченного прямыми $x = 0$, $y = 0$, $x = 4$, $y = 2$.

6. Найдите поток векторного поля $\vec{a} = (8yz - x)\vec{i} + (x^2 - 1)\vec{j} + (xy - 2z)\vec{k}$ через внешнюю сторону замкнутой поверхности S: $2x + 3y - z = 6$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

Составили:
доцент каф. ВМ А.Н. Харлова
Утверждаю:
Зав. каф. ВМ К.П. Арефьев
___«___»_____________ 2007г.
Директор ЭЛТИ А.П. Суржиков
___«___»_____________ 2007г.

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Индивидуальное задание по теме «Неопределенный интеграл»

1.	$\int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$	21.	$\int \frac{dx}{1-\sin x}$
2.	$\int e^{\sin^2 x} \cdot \sin 2x dx$	22.	$\int \sin 4x \cdot \cos 4x\, dx$
3.	$\int \frac{2^{arctg 2x} dx}{1+4x^2}$	23.	$\int \frac{dx}{3\sin^2 x + 4\cos^2 x}$
4.	$\int \frac{e^x dx}{1+e^{2x}}$	24.	$\int \cos^4 x \cdot \sin^5 x dx$
5.	$\int \sin(2x+3)dx$	25.	$\int \sin 3x \cdot \cos 10x dx$
6.	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin x}$	26.	$\int tg^5 x dx$
7.	$\int \frac{dx}{\cos^2(2x-1)}$	27.	$\int \frac{\sqrt{x}\, dx}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x}}$
8.	$\int \frac{3x-4}{x^2-4} dx$	28.	$\int \frac{(x+1)\, dx}{x \cdot \sqrt{x-2}}$
9.	$\int ctg^2 2x dx$	29.	$\int x^2 \sqrt{1-x^2} dx$
10.	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^6}}$	30.	$\int \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt[4]{x}}}{\sqrt{x}} dx$
11.	$\int x^2 \cos 3x dx$	31.	$\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2-1}}$
12.	$\int \cos(\ln x) dx$	32.	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2-1}}$
13.	$\int \arcsin x dx$	33.	$\int x \cdot e^{x^2} dx$
14.	$\int x \cdot e^{-\frac{x}{2}} dx$	34.	$\int x^2 \cdot e^{x^2} dx$

15.	$\int \frac{(x+1)dx}{x^2+x+1}$	35.	$\int x\ln^2 x\,dx$
16.	$\int \frac{(x+2)dx}{\sqrt{x^2+4x+6}}$	36.	$\int \frac{\ln^2 x}{x}dx$
17.	$\int \frac{e^x-2}{e^{2x}+1}dx$	37.	$\int \frac{dx}{e^{2x}-e^x}$
18.	$\int \frac{(x-8)dx}{x(x-2)^2}$	38.	$\int \frac{dx}{\sqrt{\sin x\cdot\cos^3 x}}$
19.	$\int \frac{(x^3-6)\,dx}{(x^2+2)(x^2+4)}$	39.	$\int \sin x\cos^3 x\,dx$
20.	$\int \frac{2x^2+x+3}{x^2-x+1}dx$	40.	$\int \frac{x^2dx}{x^3+1}$

Индивидуальное задание по теме «Определённый интеграл»

I. Вычислить определённый интеграл:

1. $\int (x+2)^2\cos 3x dx$
2. $\int \frac{x+\cos x}{x^2+2\sin x}dx$
3. $\int \frac{dx}{(3tgx+5)\sin 2x}$
4. $\int \sqrt{256-x^2}dx$
5. $\int \frac{\cos x}{2+\cos x}dx$
6. $\int 2^4\sin^6 x\cos^2 xdx$

II. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

1. $y=4-x^2,\quad y=x^2-2x$
2. $\begin{cases} x=4(t-\sin t) \\ y=4(1-\cos t), \end{cases}\quad y=4,(y\geq 4),\ 0\prec x\prec 8\pi$
3. $\rho=4\sin\varphi,\ \rho=2(\rho\geq 2)$

III. Вычислить длину дуги кривой:

1. $y=\frac{x^2}{4}-\frac{\ln x}{2}, 1\leq x\leq 2$
2. $\begin{cases} x=3(2\cos t-\cos t) \\ y=3(2\sin t-\sin 2t)' \end{cases}\quad 0\leq t\leq 2\pi$
3. $\rho=2e^{2\varphi/3}, -\frac{\pi}{2}\leq\varphi\leq\frac{\pi}{2}$

IV. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями:

$z = x^2 + 4y^2$, $z = 2$

V. Вычислить объём тела, образованного вращением плоской фигуры, ограниченной указанными линиями, вокруг оси Ox:
$y = -x^2 + 5x - 6,\ y = 0$

VI. Вычислить несобственные интегралы:

1. $\int\limits_0^{\infty} \frac{\arcsin x + 1}{\sqrt{1-x^2}} dx$
2. $\int\limits_{-1}^{1} \frac{e^x + 1}{e^x - 1} dx$

Индивидуальное задание по теме « Кратные интегралы»

I. Изменить порядок интегрирования:

$$\int\limits_{-2}^{-1} dy \int\limits_{-\sqrt{2+y}}^{0} f(x,y)dx + \int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{-\sqrt{-y}}^{0} f(x,y)dx$$

II. Вычислить кратные интегралы:

1. $\iint\limits_D (12x^2y^2 + 16x^3y^3)dxdy,\ где\ D: x = 1, y = x^2 y = -\sqrt{x}$
2. $\iint\limits_D ye^{xy/2}dxdy,\ где\ D: y = \ln 2, y = \ln 3, x = 2, x = 4$
3. $\iiint\limits_V 2y^2e^{xy}dxdydz,\ гдеV: x = 0, y = 1, x = y, z = 0, z = 1$
4. $\iiint\limits_V xdxdydz,\ гдеV: y = 10x, y = 0, x = 1, z = xy, z = 0$

III. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

1. $y = \frac{3}{x}, y = 4e^x, y = 3, y = 4$
2. $y^2 - 2y + x^2 = 0, y^2 - 4y + x^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{3}x$

IV. Пластинка D задана кривыми, μ – поверхностная плоскость. Найти массу пластинки.

1. $x = 1, y = 0, y^2 = 4x, (y \ge 0), \mu(x,y) = 7x^2 + y$
2. $x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 4, x \ge 0, y \ge 0, \mu(x,y) = \frac{x+y}{x^2+y^2}$

V. Найти объём тела, заданного ограничивающими поверхностями:

1. $y=16\sqrt{2x}, y=\sqrt{2x}, z=0, x+z=2$
2. $x^2+y^2=y, x^2+y^2=4y, z=0, z=\sqrt{x^2+y^2}$
3. $y=5x^2+2, y=7, z=3y^2-7x^2-2, z=3y^2-7x^2-5$
4. $z=\sqrt{9-x^2-y^2}, \dfrac{9z}{2}=x^2+y^2$
5. $z=2-12(x^2+y^2), z=24x+2$
6. $1\le x^2+y^2+z^2\le 49, -x\le y\le 0, -\sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{35}}\le z\le\sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{3}}$

Индивидуальное задание по теме «Векторный анализ»

1. Найти при $t=1$ траекторию движения, скорость и ускорение движущейся точки, если дан её радиус-вектор $\vec{r}=t\bar{i}+t^2\bar{j}+\sqrt{t}\bar{k}$. Проверить, перпендикулярны ли векторы $\bar{r}, \dfrac{d\bar{r}}{dt}$.
2. Указать при $t=1$ производные скалярного и векторного произведений векторов:

   $\vec{a}=(t-\sin t)\bar{i}+(1-\cos t)\bar{j}+\phi\sin\dfrac{t}{2}\bar{k},\ \vec{b}=t\bar{i}+\dfrac{t^2}{2R}\bar{j}+\bar{k}.$
3. Поле образовано силой $\bar{F}=y\bar{i}+a\bar{j}$. Определить работу при перемещении единичной массы по контуру, образованному полуосями координат и первой четвертью эллипса $x=a\cos t, y=b\sin t$.
4. Вычислить линейный интеграл $\int\limits_L xdy-ydx$ вдоль кривой

   $x=a(\cos t+t\sin t), y=a(\sin t-t\cos t)\ \ (0\le t\le\dfrac{\pi}{2}).$
5. Двумя способами: непосредственно и с помощью формулы Грина – вычислить интеграл $\int\limits_L (x+2y)dx+4xdy$ по контуру треугольника

   $x=0, y=0, x+y=1,$ обходимому в положительном направлении.
6. Найти функцию $u(x,y)$ по её полному дифференциалу

$$du=\left(\ln y+\frac{y}{x}-x\right)dx+\left(\ln x+\frac{x}{y}+1\right)dy.$$

7. Определить массу дуги параболы $y^2=2x$ от точки O(0,0) до точки B$(0,\sqrt{2})$, если плотность в каждой точке равна ординате точки.

8. Указать координаты центра тяжести однородной кривой $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ $(0 \le x \le a)$.

9. Вычислить работу силы $\vec{F} = (x^2 + y^2)\bar{i} + (x^2 - y^2)\bar{j}$ вдоль контура L:
$$y = \begin{cases} x, & 0 \le x \le 1 \\ 2 - x, & 1 < x \le 2 \end{cases}$$

10. Найти поток векторного поля $\vec{a} = 7\pi x\bar{i} + 2\pi y\bar{j} + (7z + 2)\bar{k}$ через часть плоскости $x + y + \frac{1}{2}z = 1$ в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

11. Вычислить величину потока векторного поля $\vec{a} = (x + xy^2)\bar{i} + (y - yx^2)\bar{j} + (z - 3)\bar{k}$ через часть поверхности $x^2 + y^2 = z^2 (z \ge 0)$, отсеченной плоскостью $z = 1$ в направлении внутренней нормали.

12. Определить величину потока векторного поля $\frac{1}{x}\bar{i} + \frac{1}{y}\bar{j} + \frac{1}{z}\bar{k}$ через внешнюю сторону эллипсоида $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$

13. Найти поток векторного поля $\vec{a} = 8x\bar{i} - 2y\bar{j} + x\bar{k}$ через нижнюю сторону круга $x^2 + y^2 = z + 1,\ z = 0.$

14. Применяя формулу Гаусса-Остраградского, вычислить интеграл $\iint\limits_S x^2 dydz + y^2 dxdz + z^2 dxdy,$ где S – внешняя сторона поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 1, x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0.$

15.Определить суммарный электрический заряд, распределенный на части поверхности параболоида $x^2 + y^2 = 2z,$ отсеченной плоскостью $z = 1,$ если плотность заряда в каждой точке равна сумме квадратов абсциссы и ординаты точки.

16. Указать площадь части параболоида $x^2 + y^2 = 6z,$ заключенной внутри цилиндра $x^2 + y^2 = 2z.$

17. Найти векторные линии поля $\vec{a} = 2x\bar{i} + 8z\bar{k}.$

18. Записать векторные линии поля $\vec{a} = x^3\bar{i} + (y^3 + 1)\bar{j} + (z^3 + 2)\bar{k}.$

19. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{a} = (y - Cz)\bar{i} + (z - x)\bar{j} + (x - Cy)\bar{k}$ вдоль линии $L\!: x^2 + y^2 = 1x + z = 1,$ обходимой в отрицательном направлении относительно орта k.

20. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{a} = -x^2 y^3\bar{i} + 2\bar{j} + xz\bar{k}$ вдоль контура L: $x = \sqrt{2}\cos t, y = \sqrt{2}\sin t, z = 1$ в сторону возрастания параметра t.

21. С помощью формулы Стокса вычислить интеграл $\int\limits_L xydx + yzdy + xzdz$, вдоль контура L: $x + y^2 + z^2 = R^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$

22. Охарактеризовать векторное поле

$$\vec{a} = 3x^2 y^2 \bar{i} + 2(y - z^2)\bar{j} + z(x^3 + y)\bar{k},$$

является ли оно соленоидальным или потенциальным.

23. Показать, что векторное поле $\vec{a} = \frac{y}{z}\bar{i} + \frac{x}{z}\bar{j} - \frac{xy}{z^2}\bar{k}$ потенциальное, и найти его потенциал.