ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Э.Н. Подскребко

Векторная алгебра. Аналитическая геометрия

Контролирующие материалы для самостоятельной работы

Для студентов первого курса АВТФ

Томск 2009

Вариант №1

Часть 1

А1 Даны векторы $\overline{OA} = \overline{a}$ и $\overline{OB} = \overline{b}$. Вектор $\overline{OC} = \overline{c}$ – медиана треугольника OAB. Выразить вектор $\overline{c}$ через $\overline{a}$ и $\overline{b}$.

1) $\dfrac{\overline{a} - \overline{b}}{2}$ 2) $\dfrac{\overline{b} - \overline{a}}{2}$ 3) $\dfrac{\overline{a} + \overline{b}}{2}$ 4) $\overline{a} + \dfrac{\overline{b}}{2}$

А2 При каком значении параметра α коллинеарны векторы $\overline{c} = \overline{a} + \overline{b}$ и $\overline{c_2} = 4\overline{a} + 2\overline{b}$, где $\overline{a} = (1,4,\alpha)$, $\overline{b} = (1, 1, -1)$?

1) $\alpha = -1$; 2) $\alpha = 4$; 3) $\alpha = -4$;

4) Векторы не коллинеарны ни при одном значении α

А3 Вычислить работу равнодействующей трех сил $\overline{f_1} = (3,-4,2)$; $\overline{f_2} = (2,3,-5)$; $\overline{f_3} = (-3,-2,4)$, если её точка приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается из $M_1(5, 3, -7)$ в $M_2(4, 1, -4)$.

1) 7; 2) 9; 3) 11; 4) 1.

А4 Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a} = \overline{m} + 2\overline{n}$, $\overline{b} = \overline{m} - 3\overline{n}$, $|\overline{m}| = 5$, $|\overline{n}| = 3$, угол $\left(\widehat{\overline{m}, \overline{n}}\right) = \dfrac{\pi}{6}$.

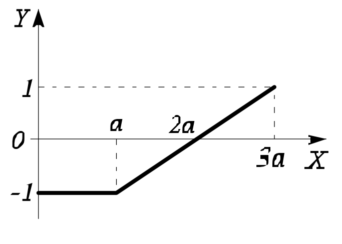
1) 22; 2) 37,5; 3) 28; 4) $75 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

А5 Найдите объем пирамиды с вершинами $O(0,0,0)$, $A(5,2,0)$, $B(2,5,0)$, $C(1,2,4)$.

1) 14; 2) 30; 3) 84;

4) Точки лежат в одной плоскости, $V = 0$.

А6 Записать аналитическое выражение для функции, график которой изображен на чертеже:



1) $f(x) = \begin{cases} -1, x \in [0, a); \\ x, x \in [a, 3a). \end{cases}$ 2) $f(x) = \begin{cases} -1, x \in [0, a); \\ \dfrac{1}{a}x - 3, x \in (a, 3a]. \end{cases}$

3) $f(x) = \begin{cases} -1, x \in [0, a); \\ \dfrac{x}{a} - 2, x \in (a, 3a]. \end{cases}$ 4) $f(x) = \begin{cases} -1, x \in [0, a); \\ x - 2, x \in [a, 3a). \end{cases}$

A7 Пусть M – множество прямых на плоскости, определяемых уравнениями вида $y = kx + b$, N – множество прямых на плоскости, определяемых уравнениями вида $Ax + By + C = 0$. Какое утверждение верно для множеств M и N?

1) $M \subset N$; 2) $N \subset M$; 3) $M = N$; 4) $M \cap N = \varnothing$.

A8 Какие уравнения определяют параллельные плоскости

$P_1 : 5x - 7y + 2z = 3$ $P_3 : -10x + 14y - 4z + 6 = 0$

$P_2 : \frac{x}{5} - \frac{y}{7} + \frac{z}{2} = \frac{1}{3}$ $P_4 : -10x + 14y - 4z = 0$

1) P_1 *и* P_2; 2) P_3 *и* P_2; 3) P_1 , P_3 *и* P_4; 4) P_4 *и* P_2.

Часть 2

B1 Образуют ли векторы $\overline{p} = (0, 1, 2)$, $\overline{q} = (1, 0, 1)$, $\overline{r} = (-1, 2, 4)$ базис в пространстве R^3? Если да, то найдите разложение вектора $\overline{a} = (-2,4,7)$ по этому базису. Укажите найденные координаты вектора $\overline{a}$.

B2 Найти тупой угол (в градусах) образованный плоскостью P_1: $x - y = 0$ и плоскостью P_2, проходящей через ось OY и точку $M_0(2, 7, -2)$.

B3 Составить уравнение стороны BC треугольника ABC, зная одну его вершину $A(0; 2)$ и уравнения высот BM: $x + y = 4$, CM: $y = 2x$, где M – точка пересечения высот.

Вариант №2

Часть 1

A1 Даны векторы $\overline{OA} = \overline{a}$ и $\overline{OB} = \overline{b}$. Вектор $\overline{OC} = \overline{c}$ – медиана треугольника *OAB*. Выразить вектор $\overline{a}$ через $\overline{b}$ и $\overline{c}$.

1) $2\overline{c} - \overline{b}$ 2) $\overline{c} - \overline{b}$ 3) $-\overline{a} - \overline{b}$ 4) $2\overline{b} - \overline{c}$

A2 Найдите координаты точки А (x,0,0), равноудаленной от точек $B(4,0,5)$ и $C(5,4,2)$.

1) (–2, 0, 0); 2) (2, 0, 0); 3) (1, 0, 0); 4) (4, 0, 0).

A3 Найти длину вектора $\overline{a} + \overline{b}$, где $\overline{a} = 5\overline{p} + 2\overline{q}$; $\overline{b} = \overline{p} - 3\overline{q}$, если известно, что $\left|\overline{p}\right| = 2\sqrt{2}$, $\left|\overline{q}\right| = 3$, угол $\left(\widehat{\overline{p},\overline{q}}\right) = \dfrac{\pi}{4}$

1) $\sqrt{593}$ 2) $\sqrt{37}$ 3) $12\sqrt{2} + 18$ 4) 15

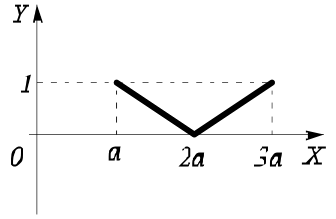
A4 Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a} = 2\overline{i} + 3\overline{j}$, $\overline{b} = 3\overline{j} + 2\overline{k}$.

1) $\sqrt{98}$ 2) $4\sqrt{22}$ 3) $2\sqrt{22}$ 4) 25

A5 Компланарны ли векторы $\overline{a} = -\overline{i} + 3\overline{j} + 2\overline{k}$, $\overline{b} = 2\overline{i} - 3\overline{j} - 4\overline{k}$, $\overline{c} = -3\overline{i} + 12\overline{j} + 6\overline{k}$?

1) Да, так как $(\overline{a} \times \overline{b}, \overline{c}) = 0$
2) Да, так как через 3 вектора всегда можно провести плоскость и притом только одну.
3) Нет, так как объем параллелепипеда, построенного на этих векторах $V = 3$.
4) Нет, так как объем параллелепипеда, построенного на этих векторах $V = 9$.

A6 Записать аналитическое выражение для функции, график которой изображен на чертеже:



1) $f(x) = \begin{cases} -x, x \in [0,2a]; \\ x, x \in (2a,3a]. \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} -\dfrac{x}{a} + 2, x \in [0,2a]; \\ \dfrac{x}{a} - 2, x \in (2a,3a]. \end{cases}$

3) $f(x) = \begin{cases} -ax + a, x \in [0,2a]; \\ x - 2a, x \in (2a,3a]. \end{cases}$

4) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{a} - 2, x \in [0,2a]; \\ -\dfrac{x}{a} + 2, x \in (2a,3a]. \end{cases}$

A7 Вставьте вместо многоточия нужное слово, чтобы следующее утверждение было истинным: «Для того, чтобы уравнение $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ определяло прямую на плоскости, … , чтобы $A = B = C = 0$».

1) необходимо; 2) достаточно;
3) необходимо и достаточно; 4) не существенно.

A8 Какие уравнения определяют перпендикулярные плоскости

$P_1: x+2y-z=0$ $P_3: -2x-4y+2z=0$

$P_2: x-2y-3z=8$ $P_4: x+y+z=0$

1) P_1 *и* P_2, P_2 *и* P_3; 2) P_1 *и* P_4; 3) P_1 *и* P_3; 4) P_2 *и* P_4.

Часть 2

B1 Образуют ли векторы $\overline{p}=(1,3,0)$, $\overline{q}=(2,-1,1)$, $\overline{r}=(0,-1,2)$ базис в пространстве R^3? Если да, то найдите разложение вектора $\overline{a}=(6,12,-1)$ по этому базису. Укажите найденные координаты вектора $\overline{a}$.

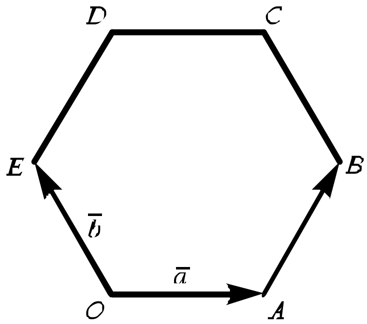
B2 Найти тупой угол (в градусах) образованный плоскостью P_1: $x + 2y + z = 0$ и плоскостью P_2, проходящей через ось OX и точку $M_0(-12, 2, -2)$.

B3 В треугольнике ABC даны: уравнение стороны AB: $x - 2y - 6 = 0$ и уравнения двух высот AP: $y = 3$ и BQ: $4x + y - 15 = 0$. Составьте уравнение стороны AC.

Вариант №3

Часть 1

А1 Дан правильный шестиугольник *OABCDE*. Выразить вектор $\overline{AB}$ через $\overline{OA}=\overline{a}$ и $\overline{OE}=\overline{b}$.



1) $\overline{a}+\overline{b}$ 2) $\dfrac{\overline{a}+\overline{b}}{2}$ 3) $\overline{a}-\overline{b}$ 4) $2\overline{a}-\overline{b}$

А2 При каком значении параметра α коллинеарны векторы $\overline{c_1}=4\overline{a}-2\overline{b}$ и $\overline{c_2}=\overline{b}-2\overline{a}$, если $\overline{a}=(1,-2,\alpha)$, $\overline{b}=(3,-1,0)$?

1) 0; 2) 1; 3) 5; 4) Векторы коллинеарны при любом α.

А3 Вычислить проекцию вектора $\overline{AB}$ на $\overline{CD}$, если $A(-2,3,-4)$, $B(3,2,5)$, $\overline{CD}=(2,3,-6)$.

1) –47 2) $-\dfrac{20}{\sqrt{107}}$ 3) $-\dfrac{48}{7}$ 4) $-\dfrac{47}{7}$

А4 Раскройте скобки и упростите выражение $(2\overline{a}+\overline{b})\times(\overline{c}-\overline{a})+(\overline{b}+\overline{c})\times(\overline{a}+\overline{b})$.

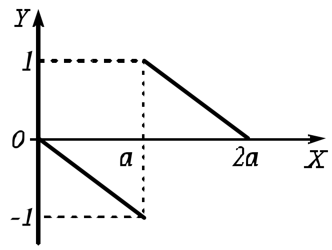
1) $2\overline{a}\times\overline{c}$ 2) $\overline{a}\times\overline{c}$ 3) $2(\overline{b}\times\overline{c}+\overline{a}\times\overline{c})$ 4) $\overline{0}$

А5 Найдите объем пирамиды с вершинами $A(2,0,0)$, $B(0,3,0)$, $C(0,0,6)$, $D(2,3,8)$.

1) 14; 2) 84; 3) –14;

4) $V=0$, так как точки лежат в одной плоскости.

А6 Записать аналитическое выражение для функции, график которой изображен на чертеже:



1) $f(x)=\begin{cases}-x, x\in[0,a];\\ -x+a, x\in(a,2a].\end{cases}$ 2) $f(x)=\begin{cases}-\dfrac{x}{a}, x\in[0,a];\\ 2-\dfrac{x}{a}, x\in(a,2a].\end{cases}$

3) $f(x)=\begin{cases} x, x\in[0,a]; \\ x+2a, x\in(a,2a]. \end{cases}$ 4) $f(x)=\begin{cases} -ax, x\in[0,a]; \\ -ax+2a, x\in(a,2a]. \end{cases}$

А7 Пусть M – множество поверхностей, определяемых в декартовой системе координат уравнениями вида $a_{10}x+a_{20}y+a_{30}z+a_{00}=0$, N – множество плоскостей в пространстве R^3. Какое утверждение верно для этих множеств?

1) $M\subset N$ 2) $N\subset M$ 3) $M=N$ 4) $M\cap N=\varnothing$

А8 Какое из следующих уравнений определяет плоскость в пространстве?

$f_1: x+y=4$ $f_3: 2x-3y+z-1=4$

$f_2: z-x^2+y^2=4$ $f_4: xy+z=4$

1) f_1 и f_2 2) f_1 и f_3 3) f_4 4) f_3 и f_4

Часть 2

В1 Образуют ли векторы $\overline{p}=(2,1,-1)$, $\overline{q}=(0,3,2)$, $\overline{r}=(1,-1,1)$ базис в пространстве R^3? Если да, то найдите разложение вектора $\overline{a}=(1,-4,4)$ по этому базису. Укажите найденные координаты вектора $\overline{a}$.

В2 Найти острый угол (в градусах) образованный плоскостью P_1: $x-2y+2z-8=0$ и плоскостью P_2, проходящей через ось OY и точку $(2, 5, -2)$.

В3 Дан треугольник с вершинами $A(-6,8)$, $B(9,8)$, $C(6,4)$. Найдите уравнение прямой, на которой лежит биссектриса, проведенная из вершины B.

Ответы

Вари ант	**А1**	**А2**	**А3**	**А4**	**А5**	**А6**	**А7**	**А8**	**В1**	**В2**	**В3**
1	3	4	1	2	1	3	1	3	(2,– 1,1)	120^o	$y = -2x + 8$
2	1	2	4	3	1	2	2	1	(4,1,–1)	150^o	$x - 4y = 0$
3	1	4	4	2	1	2	3	2	(–1,0,3)	45^o	$x - 2y + 7 = 0$