Л. А. КУЗНЕЦОВ

СБОРНИК ЗАДАНИЙ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

ТИПОВЫЕ РАСЧЕТЫ

Рекомендовано Государственным комитетом Российской Федерации по высшему образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению «Математика»

Москва
«Высшая школа» 1994

Кузнецов Л. А.

К89 Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты): Учеб. пособие для втузов.— 2-е изд., доп.— М.: Высш. шк., 1994.— 206 с.: ил.

ISBN 5-06-002666-3

Пособие содержит индивидуальные задания (по 31 варианту в каждой задаче) для студентов по курсу высшей математики и предназначено для обеспечения самостоятельной работы по освоению курса. Каждое задание содержит теоретические вопросы, теоретические упражнения и расчетную часть.

Второе издание (1-е — 1983 г.) дополнено разделом, посвященным уравнениям математической физики.

К $\frac{1602010000 - 101}{001\ (01) - 94}$ без объявл.

ББК 22.11
517

УДК 517
Кратные интегралы
Контрольные задания по высшей математике для студентов II курса всех специальностей дневной формы обучения. Томск, изд. ТПИ им.С.М.Кирова, 1988.-30 с.

Составители: Э.Н.Подскребко, Г.П.Столярова
Резензент доц. Пестова Н.Ф.

Контрольные задания рассмотрены и рекомендованы методическим семинаром кафедры высшей математики-I 10 октября 1987 г.

Зав.кафедрой К.П.Арефьев

Типовой расчет по теме "Кратные интегралы" содержит 16 задач в 25 вариантах. Нумерация задач двойная: NM, где N - номер задачи и M - номер варианта, совпадающий с порядковым номером студента в групповом журнале.

З а д а ч а 1. Изменить порядок интегрирования.

1.1. $$\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^{0} f\,dx + \int_{-1}^{0} dy \int_{-\sqrt{-y}}^{0} f\,dx = \int_{-1}^{0} dx \int_{x^2-2}^{-x^2} f\,dy.$$

1.2. $$\int_{0}^{1} dy \int_{-\sqrt{y}}^{0} f\,dx + \int_{1}^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^{0} f\,dx = \int_{-1}^{0} dx \int_{x^2}^{\sqrt{2-x^2}} f\,dy.$$

1.3. $$\int_{0}^{1} dy \int_{0}^{y} f\,dx + \int_{1}^{\sqrt{2}} dy \int_{0}^{\sqrt{2-y^2}} f\,dx = \int_{0}^{1} dx \int_{x}^{\sqrt{2-x^2}} f\,dy.$$

1.4. $$\int_{0}^{1} dy \int_{0}^{\sqrt{y}} f\,dx + \int_{1}^{2} dy \int_{0}^{\sqrt{2-y}} f\,dx = \int_{0}^{1} dx \int_{x^2}^{2-x^2} f\,dy.$$

1.5. $$\int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^{0} f\,dy + \int_{-1}^{0} dx \int_{x}^{0} f\,dy = \int_{-1}^{0} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^{y} f\,dx.$$

1.6. $$\int_{0}^{1/\sqrt{2}} dy \int_{0}^{\arcsin y} f\,dx + \int_{1/\sqrt{2}}^{1} dy \int_{0}^{\arccos y} f\,dx = \int_{0}^{\pi/4} dx \int_{\sin x}^{\cos x} f\,dy.$$

1.7. $$\int_{-2}^{-1} dy \int_{0}^{\sqrt{2+y}} f\,dx + \int_{-1}^{0} dy \int_{0}^{\sqrt{-y}} f\,dx = \int_{0}^{1} dx \int_{x^2-2}^{-x^2} f\,dy.$$

1.8. $$\int_{0}^{1} dy \int_{-\sqrt{y}}^{0} f\,dx + \int_{1}^{e} dy \int_{-1}^{-\ln y} f\,dx = \int_{-1}^{0} dx \int_{x^2}^{e^{-x}} f\,dy.$$

I.9. $$\int_{-\sqrt{2}}^{1} dx \int_{0}^{\sqrt{2-x^2}} f\,dy + \int_{-1}^{0} dx \int_{0}^{x^2} f\,dy = \int_{0}^{1} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^{-\sqrt{y}} f\,dx .$$

I.10. $$\int_{-2}^{-\sqrt{3}} dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{0} f\,dy + \int_{-\sqrt{3}}^{0} dx \int_{\sqrt{4-x^2}-2}^{0} f\,dy = \int_{-1}^{0} dy \int_{\sqrt{4-y^2}}^{-\sqrt{-y^2-4y}} f\,dx .$$

I.11. $$\int_{0}^{1} dx \int_{1-x^2}^{1} f\,dy + \int_{1}^{e} dx \int_{\ln x}^{1} f\,dy = \int_{0}^{1} dy \int_{\sqrt{1-y}}^{e^y} f\,dx .$$

I.12. $$\int_{0}^{1} dy \int_{0}^{\sqrt[3]{y}} f\,dx + \int_{1}^{2} dy \int_{0}^{2-y} f\,dx = \int_{0}^{1} dx \int_{x^3}^{2-x} f\,dy .$$

I.13. $$\int_{0}^{\pi/4} dy \int_{0}^{\sin y} f\,dx + \int_{\pi/4}^{\pi/2} dy \int_{0}^{\cos y} f\,dx = \int_{0}^{\sqrt{2}/2} dx \int_{\arcsin x}^{\arccos x} f\,dy .$$

I.14. $$\int_{-2}^{-1} dx \int_{-2-x}^{0} f\,dy + \int_{-1}^{0} dx \int_{\sqrt[3]{x}}^{0} f\,dy = \int_{-1}^{0} dy \int_{-2-y}^{y^3} f\,dx .$$

I.15. $$\int_{0}^{1} dy \int_{0}^{\sqrt{y}} f\,dx + \int_{1}^{e} dy \int_{\ln y}^{1} f\,dx = \int_{0}^{1} dx \int_{x^2}^{e^x} f\,dy .$$

I.16. $$\int_{0}^{1} dy \int_{-\sqrt{y}}^{0} f\,dx + \int_{1}^{2} dy \int_{-\sqrt{2-y}}^{0} f\,dx = \int_{-1}^{0} dx \int_{x^2}^{2-x^2} f\,dy .$$

I.17. $$\int_{0}^{1} dy \int_{-y}^{0} f\,dx + \int_{1}^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^{0} f\,dx = \int_{-1}^{0} dx \int_{-x}^{\sqrt{2-x^2}} f\,dy .$$

I.18. $$\int_{0}^{1} dy \int_{0}^{y^2} f\,dx + \int_{1}^{2} dy \int_{0}^{2-y} f\,dx = \int_{0}^{1} dx \int_{\sqrt[3]{x}}^{2-x} f\,dy .$$

I.19. $$\int_{0}^{\sqrt{3}} dx \int_{\sqrt{4-x^2}-2}^{0} f\,dy + \int_{\sqrt{3}}^{2} dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{0} f\,dy = \int_{-1}^{0} dy \int_{\sqrt{-y^2-4y}}^{\sqrt{4-y^2}} f\,dx .$$

I.20. $$\int_{-2}^{-1} dy \int_{-2-y}^{0} f\,dx + \int_{-1}^{0} dy \int_{\sqrt[3]{y}}^{0} f\,dx = \int_{-1}^{0} dx \int_{-2-x}^{x^3} f\,dy .$$

I.21. $$\int_{0}^{1} dy \int_{0}^{y} f\,dx + \int_{1}^{e} dy \int_{\ln y}^{1} f\,dx = \int_{0}^{1} dx \int_{x}^{e^x} f\,dy .$$

I.22. $$\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{x^2} f\,dy + \int_{1}^{\sqrt{2}} dx \int_{0}^{\sqrt{2-x^2}} f\,dy = \int_{0}^{1} dy \int_{\sqrt{y}}^{\sqrt{2-y^2}} f\,dx .$$

I.23. $$\int_{0}^{\pi/4} dx \int_{0}^{\sin x} f\,dy + \int_{\pi/4}^{\pi/2} dx \int_{0}^{\cos x} f\,dy = \int_{0}^{\sqrt{2}/2} dy \int_{\arcsin y}^{\arccos y} f\,dx .$$

I.24. $$\int_{-\sqrt{2}}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^{0} f\,dx + \int_{-1}^{0} dy \int_{y}^{0} f\,dx = \int_{-1}^{0} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^{x} f\,dy .$$

I.25. $$\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{x^3} f\,dy + \int_{1}^{2} dx \int_{0}^{2-x} f\,dy = \int_{0}^{1} dy \int_{\sqrt[3]{y}}^{2-y} f\,dx .$$

I.26. $$\int_{0}^{\sqrt{3}} dx \int_{0}^{2-\sqrt{4-x^2}} f\,dy + \int_{\sqrt{3}}^{2} dx \int_{0}^{\sqrt{4-x^2}} f\,dy = \int_{0}^{1} dy \int_{\sqrt{4y-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} f\,dx .$$

I.27. $$\int_{0}^{1} dx \int_{-\sqrt{x}}^{0} f\,dy + \int_{1}^{2} dx \int_{-\sqrt{2-x}}^{0} f\,dy = \int_{-1}^{0} dy \int_{y^2}^{2-y^2} f\,dx .$$

I.28. $$\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{x} f\,dy + \int_{1}^{\sqrt{2}} dx \int_{0}^{\sqrt{2-x^2}} f\,dy = \int_{0}^{1} dy \int_{y}^{\sqrt{2-y^2}} f\,dx .$$

I.29. $$\int_{0}^{1} dy \int_{0}^{\sqrt{y}} f\,dx + \int_{1}^{\sqrt{2}} dy \int_{0}^{\sqrt{2-y^2}} f\,dx = \int_{0}^{1} dx \int_{x^2}^{\sqrt{2-x^2}} f\,dy .$$

I.30. $$\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{\sqrt{x}} f\,dy + \int_{1}^{2} dx \int_{0}^{\sqrt{2-x}} f\,dy = \int_{0}^{1} dy \int_{y^2}^{2-y^2} f\,dx .$$

Задачи 2,3,4,5. Вычислить кратные интегралы.

№	Вид интеграла	Уравнения границ области интегрирования D	Ответ
2.1.	$\iint\limits_D (12x^2y^2+16x^3y^3)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt{x}$	1
2.2.	$\iint\limits_D (9x^2y^2+48x^3y^3)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=\sqrt{x},\ y=-x^2$	2
2.3.	$\iint\limits_D (36x^2y^2-96x^3y^3)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=\sqrt[3]{x},\ y=-x^3$	1
2.4.	$\iint\limits_D (18x^2y^2+32x^3y^3)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=x^3,\ y=-\sqrt[3]{x}$	1
2.5.	$\iint\limits_D (27x^2y^2+48x^3y^3)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt[3]{x}$	2
2.6.	$\iint\limits_D (18x^2y^2+32x^3y^3)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=\sqrt{x},\ y=-x^2$	3
2.7.	$\iint\limits_D (18x^2y^2+32x^3y^3)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=x^3,\ y=-\sqrt{x}$	1
2.8.	$\iint\limits_D (27x^2y^2+48x^3y^3)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=\sqrt{x},\ y=-x^3$	4
2.9.	$\iint\limits_D (4xy+3x^2y^2)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt{x}$	0
2.10.	$\iint\limits_D (12xy+9x^2y^2)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=\sqrt{x},\ y=-x^2$	2
2.11.	$\iint\limits_D (8xy+9x^2y^2)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=\sqrt[3]{x},\ y=-x^3$	2
2.12.	$\iint\limits_D (24xy+18x^2y^2)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=x^3,\ y=\sqrt[3]{x}$	-1
2.13.	$\iint\limits_D (12xy+27x^2y^2)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt[3]{x}$	2
2.14.	$\iint\limits_D (8xy+18x^2y^2)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=\sqrt[3]{x},\ y=-x^2$	3
2.15.	$\iint\limits_D (\frac{4}{5}xy+\frac{9}{11}x^2y^2)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=x^3,\ y=-\sqrt{x}$	0
2.16.	$\iint\limits_D (\frac{4}{5}xy+9x^2y^2)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=\sqrt{x},\ y=-x^3$	1
2.17.	$\iint\limits_D (24xy-48x^3y^3)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt{x}$	-1
2.18.	$\iint\limits_D (6xy+24x^3y^3)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=\sqrt{x},\ y=-x^2$	1
2.19.	$\iint\limits_D (4xy+16x^3y^3)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=\sqrt[3]{x},\ y=-x^3$	1
2.20	$\iint\limits_D (4xy+16x^3y^3)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=x^3,\ y=-\sqrt[3]{x}$	-1
2.21.	$\iint\limits_D (44xy+16x^3y^3)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt[3]{x}$	-5
2.22.	$\iint\limits_D (4xy+176x^3y^3)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=\sqrt[3]{x},\ y=-x^2$	5
2.23.	$\iint\limits_D (xy-4x^3y^3)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=x^3,\ y=-\sqrt{x}$	0
2.24.	$\iint\limits_D (4xy+176x^3y^3)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=\sqrt{x},\ y=-x^3$	5
2.25 2.31	$\iint\limits_D (6x^2y^2+\frac{25}{3}x^4y^4)\,dx\,dy$	$x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt{x}$	1 11
3.1.	$\iint\limits_D y e^{xy/2}\,dx\,dy$	$y=\ln 2,\ y=\ln 3,\ x=2,\ x=4$	3
3.2.	$\iint\limits_D y^2 \sin\frac{xy}{2}\,dx\,dy$	$x=0,\ y=\sqrt{\pi},\ y=x/2$	π
3.3.	$\iint\limits_D y\cos xy\,dx\,dy$	$y=\pi/2,\ y=\pi,\ x=1,\ x=2$	-2
3.4.	$\iint\limits_D y^2 e^{-xy/4}\,dx\,dy$	$x=0,\ y=2,\ y=x$	$8/e$
3.5.	$\iint\limits_D y\sin xy\,dx\,dy$	$y=\pi/2,\ y=\pi,\ x=1,\ x=2$	-1
3.6.	$\iint\limits_D y^2\cos\frac{xy}{2}\,dx\,dy$	$x=0,\ y=\sqrt{\frac{\pi}{2}},\ y=\frac{x}{2}$	1