II. ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

Теоретические вопросы

1. Понятие производной. Производная функции x^n.

2. Геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали к графику функции.

3. Понятие дифференцируемости функции и дифференциала. Условие дифференцируемости. Связь дифференциала с производной.

4. Геометрический смысл дифференциала.

5. Непрерывность дифференцируемой функции.

6. Дифференцирование постоянной и суммы, произведения и частного.

7. Производная сложной функции.

8. Инвариантность формы дифференциала.

9. Производная обратной функции.

10. Производные обратных тригонометрических функций.

11. Гиперболические функции, их производные.

12. Производные высших порядков, формула Лейбница.

13. Дифференциалы высших порядков. Неинвариантность дифференциалов порядка выше первого.

14. Дифференцирование функций, заданных параметрически.

Теоретические упражнения

1. Исходя из определения производной, доказать, что
   a. а) производная периодической дифференцируемой функции есть функция периодическая;
   b. б) производная четной дифференцируемой функции есть функция нечетная;
   c. в) производная нечетной дифференцируемой функции есть функция четная.
2. Доказать, что если функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x=0$ и $f(0)=0$, то $f'(0)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$.
3. Доказать, что производная $f'(0)$ не существует, если

4. $f(x)=\begin{cases} x\sin(1/x), & x\neq 0, \\ 0, & x=0. \end{cases}$

5. Доказать, что производная от функции

6. $f(x)=\begin{cases} x^2\sin(1/x), & x\neq 0, \\ 0, & x=0. \end{cases}$

7. разрывна в точке $x=0$.

8. Доказать приближенную формулу

a. $\sqrt{a^2+z}\approx a+z/(2a),\ \ a>0,\ \ |z|\square\ a.$

9. Что можно сказать о дифференцируемости суммы $f(x)+g(x)$ в точке $x=x_0$ если, в этой точке:

10.а) функция $f(x)$ дифференцируема, а функция $g(x)$ не дифференцируема;

11.б) обе функции $f(x)$ и $g(x)$ не дифференцируемы.

*12.*Пусть функция $f(x)$ дифференцируема в точке x_0 и $f(x_0)\neq 0$, а функция $g(x)$ не дифференцируема в этой точке. Доказать, что произведение $f(x)g(x)$ является недифференцируемым в точке x_0.

13.Что можно сказать о дифференцируемости произведения $f(x)g(x)$ в предположениях задачи?

a. Рассмотреть примеры:

b. а) $f(x)=x,\ \ g(x)=|x|,\ \ x_0=0;$

c. $f(x)=x,\ \ g(x)=\begin{cases} \sin(1/x), & x\neq 0, \\ 0, & x=0, \end{cases}\ \ x_0=0;$

d. б) $f(x)=|x|,\ \ g(x)=|x|,\ \ x_0=0;$

e. $f(x)=|x|,\ \ g(x)=|x|+1,\ \ x_0=0.$

14.Найти $f'(0)$, если $f(x)=x(x+1)...(x+1234567).$

15.Выразить дифференциал d^3y от сложной функции $y[u(x)]$ через производные от функции $y(u)$ и дифференциалы от функции $u(x)$.

16.Пусть $y(x)$ и $x(y)$ дважды дифференцируемые взаимно обратные функции. Выразить x'' через y' и y''.

Расчетные задания

Задача 1. Исходя из определения производной, найти $f'(0)$.

1.1. $f(x)=\begin{cases}\operatorname{tg}\left(x^3+x^2\sin\dfrac{2}{x}\right), & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.2. $f(x)=\begin{cases}\arcsin\left(x^2\cos\dfrac{1}{9x}\right)+\dfrac{2}{3}x, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.3. $f(x)=\begin{cases}\operatorname{arctg}\left(x\cos\dfrac{1}{5x}\right), & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.4. $f(x)=\begin{cases}\ln\left(1-\sin\left(x^3\sin\dfrac{1}{x}\right)\right), & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.5. $f(x)=\begin{cases}\sin\left(x\sin\dfrac{3}{x}\right), & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.6. $f(x)=\begin{cases}\sqrt{1+\ln\left(1+x^2\sin\dfrac{1}{x}\right)}-1, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.7. $f(x)=\begin{cases}\sin\left(e^{x^2\sin\frac{5}{x}}-1\right)+x, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.8. $f(x)=\begin{cases}x^2\cos\dfrac{4}{3x}+\dfrac{x^2}{2}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.9. $f(x)=\begin{cases}\operatorname{arctg}\left(x^3-x^{\frac{3}{2}}\sin\dfrac{1}{3x}\right), & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.10. $f(x)=\begin{cases}\sin x\cdot\cos\dfrac{5}{x}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.11. $f(x)=\begin{cases}x+\arcsin\left(x^2\sin\dfrac{6}{x}\right), & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.12. $f(x)=\begin{cases}\operatorname{tg}\left(2^{x^2\cos(1/8x)}-1+x\right), & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.13. $f(x)=\begin{cases}\operatorname{arctg}x\cdot\sin\dfrac{7}{x}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.14. $f(x)=\begin{cases}2x^2+x^2\cos\dfrac{1}{9x}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.15. $f(x)=\begin{cases}x^2\cos^2\dfrac{11}{x}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.16. $f(x)=\begin{cases}2x^2+x^2\cos\dfrac{1}{x}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.17. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln\cos x}{x}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.18. $f(x)=\begin{cases}6x+x\sin\dfrac{1}{x}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.19. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{x^2}-\cos x}{x}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.20. $f(x)=\begin{cases}e^{x\sin\frac{5}{x}}-1, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.21. $f(x)=\begin{cases}3^{x^2\sin\frac{2}{x}}-1+2x, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.22. $f(x)=\begin{cases}\sqrt{1+\ln\left(1+3x^2\cos\dfrac{2}{x}\right)}-1, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.23. $f(x)=\begin{cases} e^{x\sin\frac{3}{5x}}-1, & x\neq 0; \\ 0, & x=0. \end{cases}$

1.24. $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2^{\operatorname{tg}x}-2^{\sin x}}{x^2}, & x\neq 0; \\ 0, & x=0. \end{cases}$

1.25. $f(x)=\begin{cases} \operatorname{arctg}\left(\dfrac{3x}{2}-x^2\sin\dfrac{1}{x}\right), & x\neq 0; \\ 0, & x=0. \end{cases}$

1.26. $f(x)=\begin{cases} e^{\sin\left(x^{\frac{3}{2}}\sin\frac{2}{x}\right)}-1+x^2, & x\neq 0; \\ 0, & x=0. \end{cases}$

1.27. $f(x)=\begin{cases} \sqrt[3]{1-2x^3\sin\dfrac{5}{x}}-1+x, & x\neq 0; \\ 0, & x=0. \end{cases}$

1.28. $f(x)=\begin{cases} x^2e^{|x|}\sin\dfrac{1}{x^2}, & x\neq 0; \\ 0, & x=0. \end{cases}$

1.29. $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\ln\left(1+2x^2+x^3\right)}{x}, & x\neq 0; \\ 0, & x=0. \end{cases}$

1.30. $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\cos x-\cos 3x}{x}, & x\neq 0; \\ 0, & x=0. \end{cases}$

1.31. $f(x)=\begin{cases} 1-\cos\left(x\sin\dfrac{1}{x}\right), & x\neq 0; \\ 0, & x=0. \end{cases}$

Задача 2. Составить уравнение нормали (в вариантах 2.1 – 2.12) или уравнение касательной (в вариантах 2.13 – 2.31) к данной кривой в точке с абсциссой x_0.

2.1. $y=\left(4x-x^2\right)/4, \quad x_0=2.$

2.2. $y=2x^2+3x-1, \quad x_0=-2.$

2.3. $y=x-x^3, \quad x_0=-1.$

2.4. $y=x^2+8\sqrt{x}-32, \quad x_0=4.$

2.5. $y = x + \sqrt{x^3}, \quad x_0 = 1.$

2.6. $y = \sqrt[3]{x^2} - 20, \quad x_0 = -8.$

2.7. $y = \dfrac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}, \quad x_0 = 4.$

2.8. $y = 8\sqrt[4]{x} - 70, \quad x_0 = 16.$

2.9. $y = 2x^2 - 3x + 1, \quad x_0 = 1.$

2.10. $y = \left(x^2 - 3x + 6\right)\Big/ x^2, \quad x_0 = 3.$

2.11. $y = \sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x}, \quad x_0 = 64.$

2.12. $y = \left(x^3 + 2\right)\Big/\left(x^3 - 2\right), \quad x_0 = 2.$

2.13. $y = 2x^2 + 3, \quad x_0 = -1.$

2.14. $y = \dfrac{x^{29} + 6}{x^4 + 1}, \quad x_0 = 1.$

2.15. $y = 2x + \dfrac{1}{x}, \quad x_0 = 1.$

2.16. $y = -2\left(x^8 + 2\right)\Big/\left(3\left(x^4 + 1\right)\right), \quad x_0 = 1.$

2.17. $y = \dfrac{x^5 + 1}{x^4 + 1}, \quad x_0 = 1.$

2.18. $y = \dfrac{x^{16} + 9}{1 - 5x^2}, \quad x_0 = 1.$

2.19. $y = 3\left(\sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x}\right), \quad x_0 = 1.$

2.20. $y = 1\Big/\left(3x + 2\right), \quad x_0 = 2.$

2.21. $y = x\Big/\left(x^2 + 1\right), \quad x_0 = -2.$

2.22. $y = \left(x^2 - 3x + 3\right)\Big/3, \quad x_0 = 3.$

2.23. $y = 2x\Big/\left(x^2 + 1\right), \quad x_0 = 1.$

2.24. $y = -2\left(\sqrt[3]{x} + 3\sqrt{x}\right), \quad x_0 = 1.$

2.25. $y = \dfrac{1 + 3x^2}{3 + x^2}, \quad x_0 = 1.$

2.26. $y = 14\sqrt{x} - 15\sqrt[3]{x} + 2, \quad x_0 = 1.$

2.27. $y = 3\sqrt[4]{x} - \sqrt{x}, \quad x_0 = 1.$

2.28. $y = \left(3x - 2x^3\right)\Big/3, \quad x_0 = 1.$

2.29. $y = x^2/10 + 3, \quad x_0 = 2.$

2.30. $y = \left(x^2 - 2x - 3\right)\Big/4, \quad x_0 = 4.$

2.31. $y = 6\sqrt[3]{x} - 16\sqrt[4]{x}/3, \quad x_0 = 1.$

Задача 3. Найти дифференциал dy.

3.1. $y = x\arcsin\left(1/x\right) + \ln\left|x + \sqrt{x^2 - 1}\right|, \quad x > 0.$

3.2. $y = \operatorname{tg}\left(2\arccos\sqrt{1 - 2x^2}\right), \quad x > 0.$

3.3. $y = \sqrt{1 + 2x} - \ln\left|x + \sqrt{1 + 2x}\right|.$

3.4. $y = x^2 \operatorname{arctg}\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 - 1}.$

3.5. $y=\arccos\left(1/\sqrt{1+2x^2}\right), \quad x>0.$

3.6. $y=x\ln\left|x+\sqrt{x^2+3}\right|-\sqrt{x^2+3}.$

3.7. $y=\operatorname{arctg}(\operatorname{sh}x)+(\operatorname{sh}x)\operatorname{lnch}x.$

3.8. $y=\arccos\left(\left(x^2-1\right)/\left(x^2\sqrt{2}\right)\right).$

3.9. $y=\ln\left(\cos^2 x+\sqrt{1+\cos^4 x}\right).$

3.10. $y=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)-\sqrt{1+x^2}\operatorname{arctg}x.$

3.11. $y=\dfrac{\ln|x|}{1+x^2}-\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{x^2}{1+x^2}$

3.12. $y=\ln\left(\mathrm{e}^x+\sqrt{\mathrm{e}^{2x}-1}\right)+\operatorname{arcsine}^x.$

3.13. $y=x\sqrt{4-x^2}+a\arcsin(x/2).$

3.14. $y=\operatorname{lntg}(x/2)-x/\sin x.$

3.15. $y=2x+\ln|\sin x+2\cos x|.$

3.16. $y=\sqrt{\operatorname{ctg}x}-\sqrt{\operatorname{tg}^3 x}/3.$

3.17. $y=\ln\left|\dfrac{x+\sqrt{x^2+1}}{2x}\right|.$

3.18. $y=\sqrt[3]{\dfrac{x+2}{x-2}}.$

3.19. $y=\operatorname{arctg}\dfrac{x^2-1}{x}.$

3.20. $y=\ln\left|x^2-1\right|-\dfrac{1}{x^2-1}.$

3.21. $y=\operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\dfrac{x}{2}+1\right).$

3.22. $y=\ln\left|2x+2\sqrt{x^2+x}+1\right|.$

3.23. $y=\ln\left|\cos\sqrt{x}\right|+\sqrt{x}\operatorname{tg}\sqrt{x}.$

3.24. $y=\mathrm{e}^x(\cos 2x+2\sin 2x).$

3.25. $y=x(\sin\ln x-\cos\ln x).$

3.26. $y=\left(\sqrt{x-1}-\dfrac{1}{2}\right)\mathrm{e}^{2\sqrt{x-1}}.$

3.27. $y=\cos x\cdot\operatorname{lntg}x-\operatorname{lntg}\dfrac{x}{2}.$

3.28. $y=\sqrt{3+x^2}-x\ln\left|x+\sqrt{3+x^2}\right|.$

3.29. $y=\sqrt{x}-(1+x)\operatorname{arctg}\sqrt{x}.$

3.30. $y=x\operatorname{arctg}x-\ln\sqrt{1+x^2}.$

3.31. $y=x\sqrt{x^2-1}+\ln\left|x+\sqrt{x^2-1}\right|.$

Задача 4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

4.1. $y=\sqrt[3]{x}, \quad x=7{,}76.$

4.2. $y=\sqrt[3]{x^3+7x}, \quad x=1{,}012.$

4.3. $y=\left(x+\sqrt{5-x^2}\right)/2, \quad x=0{,}98.$

4.4. $y=\sqrt[3]{x}, \quad x=27{,}54.$

4.5. $y = \arcsin x, \quad x = 0,08.$

4.6. $y = \sqrt[3]{x^2 + 2x + 5}, \quad x = 0,97.$

4.7. $y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 26,46.$

4.8. $y = \sqrt{x^2 + x + 3}, \quad x = 1,97.$

4.9. $y = x^{11}, \quad x = 1,021.$

4.10. $y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 1,21.$

4.11. $y = x^{21}, \quad x = 0,998.$

4.12. $y = \sqrt[3]{x^2}, \quad x = 1,03.$

4.13. $y = x^6, \quad x = 2,01.$

4.14. $y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 8,24.$

4.15. $y = x^7, \quad x = 1,996.$

4.16. $y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 7,64.$

4.17. $y = \sqrt{4x - 1}, \quad x = 2,56.$

4.18. $y = 1/\sqrt{2x^2 + x + 1}, \quad x = 1,016.$

4.19. $y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 8,36.$

4.20. $y = 1/\sqrt{x}, \quad x = 4,16.$

4.21. $y = x^7, \quad x = 2,002.$

4.22. $y = \sqrt{4x - 3}, \quad x = 1,78.$

4.23. $y = \sqrt{x^3}, \quad x = 0,98.$

4.24. $y = x^5, \quad x = 2,997.$

4.25. $y = \sqrt[5]{x^2}, \quad x = 1,03.$

4.26. $y = x^4, \quad x = 3,998.$

4.27. $y = \sqrt{1 + x + \sin x}, \quad x = 0,01.$

4.28. $y = \sqrt[3]{3x + \cos x}, \quad x = 0,01.$

4.29. $y = \sqrt[4]{2x - \sin(\pi x/2)}, \quad x = 1,02.$

4.30. $y = \sqrt{x^2 + 5}, \quad x = 1,97.$

4.31. $y = 1/\sqrt{2x + 1}, \quad x = 1,58.$

Задача 5. Найти производную.

5.1. $y = \dfrac{2\left(3x^3 + 4x^2 - x - 2\right)}{15\sqrt{1 + x}}.$

5.2. $y = \dfrac{\left(2x^2 - 1\right)\sqrt{1 + x^2}}{3x^3}.$

5.3. $y = \dfrac{x^4 - 8x^2}{2\left(x^2 - 4\right)}.$

5.4. $y = \dfrac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2 + 4x}}.$

5.5. $y = \dfrac{\left(1 + x^8\right)\sqrt{1 + x^8}}{12x^{12}}.$

5.6. $y = \dfrac{x^2}{2\sqrt{1 - 3x^4}}.$

5.7. $y = \dfrac{\left(x^2 - 6\right)\sqrt{\left(4 + x^2\right)^3}}{120x^5}.$

5.8. $y = \dfrac{\left(x^2 - 8\right)\sqrt{x^2 - 8}}{6x^3}.$

5.9. $y=\dfrac{4+3x^3}{x\sqrt[3]{\left(2+x^3\right)^2}}$.

5.10. $y=\sqrt[3]{\dfrac{\left(1+x^{3/4}\right)^2}{x^{3/2}}}$.

5.11. $y=\dfrac{x^6+x^3-2}{\sqrt{1-x^3}}$.

5.12. $y=\dfrac{\left(x^2-2\right)\sqrt{4+x^2}}{24x^3}$.

5.13. $y=\dfrac{1+x^2}{2\sqrt{1+2x^2}}$.

5.14. $y=\dfrac{\sqrt{x-1}\left(3x+2\right)}{4x^2}$.

5.15. $y=\dfrac{\sqrt{\left(1+x^2\right)^3}}{3x^3}$.

5.16. $y=\dfrac{x^6+8x^3-128}{\sqrt{8-x^3}}$.

5.17. $y=\dfrac{\sqrt{2x+3}\left(x-2\right)}{x^2}$.

5.18. $y=\left(1-x^2\right)\sqrt[5]{x^3+\dfrac{1}{x}}$.

5.19. $y=\dfrac{\left(2x^2+3\right)\sqrt{x^2-3}}{9x^3}$.

5.20. $y=\dfrac{x-1}{\left(x^2+5\right)\sqrt{x^2+5}}$.

5.21. $y=\dfrac{\left(2x+1\right)\sqrt{x^2-x}}{x^2}$.

5.22. $y=2\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}}$.

5.23. $y=\dfrac{1}{\left(x+2\right)\sqrt{x^2+4x+5}}$.

5.24. $y=3\dfrac{\sqrt[3]{x^2+x+1}}{x+1}$.

5.25. $y=3\cdot\sqrt[3]{\dfrac{\left(x+1\right)}{\left(x-1\right)^2}}$.

5.26. $y=\dfrac{x+7}{6\sqrt{x^2+2x+7}}$.

5.27. $y=\dfrac{x\sqrt{x+1}}{x^2+x+1}$.

5.28. $y=\dfrac{x^2+2}{2\sqrt{1-x^4}}$.

5.29. $y=\dfrac{\left(x+3\right)\sqrt{2x-1}}{2x+7}$.

5.30. $y=\dfrac{3x+\sqrt{x}}{\sqrt{x^2+2}}$.

5.31. $y=\dfrac{3x^6+4x^4-x^2-2}{15\sqrt{1+x^2}}$.

Задача 6. Найти производную.

6.1. $y = x - \ln\left(2 + \mathrm{e}^{x} + 2\sqrt{\mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^{x} + 1}\right)$.

6.2. $y = \mathrm{e}^{2x}\left(2 - \sin 2x - \cos 2x\right)/8$.

6.3. $y = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{\mathrm{e}^{x} - 3}{2}$.

6.4. $y = \frac{1}{\ln 4}\ln\frac{1 + 2^{x}}{1 - 2^{x}}$.

6.5. $y = 2\sqrt{\mathrm{e}^{x} + 1} + \ln\frac{\sqrt{\mathrm{e}^{x} + 1} - 1}{\sqrt{\mathrm{e}^{x} + 1} + 1}$.

6.6. $y = \frac{2}{3}\sqrt{\left(\operatorname{arctg} e^{x}\right)^{3}}$.

6.7. $y = \frac{1}{2}\ln\left(e^{2x} + 1\right) - 2\operatorname{arctg} e^{x}$.

6.8. $y = \ln\left(e^{x} + 1\right) + \frac{18e^{2x} + 27e^{x} + 11}{6\left(e^{x} + 1\right)^{3}}$.

6.9. $y = \frac{2\left(\sqrt{2^{x} - 1} - \operatorname{arctg}\sqrt{2^{x} - 1}\right)}{\ln 2}$.

6.10. $y = 2\left(x - 2\right)\sqrt{1 + e^{x}} - 2\ln\frac{\sqrt{1 + e^{x}} - 1}{\sqrt{1 + e^{x}} + 1}$.

6.11. $y = \frac{e^{\alpha x}\left(\alpha\sin\beta x - \beta\cos\beta x\right)}{\alpha^{2} + \beta^{2}}$.

6.12. $y = \frac{e^{\alpha x}\left(\beta\sin\beta x - \alpha\cos\beta x\right)}{\alpha^{2} + \beta^{2}}$.

6.13. $y = e^{ax}\left[\frac{1}{2a} + \frac{a\cos 2bx + 2b\sin 2bx}{2\left(a^{2} + 4b^{2}\right)}\right]$.

6.14. $y = x + \frac{1}{1 + e^{x}} - \ln\left(1 + e^{x}\right)$.

6.15. $y = x - 3\ln\left[\left(1 + e^{x/6}\right)\sqrt{1 + e^{x/3}}\right] - 3\operatorname{arctg} e^{x/6}$.

6.16. $y = x + \frac{8}{1 + e^{x/4}}$.

6.17. $y = \ln\left(e^{x} + \sqrt{e^{2x} - 1}\right) + \arcsin e^{-x}$.

6.18. $y = x - e^{-x}\arcsin e^{x} - \ln\left(1 + \sqrt{1 - e^{2x}}\right)$.

6.19. $y = x - \ln\left(1 + e^{x}\right) - 2e^{-x/2}\operatorname{arctg} e^{x/2} - \left(\operatorname{arctg} e^{x/2}\right)^{2}$.

6.20. $y = \frac{e^{x^{3}}}{1 + x^{3}}$.

6.21. $y=\dfrac{1}{m\sqrt{ab}}\operatorname{arctg}\left(e^{mx}\cdot\sqrt{\dfrac{a}{b}}\right)$.

6.22. $y=3e^{\sqrt[3]{x}}\left(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+2\right)$.

6.23. $y=\ln\dfrac{\sqrt{1+e^x+e^{2x}}-e^x-1}{\sqrt{1+e^x+e^{2x}}-e^x+1}$.

6.24. $y=e^{\sin x}\left(x-\dfrac{1}{\cos x}\right)$.

6.25. $y=\dfrac{e^x}{2}\left[\left(x^2-1\right)\cos x+\left(x-1\right)^2\sin x\right]$.

6.26. $y=\operatorname{arctg}\left(e^x-e^{-x}\right)$.

6.27. $y=3e^{\sqrt[3]{x}}\left(\sqrt[3]{x^5}-5\sqrt[3]{x^4}+20x-60\sqrt[3]{x^2}+120\sqrt[3]{x}-120\right)$.

6.28. $y=-\dfrac{e^{3x}}{3\operatorname{sh}^3 x}$.

6.29. $y=\arcsin e^{-x}-\sqrt{1-e^{2x}}$.

6.30. $y=-\dfrac{1}{2}e^{-x^2}\left(x^4+2x^2+2\right)$.

6.31. $y=\dfrac{e^{x^2}}{1+x^2}$.

Задача 7. Найти производную.

7.1. $y=\sqrt{x}\ln\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+a}\right)-\sqrt{x+a}$.

7.2. $y=\ln\left(x+\sqrt{a^2+x^2}\right)$.

7.3. $y=2\sqrt{x}-4\ln\left(2+\sqrt{x}\right)$.

7.4. $y=\ln\dfrac{x^2}{\sqrt{1-ax^4}}$.

7.5. $y=\ln\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+1}\right)$.

7.6. $y=\ln\dfrac{a^2+x^2}{a^2-x^2}$.

7.7. $y=\ln^2\left(x+\cos x\right)$.

7.8. $y=\ln^3\left(1+\cos x\right)$.

7.9. $y=\ln\dfrac{x^2}{1-x^2}$.

7.10. $y=\operatorname{lntg}\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{x}{2}\right)$.

7.11. $y=\ln\sqrt[4]{\dfrac{1+2x}{1-2x}}$.

7.12. $y=x+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\ln\dfrac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}+a^{\pi^{\sqrt{2}}}$.

7.13. $y=\ln\sin\dfrac{2x+4}{x+1}$.

7.14. $y=\log_{16}\log_5\operatorname{tg}x$.

7.15. $y = \log_4 \log_2 \operatorname{tg} x.$

7.16. $y = x\left(\cos\ln x + \sin\ln x\right)/2.$

7.17. $y = \ln\cos\dfrac{2x+3}{x+1}.$

7.18. $y = \lg\ln\left(\operatorname{ctg} x\right).$

7.19. $y = \log_a \dfrac{1}{\sqrt{1-x^4}}.$

7.20. $y = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\ln\left(\sqrt{2}\operatorname{tg} x + \sqrt{1+2\operatorname{tg}^2 x}\right).$

7.21. $y = \ln\arcsin\sqrt{1-e^{2x}}.$

7.22. $y = \ln\arccos\sqrt{1-e^{4x}}.$

7.23. $y = \ln\left(bx + \sqrt{a^2+b^2x^2}\right).$

7.24. $y = \ln\dfrac{\sqrt{x^2+1}+x\sqrt{2}}{\sqrt{x^2+1}-x\sqrt{2}}.$

7.25. $y = \ln\left(\arccos\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right).$

7.26. $y = \ln\left(e^x + \sqrt{1+e^{2x}}\right).$

7.27. $y = \ln\dfrac{\sqrt{5}+\operatorname{tg}\left(x/2\right)}{\sqrt{5}-\operatorname{tg}\left(x/2\right)}.$

7.28. $y = \ln\dfrac{\ln x}{\sin\left(1/x\right)}.$

7.29. $y = \ln\ln\sin\left(1+1/x\right).$

7.30. $y = \ln\ln^3\ln^2 x.$

7.31. $y = \ln\ln^2\ln^3 x.$

Задача 8. Найти производную.

8.1. $y = \sin\sqrt{3} + \dfrac{1}{3}\dfrac{\sin^2 3x}{\cos 6x}.$

8.2. $y = \cos\ln 2 - \dfrac{1}{3}\dfrac{\cos^2 3x}{\sin 6x}.$

8.3. $y = \operatorname{tg}\lg\dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4}\dfrac{\sin^2 4x}{\cos 8x}.$

8.4. $y = \operatorname{ctg}\sqrt[3]{5} - \dfrac{1}{8}\dfrac{\cos^2 4x}{\sin 8x}.$

8.5. $y = \dfrac{\cos\sin 5\cdot\sin^2 2x}{2\cos 4x}.$

8.6. $y = \dfrac{\sin\cos 3\cdot\cos^2 2x}{4\sin 4x}.$

8.7. $y = \dfrac{\cos\ln 7\cdot\sin^2 7x}{7\cos 14x}.$

8.8. $y = \cos\left(\operatorname{ctg} 2\right) - \dfrac{1}{16}\dfrac{\cos^2 8x}{\sin 16x}.$

8.9. $y = \operatorname{ctg}\left(\cos 2\right) + \dfrac{1}{6}\dfrac{\sin^2 6x}{\cos 12x}.$

8.10. $y = \sqrt[3]{\operatorname{ctg} 2} - \dfrac{1}{20}\dfrac{\cos^2 10x}{\sin 20x}.$

8.11. $y = \dfrac{1}{3}\cos\left(\operatorname{tg}\dfrac{1}{2}\right) + \dfrac{1}{10}\dfrac{\sin^2 10x}{\cos 20x}.$

8.12. $y = \ln\sin\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{24}\dfrac{\cos^2 12x}{\sin 24x}.$

8.13. $y = 8\sin(\operatorname{ctg} 3) + \dfrac{1}{5}\dfrac{\sin^2 5x}{\cos 10x}$.

8.14. $y = \dfrac{\cos(\operatorname{ctg} 3)\cdot\cos^2 14x}{28\sin 28x}$.

8.15. $y = \dfrac{\cos\left(\operatorname{tg}\dfrac{1}{3}\right)\cdot\sin^2 15x}{15\cos 30x}$.

8.16. $y = \dfrac{\sin\left(\operatorname{tg}\dfrac{1}{7}\right)\cdot\cos^2 16x}{32\sin 32x}$.

8.17. $y = \dfrac{\operatorname{ctg}\left(\sin\dfrac{1}{3}\right)\cdot\sin^2 17x}{17\cos 34x}$.

8.18. $y = \dfrac{\sqrt[5]{\operatorname{ctg} 2}\cdot\cos^2 18x}{36\sin 36x}$.

8.19. $y = \dfrac{\operatorname{tg}(\ln 2)\cdot\sin^2 19x}{19\cos 38x}$.

8.20. $y = \operatorname{ctg}(\cos 5) - \dfrac{1}{40}\dfrac{\cos^2 20x}{\sin 40x}$.

8.21. $y = \sqrt{\operatorname{tg} 4} + \dfrac{\sin^2 21x}{21\cos 42x}$.

8.22. $y = \cos(\ln 13) - \dfrac{1}{44}\dfrac{\cos^2 22x}{\sin 44x}$.

8.23. $y = \ln\cos\dfrac{1}{3} + \dfrac{\sin^2 23x}{23\cos 46x}$.

8.24. $y = \operatorname{ctg}\left(\sin\dfrac{1}{13}\right) - \dfrac{1}{48}\dfrac{\cos^2 24x}{\sin 48x}$.

8.25. $y = \sin\ln 2 + \dfrac{\sin^2 25x}{25\cos 50x}$.

8.26. $y = \sqrt[3]{\cos\sqrt{2}} - \dfrac{1}{52}\dfrac{\cos^2 26x}{\sin 52x}$.

8.27. $y = \sqrt[7]{\operatorname{tg}(\cos 2)} + \dfrac{\sin^2 27x}{27\cos 54x}$.

8.28. $y = \sin\sqrt[3]{\operatorname{tg} 2} - \dfrac{\cos^2 28x}{56\sin 56x}$.

8.29. $y = \cos^2\sin 3 + \dfrac{\sin^2 29x}{29\cos 58x}$.

8.30. $y = \sin^3\cos 2 - \dfrac{\cos^2 30x}{60\sin 60x}$.

8.31. $y = \operatorname{tg}\sqrt{\cos(1/3)} + \dfrac{\sin^2 31x}{31\cos 62x}$.

Задача 9. Найти производную.

9.1. $y = \operatorname{arctg}\dfrac{\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x}{\sqrt{2}}$.

9.2. $y = \arcsin\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{5x}}$.

9.3. $y = \dfrac{2x-1}{4}\sqrt{2+x-x^2} + \dfrac{9}{8}\arcsin\dfrac{2x-1}{3}$.

9.4. $y = \operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$.

9.5. $y=\arccos\dfrac{x^2-4}{\sqrt{x^4+16}}$.

9.6. $y=\sqrt{\dfrac{2}{3}}\operatorname{arctg}\dfrac{3x-1}{\sqrt{6x}}$.

9.7. $y=\dfrac{1}{4}\ln\dfrac{x-1}{x+1}-\dfrac{1}{2}\operatorname{arctg}x$.

9.8. $y=\dfrac{1}{2}(x-4)\sqrt{8x-x^2-7}-9\arccos\sqrt{\dfrac{x-1}{6}}$.

9.9. $y=\dfrac{(1+x)\operatorname{arctg}\sqrt{x}}{x^2}+\dfrac{1}{3x\sqrt{x}}$.

9.10. $y=\dfrac{x^3}{3}\arccos x-\dfrac{2+x^2}{9}\sqrt{1-x^2}$.

9.11. $y=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}+\dfrac{1+x}{2x}\operatorname{arctg}\sqrt{x}$.

9.12. $y=\dfrac{3+x}{2}\sqrt{x(2-x)}+3\arccos\sqrt{\dfrac{x}{2}}$.

9.13. $y=\dfrac{4+x^4}{x^3}\operatorname{arctg}\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{4}{x}$.

9.14. $y=\arcsin\sqrt{\dfrac{x}{x+1}}+\operatorname{arctg}\sqrt{x}$.

9.15. $y=\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{1}{x^2}-1}-\dfrac{\arccos x}{2x^2}$.

9.16. $y=6\arcsin\dfrac{\sqrt{x}}{2}-\dfrac{6+x}{2}\sqrt{x(4-x)}$.

9.17. $y=\dfrac{x-3}{2}\sqrt{6x-x^2-8}+\arcsin\sqrt{\dfrac{x}{2}-1}$.

9.18. $y=\dfrac{(1+x)\operatorname{arctg}\sqrt{x}-\sqrt{x}}{x}$.

9.19. $y=\dfrac{2\sqrt{1-x}\arcsin\sqrt{x}}{x}+\dfrac{2}{\sqrt{x}}$.

9.20. $y=\dfrac{2x-5}{4}\sqrt{5x-4-x^2}+\dfrac{9}{4}\arcsin\sqrt{\dfrac{x-1}{3}}$.

9.21. $y=\operatorname{arctg}x+\dfrac{5}{6}\ln\dfrac{x^2+1}{x^2+4}$.

9.22. $y=\arcsin\dfrac{x-2}{(x-1)\sqrt{2}}$.

9.23. $y=\sqrt{1-x^2}-x\arcsin\sqrt{1-x^2}$.

9.24. $y=\sqrt{x}+\dfrac{1}{3}\operatorname{arctg}\sqrt{x}+\dfrac{8}{3}\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{x}}{2}$.

9.25. $y=\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{x}}$.

9.26. $y=\left(2x^2+6x+5\right)\operatorname{arctg}\dfrac{x+1}{x+2}-x$.

9.27. $y=\dfrac{x}{2\sqrt{1-4x^2}}\arcsin 2x+\dfrac{1}{8}\ln\left(1-4x^2\right)$.

9.28. $y=\left(2x^2-x+\dfrac{1}{2}\right)\operatorname{arctg}\dfrac{x^2-1}{x\sqrt{3}}-\dfrac{x^3}{2\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}x$.

9.29. $y=\left(x+2\sqrt{x}+2\right)\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-\sqrt{x}$.

9.30. $y=\sqrt{1+2x-x^2}\arcsin\dfrac{x\sqrt{2}}{1+x}-\sqrt{2}\ln(1+x)$.

9.31. $y=\operatorname{arctg}\dfrac{\operatorname{tg}(x/2)+1}{2}$.

Задача 10. Найти производную.

10.1. $y=\dfrac{1}{4\sqrt{5}}\ln\dfrac{2+\sqrt{5}\operatorname{th}x}{2-\sqrt{5}\operatorname{th}x}$.

10.2. $y=\dfrac{\operatorname{sh}x}{4\operatorname{ch}^4 x}+\dfrac{3\operatorname{sh}x}{8\operatorname{ch}^2 x}+\dfrac{3}{8}\operatorname{arctg}(\operatorname{sh}x)$.

10.3. $y=\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{1+\sqrt{\operatorname{th}x}}{1-\sqrt{\operatorname{th}x}}-\operatorname{arctg}\sqrt{\operatorname{th}x}$.

10.4. $y=\dfrac{3}{8\sqrt{2}}\ln\dfrac{\sqrt{2}+\operatorname{th}x}{\sqrt{2}-\operatorname{th}x}-\dfrac{\operatorname{th}x}{4\left(2-\operatorname{th}^2 x\right)}$.

10.5. $y=\dfrac{1}{2}\operatorname{th}x+\dfrac{1}{4\sqrt{2}}\ln\dfrac{1+\sqrt{2}\operatorname{th}x}{1-\sqrt{2}\operatorname{th}x}$.

10.6. $y=-\dfrac{1}{2}\ln\left(\operatorname{th}\dfrac{x}{2}\right)-\dfrac{\operatorname{ch}x}{2\operatorname{sh}^2 x}$.

10.7. $y=\dfrac{1}{2a\sqrt{1+a^2}}\ln\dfrac{a+\sqrt{1+a^2}\operatorname{th}x}{a-\sqrt{1+a^2}\operatorname{th}x}$.

10.8. $y=\dfrac{1}{18\sqrt{2}}\ln\dfrac{1+\sqrt{2}\operatorname{cth}x}{1-\sqrt{2}\operatorname{cth}x}$.

10.9. $y=\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{\operatorname{sh}2x}}{\operatorname{ch}x-\operatorname{sh}x}$.

10.10. $y=\dfrac{1}{6}\ln\dfrac{1-\operatorname{sh}2x}{2+\operatorname{sh}2x}$.

10.11. $y=\sqrt[4]{\dfrac{1+\operatorname{th}x}{1-\operatorname{th}x}}$.

10.12. $y=\dfrac{\operatorname{sh}x}{1+\operatorname{ch}x}$.

10.13. $y=\dfrac{\operatorname{ch}x}{\sqrt{\operatorname{sh}2x}}$.

10.14. $y=\dfrac{\operatorname{sh}3x}{\sqrt{\operatorname{ch}6x}}$.

10.15. $y=\dfrac{1+8\operatorname{ch}^2 x\cdot\ln(\operatorname{ch}x)}{2\operatorname{ch}^2 x}$.

10.16. $y=-\dfrac{12\operatorname{sh}^2 x+1}{3\operatorname{sh}^2 x}$.

10.17. $y=-\dfrac{\operatorname{sh}x}{2\operatorname{ch}^2 x}+\dfrac{3}{2}\arcsin\left(\operatorname{th}x\right)$.

10.18. $y=\dfrac{1}{\sqrt{8}}\arcsin\dfrac{3+\operatorname{ch}x}{1+3\operatorname{ch}x}$.

10.19. $y=\dfrac{1}{\sqrt{8}}\ln\dfrac{4+\sqrt{8}\operatorname{th}\dfrac{x}{2}}{4-\sqrt{8}\operatorname{th}\dfrac{x}{2}}$.

10.20. $y=\dfrac{1}{4}\ln\left|\operatorname{th}\dfrac{x}{2}\right|-\dfrac{1}{4}\ln\dfrac{3+\operatorname{ch}x}{\operatorname{sh}x}$.

10.21. $y=-\dfrac{1}{4}\arcsin\dfrac{5+3\operatorname{ch}x}{3+5\operatorname{ch}x}$.

10.22. $y=\dfrac{1-8\operatorname{ch}^2 x}{4\operatorname{ch}^4 x}$.

10.23. $y=\dfrac{2}{\operatorname{sh}x}-\dfrac{1}{3\operatorname{sh}^3 x}+\dfrac{\operatorname{sh}x}{2\operatorname{ch}^2 x}+\dfrac{5}{2}\operatorname{arctg}\left(\operatorname{sh}x\right)$.

10.24. $y=\dfrac{8}{3}\operatorname{cth}2x-\dfrac{1}{3\operatorname{ch}x\cdot\operatorname{sh}^3 x}$.

10.25. $y=\dfrac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\operatorname{sh}x\right)-\dfrac{\operatorname{sh}x}{2\operatorname{ch}^2 x}$.

10.26. $y=\dfrac{3}{2}\ln\left(\operatorname{th}\dfrac{x}{2}\right)+\operatorname{ch}x-\dfrac{\operatorname{ch}x}{2\operatorname{sh}^2 x}$.

10.27. $y=-\dfrac{\operatorname{sh}x}{2\operatorname{ch}^2 x}-\dfrac{1}{\operatorname{sh}x}-\dfrac{3}{2}\operatorname{arctg}\left(\operatorname{sh}x\right)$.

10.28. $y=\dfrac{\operatorname{sh}x}{2\operatorname{ch}^2 x}+\dfrac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\operatorname{sh}x\right)$.

10.29. $y=\dfrac{1}{2}\left[\dfrac{\operatorname{sh}x}{\operatorname{ch}^2 x}+\operatorname{arctg}\left(\operatorname{sh}x\right)\right]$.

10.30. $y=-\dfrac{\operatorname{ch}x}{2\operatorname{sh}^2 x}-\dfrac{1}{2}\ln\left(\operatorname{th}\dfrac{x}{2}\right)$.

10.31. $y=\dfrac{2}{3}\operatorname{cth}x-\dfrac{\operatorname{ch}x}{3\operatorname{sh}^3 x}$.

Задача 11. Найти производную.

11.1. $y=\left(\operatorname{arctg}x\right)^{(1/2)\ln\left(\operatorname{arctg}x\right)}$.

11.2. $y=\left(\sin\sqrt{x}\right)^{\ln\left(\sin\sqrt{x}\right)}$.

11.3. $y=\left(\sin x\right)^{5e^{x}}$.

11.4. $y=\left(\arcsin x\right)^{e^{x}}$.

11.5. $y=\left(\ln x\right)^{3^{x}}$.

11.6. $y=x^{\arcsin x}$.

11.7. $y=\left(\operatorname{ctg}3x\right)^{2e^{x}}$.

11.8. $y=x^{e^{\operatorname{tg}x}}$.

11.9. $y=\left(\operatorname{tg}x\right)^{4e^{x}}$.

11.10. $y=\left(\cos 5x\right)^{e^{x}}$.

11.11. $y=\left(x\sin x\right)^{8\ln(x\sin x)}$.

11.12. $y=\left(x-5\right)^{\operatorname{ch}x}$.

11.13. $y=\left(x^3+4\right)^{\operatorname{tg}x}$.

11.14. $y=x^{\sin x^3}$.

11.15. $y=\left(x^2-1\right)^{\operatorname{sh}x}$.

11.16. $y=\left(x^4+5\right)^{\operatorname{ctg}x}$.

11.17. $y=\left(\sin x\right)^{5x/2}$.

11.18. $y=\left(x^2+1\right)^{\cos x}$.

11.19. $y=19^{x^{19}}x^{19}$.

11.20. $y=x^{3^x}\cdot 2^x$.

11.21. $y=\left(\sin\sqrt{x}\right)^{\mathrm{e}^{1/x}}$.

11.22. $y=x^{\mathrm{e}^{\operatorname{ctg}x}}$.

11.23. $y=x^{\mathrm{e}^{\cos x}}$.

11.24. $y=x^{2^x}\cdot 5^x$.

11.25. $y=x^{\mathrm{e}^{\sin x}}$.

11.26. $y=\left(\operatorname{tg}x\right)^{\ln(\operatorname{tg}x)/4}$.

11.27. $y=x^{\mathrm{e}^{\operatorname{arctg}x}}$.

11.28. $y=\left(x^8+1\right)^{\operatorname{th}x}$.

11.29. $y=x^{29^x}\cdot 29^x$.

11.30. $y=\left(\cos 2x\right)^{\ln(\cos 2x)/4}$.

11.31. $y=x^{\mathrm{e}^x}x^9$.

Задача 12. Найти производную.

12.1. $y=\dfrac{1}{24}\left(x^2+8\right)\sqrt{x^2-4}+\dfrac{x^2}{16}\arcsin\dfrac{2}{x},\quad x>0.$

12.2. $y=\dfrac{4x+1}{16x^2+8x+3}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\dfrac{4x+1}{\sqrt{2}}.$

12.3. $y=2x-\ln\left(1+\sqrt{1-\mathrm{e}^{4x}}\right)-\mathrm{e}^{-2x}\arcsin\left(\mathrm{e}^{2x}\right).$

12.4. $y=\sqrt{9x^2-12x+5}\operatorname{arctg}\left(3x-2\right)-\ln\left(3x-2+\sqrt{9x^2-12x+5}\right).$

12.5. $y=\dfrac{2}{x-1}\sqrt{2x-x^2}+\ln\dfrac{1+\sqrt{2x-x^2}}{x-1}.$

12.6. $y=\dfrac{x^2}{81}\arcsin\dfrac{3}{x}+\dfrac{1}{81}\left(x^2+18\right)\sqrt{x^2-9},\quad x>0.$

12.7. $y=\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\frac{3x-1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{3}\cdot\frac{3x-1}{3x^2-2x+1}.$

12.8. $y=3x-\ln\left(1+\sqrt{1-\mathrm{e}^{6x}}\right)-\mathrm{e}^{-3x}\arcsin\left(\mathrm{e}^{3x}\right).$

12.9. $y=\ln\left(4x-1+\sqrt{16x^2-8x+2}\right)-\sqrt{16x^2-8x+2}\operatorname{arctg}\left(4x-1\right).$

12.10. $y=\ln\frac{1+2\sqrt{-x-x^2}}{2x+1}+\frac{4}{2x+1}\sqrt{-x-x^2}.$

12.11. $y=\left(2x+3\right)^4\cdot\arcsin\frac{1}{2x+3}+\frac{2}{3}\left(4x^2+12x+11\right)\sqrt{x^2+3x+2},\quad 2x+3>0.$

12.12. $y=\frac{x+2}{x^2+4x+6}+\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\frac{x+2}{\sqrt{2}}.$

12.13. $y=5x-\ln\left(1+\sqrt{1-\mathrm{e}^{10x}}\right)-\mathrm{e}^{-5x}\arcsin\left(\mathrm{e}^{5x}\right).$

12.14. $y=\sqrt{x^2-8x+17}\operatorname{arctg}\left(x-4\right)-\ln\left(x-4+\sqrt{x^2-8x+17}\right).$

12.15. $y=\ln\frac{1+\sqrt{-3+4x-x^2}}{2-x}+\frac{2}{2-x}\sqrt{-3+4x-x^2}.$

12.16. $y=\left(3x^2-4x+2\right)\sqrt{9x^2-12x+3}+\left(3x-2\right)^4\arcsin\frac{1}{3x-2},\quad 3x-2>0.$

12.17. $y=\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\frac{x-1}{\sqrt{2}}+\frac{x-1}{x^2-2x+3}.$

12.18. $y=\ln\left(\mathrm{e}^{5x}+\sqrt{\mathrm{e}^{10x}-1}\right)+\arcsin\left(\mathrm{e}^{-5x}\right).$

12.19. $y=\ln\left(2x-3+\sqrt{4x^2-12x+10}\right)-\sqrt{4x^2-12x+10}\operatorname{arctg}\left(2x-3\right).$

12.20. $y=\ln\frac{1+\sqrt{-3-4x-x^2}}{-x-2}-\frac{2}{x+2}\sqrt{-3-4x-x^2}.$

12.21. $y=\frac{2}{3}\left(4x^2-4x+3\right)\sqrt{x^2-x}+\left(2x-1\right)^4\arcsin\frac{1}{2x-1},\quad 2x-1>0.$

12.22. $y=\frac{2x-1}{4x^2-4x+3}+\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{\sqrt{2}}.$

12.23. $y = \arcsin\left(e^{-4x}\right) + \ln\left(e^{4x} + \sqrt{e^{8x} - 1}\right)$.

12.24. $y = \ln\left(5x + \sqrt{25x^2 + 1}\right) - \sqrt{25x^2 + 1}\,\operatorname{arctg} 5x$.

12.25. $y = \dfrac{2}{3x-2}\sqrt{-3 + 12x - 9x^2} + \ln\dfrac{1 + \sqrt{-3 + 12x - 9x^2}}{3x - 2}$.

12.26. $y = (3x+1)^4 \arcsin\dfrac{1}{3x+1} + \left(3x^2 + 2x + 1\right)\sqrt{9x^2 + 6x}, \quad 3x + 1 > 0$.

12.27. $y = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\dfrac{2x+1}{\sqrt{2}} + \dfrac{2x+1}{4x^2 + 4x + 3}$.

12.28. $y = \ln\left(e^{3x} + \sqrt{e^{6x} - 1}\right) + \arcsin\left(e^{-3x}\right)$.

12.29. $y = \sqrt{49x^2 + 1}\,\operatorname{arctg} 7x - \ln\left(7x + \sqrt{49x^2 + 1}\right)$.

12.30. $y = \dfrac{1}{x}\sqrt{1 - 4x^2} + \ln\dfrac{1 + \sqrt{1 + 4x^2}}{2x}$.

12.31. $y = \arcsin\left(e^{-2x}\right) + \ln\left(e^{2x} + \sqrt{e^{4x} - 1}\right)$.

Задача 13. Найти производную.

13.1. $y = \dfrac{x \arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}} + \ln\sqrt{1 - x^2}$.

13.2. $y = 4\ln\dfrac{x}{1 + \sqrt{1 - 4x^2}} - \dfrac{\sqrt{1 - 4x^2}}{x^2}$.

13.3. $y = x\left(2x^2 + 5\right)\sqrt{x^2 + 1} + 3\ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$.

13.4. $y = x^3 \arcsin x + \dfrac{x^2 + 2}{3}\sqrt{1 - x^2}$.

13.5. $y = 3\arcsin\dfrac{3}{4x+1} + 2\sqrt{4x^2 + 2x - 2}, \quad 4x + 1 > 0$.

13.6. $y = \sqrt{1 + x^2}\,\operatorname{arctg} x - \ln\left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)$.

13.7. $y = 2\arcsin\dfrac{2}{3x+4} + \sqrt{9x^2 + 24x + 12}, \quad 3x + 4 > 0$.

13.8. $y = x\left(2x^2+1\right)\sqrt{x^2+1} - \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right).$

13.9. $y = \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right) - \dfrac{\sqrt{1+x^2}}{x}.$

13.10. $y = \sqrt{1-3x-2x^2} + \dfrac{3}{2\sqrt{2}}\arcsin\dfrac{4x+3}{\sqrt{17}}.$

13.11. $y = \sqrt{(4+x)(1+x)} + 3\ln\left(\sqrt{4+x}+\sqrt{1+x}\right).$

13.12. $y = \ln\dfrac{\sqrt{x^2-x+1}}{x} + \sqrt{3}\operatorname{arctg}\dfrac{2x-1}{\sqrt{3}}.$

13.13. $y = \dfrac{1}{12}\ln\dfrac{x^4-x^2+1}{\left(x^2+1\right)^2} - \dfrac{1}{2\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{3}}{2x^2-1}.$

13.14. $y = 4\arcsin\dfrac{4}{2x+3} + \sqrt{4x^2+12x-7}, \quad 2x+3>0.$

13.15. $y = 2\arcsin\dfrac{2}{3x+1} + \sqrt{9x^2+6x-3}, \quad 3x+1>0.$

13.16. $y = (2+3x)\sqrt{x-1} - \dfrac{3}{2}\operatorname{arctg}\sqrt{x-1}.$

13.17. $y = \dfrac{1}{3}(x-2)\sqrt{x+1} + \ln\left(\sqrt{x+1}+1\right).$

13.18. $y = \sqrt{x^2+1} - \dfrac{1}{2}\ln\dfrac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{x^2+1}+1}.$

13.19. $y = \ln\sqrt[3]{\dfrac{x-1}{x+1}} - \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{x^2-1}\right)\operatorname{arctg} x.$

13.20. $y = x\ln\left(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}\right) + \dfrac{1}{2}(\arcsin x - x).$

13.21. $y = \operatorname{arctg}\sqrt{x^2-1} - \dfrac{\ln x}{\sqrt{x^2-1}}.$

13.22. $y = 3\arcsin\dfrac{3}{x+2} + \sqrt{x^2+4x-5}.$

13.23. $y = \sqrt{(3-x)(2+x)} + 5\arcsin\sqrt{\dfrac{x+2}{5}}.$

13.24. $y = x\left(\arcsin x\right)^2 + 2\sqrt{1-x^2}\arcsin x - 2x.$

13.25. $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x}+\arcsin x.$

13.26. $y=x^2\arccos x-\dfrac{x^2+2}{3}\sqrt{1-x^2}.$

13.27. $y=\dfrac{\sqrt{x^2+2}}{x^2}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\ln\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{x^2+2}}{x}.$

13.28. $y=\dfrac{x}{4}\left(10-x^2\right)\sqrt{4-x^2}+6\arcsin\dfrac{x}{2}.$

13.29. $y=\arcsin\dfrac{1}{2x+3}+2\sqrt{x^2+3x+2},\quad 2x+3>0.$

13.30. $y=x\arcsin\sqrt{\dfrac{x}{x+1}}-\sqrt{x}+\operatorname{arctg}\sqrt{x}.$

13.31. $y=\dfrac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}+\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{1-x}{1+x}.$

Задача 14. Найти производную.

14.1. $y=\dfrac{1}{\sin\alpha}\ln\left(\operatorname{tg}x+\operatorname{ctg}\alpha\right).$

14.2. $y=x\cos\alpha+\sin\alpha\ln\sin\left(x-\alpha\right).$

14.3. $y=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\left[\sin\ln x-\left(\sqrt{2}-1\right)\cdot\cos\ln x\right]x^{\sqrt{2}+1}.$

14.4. $y=\operatorname{arctg}\left(\dfrac{\cos x}{\sqrt[4]{\cos 2x}}\right).$

14.5. $y=3\dfrac{\sin x}{\cos^2 x}+2\dfrac{\sin x}{\cos^4 x}.$

14.6. $y=\left(a^2+b^2\right)^{-1/2}\cdot\arcsin\left(\dfrac{\sqrt{a^2+b^2}\sin x}{b}\right).$

14.7. $y=\dfrac{7^x\left(3\sin 3x+\cos 3x\cdot\ln 7\right)}{9+\ln^2 7}.$

14.8. $y=\ln\dfrac{\sin x}{\cos x+\sqrt{\cos 2x}}.$

14.9. $y=\dfrac{1}{a\left(1+a^2\right)}\left[\operatorname{arctg}\left(a\cos x\right)+a\ln\operatorname{tg}\dfrac{x}{2}\right].$

14.10. $y=-\dfrac{1}{3\sin^3 x}-\dfrac{1}{\sin x}+\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{1+\sin x}{1-\sin x}.$

14.11. $y=\left(1+x^2\right)\mathrm{e}^{\operatorname{arctg}x}.$

14.12. $y=\dfrac{\operatorname{ctg}x+x}{1-x\operatorname{ctg}x}.$

14.13. $y=\dfrac{1}{2\sin\dfrac{\alpha}{2}}\operatorname{arctg}\dfrac{2x\sin\dfrac{\alpha}{2}}{1-x^2}$.

14.14. $y=\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{\sqrt{x^4+1}-x^2}}{x}$, $x>0$.

14.15. $y=\dfrac{6^x\left(\sin 4x\cdot\ln 6-4\cos 4x\right)}{16+\ln^2 6}$.

14.16. $y=\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{2\operatorname{tg}x}}{1-\operatorname{tg}x}$.

14.17. $y=\operatorname{arctg}\dfrac{2\sin x}{\sqrt{9\cos^2 x-4}}$.

14.18. $y=\dfrac{5^x\left(2\sin 2x+\cos 2x\cdot\ln 5\right)}{4+\ln^2 5}$.

14.19. $y=\ln\dfrac{\sqrt{2}+\operatorname{th}x}{\sqrt{2}-\operatorname{th}x}$.

14.20. $y=\dfrac{3^x\left(4\sin 4x+\ln 3\cdot\cos 4x\right)}{16+\ln^2 3}$.

14.21. $y=\dfrac{4^x\left(\ln 4\cdot\sin 4x-4\cos 4x\right)}{16+\ln^2 4}$.

14.22. $y=\dfrac{\cos x}{\sin^2 x}-2\cos x-3\ln\operatorname{tg}\dfrac{x}{2}$.

14.23. $y=\dfrac{5^x\left(\sin 3x\cdot\ln 5-3\cos 3x\right)}{9+\ln^2 5}$.

14.24. $y=x-\ln\left(1+\mathrm{e}^x\right)-2\mathrm{e}^{-\frac{x}{2}}\operatorname{arctge}^{\frac{x}{2}}$.

14.25. $y=\dfrac{2^x\left(\sin x+\cos x\cdot\ln 2\right)}{1+\ln^2 2}$.

14.26. $y=\dfrac{\ln\left(\operatorname{ctg}x+\operatorname{ctg}\alpha\right)}{\sin\alpha}$.

14.27. $y=2\dfrac{\cos x}{\sin^4 x}+3\dfrac{\cos x}{\sin^2 x}$.

14.28. $y=\dfrac{\cos x}{3\left(2+\sin x\right)}+\dfrac{4}{3\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\dfrac{2\operatorname{tg}\left(x/2\right)+1}{\sqrt{3}}$.

14.29. $y=\dfrac{3^x\left(\ln 3\cdot\sin 2x-2\cos 2x\right)}{\ln^2 3+4}$.

14.30. $y=\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{1+\cos x}{1-\cos x}-\dfrac{1}{\cos x}-\dfrac{1}{3\cos^3 x}$.

14.31. $y=\sqrt{\dfrac{\operatorname{tg}x+\sqrt{2\operatorname{tg}x}+1}{\operatorname{tg}x-\sqrt{2\operatorname{tg}x}+1}}$.

Задача 15. Найти производную y'_x.

15.1. $\begin{cases} x=\dfrac{3t^2+1}{3t^3}, \\ y=\sin\left(\dfrac{t^3}{3}+t\right). \end{cases}$

15.2. $\begin{cases} x=\sqrt{1-t^2}, \\ y=\operatorname{tg}\sqrt{1+t}. \end{cases}$

15.3. $\begin{cases} x = \sqrt{2t - t^2}, \\ y = \dfrac{1}{\sqrt[3]{(1-t)^2}}. \end{cases}$

15.4. $\begin{cases} x = \arcsin(\sin t), \\ y = \arccos(\cos t). \end{cases}$

15.5. $\begin{cases} x = \ln\left(t + \sqrt{t^2+1}\right), \\ y = t\sqrt{t^2+1}. \end{cases}$

15.6. $\begin{cases} x = \sqrt{2t - t^2}, \\ y = \arcsin(t-1). \end{cases}$

15.7. $\begin{cases} x = \operatorname{ctg}\left(2\mathrm{e}^t\right), \\ y = \ln\left(\operatorname{tg}\mathrm{e}^t\right). \end{cases}$

15.8. $\begin{cases} x = \ln(\operatorname{ctg} t), \\ y = \dfrac{1}{\cos^2 t}. \end{cases}$

15.9. $\begin{cases} x = \operatorname{arctg}\mathrm{e}^{t/2}, \\ y = \sqrt{\mathrm{e}^t + 1}. \end{cases}$

15.10. $\begin{cases} x = \ln\sqrt{\dfrac{1-t}{1+t}}, \\ y = \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$

15.11. $\begin{cases} x = \ln\dfrac{1}{\sqrt{1-t^4}}, \\ y = \arcsin\dfrac{1-t^2}{1+t^2}. \end{cases}$

15.12. $\begin{cases} x = \sqrt{1-t^2}, \\ y = \dfrac{t}{\sqrt{1-t^2}}. \end{cases}$

15.13. $\begin{cases} x = \arcsin\left(\sqrt{1-t^2}\right), \\ y = (\arccos t)^2. \end{cases}$

15.14. $\begin{cases} x = \dfrac{t}{\sqrt{1-t^2}}, \\ y = \ln\dfrac{1+\sqrt{1-t^2}}{t}. \end{cases}$

15.15. $\begin{cases} x = \left(1 + \cos^2 t\right)^2, \\ y = \dfrac{\cos t}{\sin^2 t}. \end{cases}$

15.16. $\begin{cases} x = \ln\dfrac{1-t}{1+t}, \\ y = \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$

15.17. $\begin{cases} x = \arccos\dfrac{1}{t}, \\ y = \sqrt{t^2-1} + \arcsin\dfrac{1}{t}. \end{cases}$

15.18. $\begin{cases} x = \dfrac{1}{\ln t}, \\ y = \ln\dfrac{1+\sqrt{1-t^2}}{t}. \end{cases}$

15.19. $\begin{cases} x = \arcsin\sqrt{t}, \\ y = \sqrt{1+\sqrt{t}}. \end{cases}$

15.20. $\begin{cases} x = \left(\arcsin t\right)^2, \\ y = \dfrac{t}{\sqrt{1-t^2}}. \end{cases}$

15.21. $\begin{cases} x = t\sqrt{t^2+1}, \\ y = \ln\dfrac{1+\sqrt{1+t^2}}{t}. \end{cases}$

15.22. $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t, \\ y = \ln\dfrac{\sqrt{1+t^2}}{t+1}. \end{cases}$

15.23. $\begin{cases} x = \ln\left(1-t^2\right), \\ y = \arcsin\sqrt{1-t^2}. \end{cases}$

15.24. $\begin{cases} x = \operatorname{arctg}\dfrac{t+1}{t-1}, \\ y = \arcsin\sqrt{1-t^2}. \end{cases}$

15.25. $\begin{cases} x = \ln\sqrt{\dfrac{1-\sin t}{1+\sin t}}, \\ y = \dfrac{1}{2}\operatorname{tg}^2 t + \ln\cos t. \end{cases}$

15.26. $\begin{cases} x = \sqrt{t-t^2} - \operatorname{arctg}\sqrt{\dfrac{1-t}{t}}, \\ y = \sqrt{t} - \sqrt{1-t}\arcsin\sqrt{t}. \end{cases}$

15.27. $\begin{cases} x = \ln\operatorname{tg} t, \\ y = \dfrac{1}{\sin^2 t}. \end{cases}$

15.58. $\begin{cases} x = \dfrac{t^2\ln t}{1-t^2} + \ln\sqrt{1-t^2}, \\ y = \dfrac{t}{\sqrt{1-t^2}}\arcsin t + \ln\sqrt{1-t^2}. \end{cases}$

15.29. $\begin{cases} x = \mathrm{e}^{\sec^2 t}, \\ y = \operatorname{tg} t\cdot\ln\cos t + \operatorname{tg} t - t. \end{cases}$

15.30. $\begin{cases} x = \dfrac{t}{\sqrt{1-t^2}}\arcsin t + \ln\sqrt{1-t^2}, \\ y = \dfrac{t}{\sqrt{1-t^2}}. \end{cases}$

15.31. $\begin{cases} x = \ln\left(t+\sqrt{1+t^2}\right), \\ y = \sqrt{1+t^2} - \ln\dfrac{1+\sqrt{1+t^2}}{t}. \end{cases}$

Задача 16. Составить уравнения касательной и нормали к кривой в точке, соответствующей значению параметра $t = t_0$.

16.1. $\begin{cases} x = a\sin^3 t, \\ y = a\cos^3 t, \quad t_0 = \pi/3. \end{cases}$

16.2. $\begin{cases} x = \sqrt{3}\cos t, \\ y = \sin t, \quad t_0 = \pi/3. \end{cases}$

16.3. $\begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t), \quad t_0 = \pi/3. \end{cases}$

16.4. $\begin{cases} x = 2t - t^2, \\ y = 3t - t^3, \quad t_0 = 1. \end{cases}$

16.5. $\begin{cases} x = \dfrac{2t + t^2}{1 + t^3}, \\ y = \dfrac{2t - t^2}{1 + t^3}, \quad t_0 = 1. \end{cases}$

16.6. $\begin{cases} x = \arcsin \dfrac{t}{\sqrt{1 + t^2}}, \\ y = \arccos \dfrac{1}{\sqrt{1 + t^2}}, \quad t_0 = -1. \end{cases}$

16.7. $\begin{cases} x = t(t\cos t - 2\sin t), \\ y = t(t\sin t + 2\cos t), \quad t_0 = \pi/4. \end{cases}$

16.8. $\begin{cases} x = \dfrac{3at}{1 + t^2}, \\ y = \dfrac{3at^2}{1 + t^2}, \quad t_0 = 2. \end{cases}$

16.9. $\begin{cases} x = 2\ln(\operatorname{ctg} t) + \operatorname{ctg} t, \\ y = \operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t, \quad t_0 = \pi/4. \end{cases}$

16.10. $\begin{cases} x = \dfrac{1}{2}t^2 - \dfrac{1}{4}t^4, \\ y = \dfrac{1}{2}t^2 + \dfrac{1}{3}t^3, \quad t_0 = 0. \end{cases}$

16.11. $\begin{cases} x = at\cos t, \\ y = at\sin t, \quad t_0 = \pi/2. \end{cases}$

16.12. $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t, \quad t_0 = \pi/6. \end{cases}$

16.13. $\begin{cases} x = \arcsin \dfrac{t}{\sqrt{1 + t^2}}, \\ y = \arccos \dfrac{1}{\sqrt{1 + t^2}}, \quad t_0 = 1. \end{cases}$

16.14. $\begin{cases} x = \dfrac{1 + \ln t}{t^2}, \\ y = \dfrac{3 + 2\ln t}{t}, \quad t_0 = 1. \end{cases}$

16.15. $\begin{cases} x = \dfrac{1 + t}{t^2}, \\ y = \dfrac{3}{2t^2} + \dfrac{2}{t}, \quad t_0 = 2. \end{cases}$

16.16. $\begin{cases} x = a\sin^3 t, \\ y = a\cos^3 t, \quad t_0 = \pi/6. \end{cases}$

16.17. $\begin{cases} x = a(t\sin t + \cos t), \\ y = a(\sin t - t\cos t), \quad t_0 = \pi/4. \end{cases}$

16.18. $\begin{cases} x = \dfrac{t + 1}{t}, \\ y = \dfrac{t - 1}{t}, \quad t_0 = -1. \end{cases}$

16.19. $\begin{cases} x = 1 - t^2, \\ y = t - t^3, \quad t_0 = 2. \end{cases}$

16.20. $\begin{cases} x = \ln(1 + t^2), \\ y = t - \operatorname{arctg} t, \quad t_0 = 1. \end{cases}$

16.21. $\begin{cases} x = t(1-\sin t), \\ y = t\cos t, \quad t_0 = 0. \end{cases}$

16.22. $\begin{cases} x = \dfrac{1+t^3}{t^2-1}, \\ y = \dfrac{t}{t^2-1}, \quad t_0 = 2. \end{cases}$

16.23. $\begin{cases} x = 3\cos t, \\ y = 4\sin t, \quad t_0 = \pi/4. \end{cases}$

16.24. $\begin{cases} x = t - t^4, \\ y = t^2 - t^3, \quad t_0 = 1. \end{cases}$

16.25. $\begin{cases} x = t^3 + 1, \\ y = t^2 + t + 1, \quad t_0 = 1. \end{cases}$

16.26. $\begin{cases} x = 2\cos t, \\ y = \sin t, \quad t_0 = -\pi/3. \end{cases}$

16.27. $\begin{cases} x = 2\operatorname{tg} t, \\ y = 2\sin^2 t + \sin 2t, \quad t_0 = \pi/4. \end{cases}$

16.28. $\begin{cases} x = t^3 + 1, \\ y = t^2, \quad t_0 = -2. \end{cases}$

16.29. $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = a^t, \quad t_0 = 0. \end{cases}$

16.30. $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos 2t, \quad t_0 = \pi/6. \end{cases}$

16.31. $\begin{cases} x = 2\mathrm{e}^t, \\ y = \mathrm{e}^{-t}, \quad t_0 = 0. \end{cases}$

Задача 17. Найти производную n-го порядка.

17.1. $y = x\mathrm{e}^{ax}$.

17.2. $y = \sin 2x + \cos(x+1)$.

17.3. $y = \sqrt[5]{\mathrm{e}^{7x-1}}$.

17.4. $y = \dfrac{4x+7}{2x+3}$.

17.5. $y = \lg(5x+2)$.

17.6. $y = a^{3x}$.

17.7. $y = \dfrac{x}{2(3x+2)}$.

17.8. $y = \lg(x+4)$.

17.9. $y = \sqrt{x}$.

17.10. $y = \dfrac{2x+5}{13(3x+1)}$.

17.11. $y = 2^{3x+5}$.

17.12. $y = \sin(x+1) + \cos 2x$.

17.13. $y = \sqrt[3]{\mathrm{e}^{2x+1}}$.

17.14. $y = \dfrac{4+15x}{5x+1}$.

17.15. $y = \lg(3x+1)$.

17.16. $y = 7^{5x}$.

17.17. $y=\dfrac{x}{9(4x+9)}$.

17.18. $y=\lg(1+x)$.

17.19. $y=\dfrac{4}{x}$.

17.20. $y=\dfrac{5x+1}{13(2x+3)}$.

17.21. $y=a^{2x+3}$.

17.22. $y=\sin(3x+1)+\cos 5x$.

17.23. $y=\sqrt{\mathrm{e}^{3x+1}}$.

17.24. $y=\dfrac{11+12x}{6x+5}$.

17.25. $y=\lg(2x+7)$.

17.26. $y=2^{kx}$.

17.27. $y=\dfrac{x}{x+1}$.

17.28. $y=\log_3(x+5)$.

17.29. $y=\dfrac{1+x}{1-x}$.

17.30. $y=\dfrac{7x+1}{17(4x+3)}$.

17.31. $y=3^{2x+5}$.

Задача 18. Найти производную указанного порядка.

18.1. $y=(2x^2-7)\ln(x-1),\quad y^{V}=?$

18.2. $y=(3-x^2)\ln^2 x,\quad y^{III}=?$

18.3. $y=x\cos x^2,\quad y^{III}=?$

18.4. $y=\dfrac{\ln(x-1)}{\sqrt{x-1}},\quad y^{III}=?$

18.5. $y=\dfrac{\log_2 x}{x^3},\quad y^{III}=?$

18.6. $y=(4x^3+5)\mathrm{e}^{2x+1},\quad y^{V}=?$

18.7. $y=x^2\sin(5x-3),\quad y^{III}=?$

18.8. $y=\dfrac{\ln x}{x^2},\quad y^{IV}=?$

18.9. $y=(2x+3)\ln^2 x,\quad y^{III}=?$

18.10. $y=(1+x^2)\operatorname{arctg} x,\quad y^{III}=?$

18.11. $y=\dfrac{\ln x}{x^3},\quad y^{IV}=?$

18.12. $y=(4x+3)\cdot 2^{-x},\quad y^{V}=?$

18.13. $y=\mathrm{e}^{1-2x}\cdot\sin(2+3x),\quad y^{IV}=?$

18.14. $y=\dfrac{\ln(3+x)}{3+x},\quad y^{III}=?$

18.15. $y=(2x^3+1)\cos x,\quad y^{V}=?$

18.16. $y=(x^2+3)\ln(x-3),\quad y^{IV}=?$

18.17. $y=\left(1-x-x^2\right)\mathrm{e}^{(x-1)/2}, \quad y^{IV}=?$

18.18. $y=\dfrac{1}{x}\sin 2x, \quad y^{III}=?$

18.19. $y=(x+7)\ln(x+4), \quad y^{V}=?$

18.20. $y=(3x-7)\cdot 3^{-x}, \quad y^{IV}=?$

18.21. $y=\dfrac{\ln(2x+5)}{2x+5}, \quad y^{III}=?$

18.22. $y=\mathrm{e}^{x/2}\cdot\sin 2x, \quad y^{IV}=?$

18.23. $y=\dfrac{\ln x}{x^5}, \quad y^{III}=?$

18.24. $y=x\ln(1-3x), \quad y^{IV}=?$

18.25. $y=\left(x^2+3x+1\right)\mathrm{e}^{3x+2}, \quad y^{V}=?$

18.26. $y=(5x-8)\cdot 2^{-x}, \quad y^{IV}=?$

18.27. $y=\dfrac{\ln(x-2)}{x-2}, \quad y^{V}=?$

18.28. $y=\mathrm{e}^{-x}\cdot(\cos 2x-3\sin 2x), \quad y^{IV}=?$

18.29. $y=(5x-1)\ln^2 x, \quad y^{III}=?$

18.30. $y=\dfrac{\log_3 x}{x^2}, \quad y^{IV}=?$

18.31. $y=\left(x^3+3\right)\mathrm{e}^{4x+3}, \quad y^{IV}=?$

Задача 19. Найти производную второго порядка y''_{xx} от функции, заданной параметрически.

19.1. $\begin{cases} x=\cos 2t, \\ y=2\sec^2 t. \end{cases}$

19.2. $\begin{cases} x=\sqrt{1-t^2}, \\ y=1/t. \end{cases}$

19.3. $\begin{cases} x=\mathrm{e}^t\cos t, \\ y=\mathrm{e}^t\sin t. \end{cases}$

19.4. $\begin{cases} x=\mathrm{sh}^2 t, \\ y=1/\mathrm{ch}^2 t. \end{cases}$

19.5. $\begin{cases} x=t+\sin t, \\ y=2-\cos t. \end{cases}$

19.6. $\begin{cases} x=1/t, \\ y=1/\left(1+t^2\right). \end{cases}$

19.7. $\begin{cases} x=\sqrt{t}, \\ y=1/\sqrt{1-t}. \end{cases}$

19.8. $\begin{cases} x=\sin t, \\ y=\sec t. \end{cases}$

19.9. $\begin{cases} x=\mathrm{tg}\,t, \\ y=1/\sin 2t. \end{cases}$

19.10. $\begin{cases} x=\sqrt{t-1}, \\ y=t/\sqrt{1-t}. \end{cases}$

19.11. $\begin{cases} x = \sqrt{t}, \\ y = \sqrt[3]{t-1}. \end{cases}$

19.12. $\begin{cases} x = \cos t / (1 + 2\cos t), \\ y = \sin t / (1 + 2\cos t). \end{cases}$

19.13. $\begin{cases} x = \sqrt{t^3 - 1}, \\ y = \ln t. \end{cases}$

19.14. $\begin{cases} x = \operatorname{sh} t, \\ y = \operatorname{th}^2 t. \end{cases}$

19.15. $\begin{cases} x = \sqrt{t-1}, \\ y = 1/\sqrt{t}\,. \end{cases}$

19.16. $\begin{cases} x = \cos^2 t, \\ y = \operatorname{tg}^2 t. \end{cases}$

19.17. $\begin{cases} x = \sqrt{t-3}, \\ y = \ln(t-2). \end{cases}$

19.18. $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \ln\cos t. \end{cases}$

19.19. $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = 2 + \cos t. \end{cases}$

19.20. $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 2 - \cos t. \end{cases}$

19.21. $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \ln\sin t. \end{cases}$

19.22. $\begin{cases} x = \cos t + t\sin t, \\ y = \sin t - t\cos t. \end{cases}$

19.23. $\begin{cases} x = \mathrm{e}^t, \\ y = \arcsin t. \end{cases}$

19.24. $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \sin^4(t/2). \end{cases}$

19.25. $\begin{cases} x = \operatorname{ch} t, \\ y = \sqrt[3]{\operatorname{sh}^2 t}. \end{cases}$

19.26. $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t, \\ y = t^2/2. \end{cases}$

19.27. $\begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 4(2 + \cos t). \end{cases}$

19.28. $\begin{cases} x = \sin t - t\cos t, \\ y = \cos t + t\sin t. \end{cases}$

19.29. $\begin{cases} x = 1/t^2, \\ y = 1/(t^2 + 1). \end{cases}$

19.30. $\begin{cases} x = \cos t + \sin t, \\ y = \sin 2t. \end{cases}$

19.31. $\begin{cases} x = \ln t, \\ y = \operatorname{arctg} t. \end{cases}$

Задача 20. Показать, что функция y удовлетворяет уравнению (1).

20.1. $y = x\mathrm{e}^{-x^2/2}$,
$xy' = (1 - x^2)y$. (1)

20.2. $y = \dfrac{\sin x}{x}$,
$xy' + y = \cos x$. (1)

20.3. $y = 5\mathrm{e}^{-2x} + \mathrm{e}^{x}/3,$
$y' + 2y = \mathrm{e}^{x}.$ (1)

20.4. $y = 2 + c\sqrt{1-x^2},$
$\left(1-x^2\right)y' + xy = 2x.$ (1)

20.5. $y = x\sqrt{1-x^2},$
$yy' = x - 2x^3.$ (1)

20.6. $y = \dfrac{c}{\cos x},$
$y' - \operatorname{tg} x \cdot y = 0.$ (1)

20.7. $y = -\dfrac{1}{3x+c},$
$y' = 3y^2.$ (1)

20.8. $y = \ln\left(c + \mathrm{e}^{x}\right),$
$y' = \mathrm{e}^{x-y}.$ (1)

20.9. $y = \sqrt{x^2 - cx},$
$\left(x^2 + y^2\right)dx - 2xydy = 0.$ (1)

20.10. $y = x\left(c - \ln x\right),$
$\left(x - y\right)dx + xdy = 0.$ (1)

20.11. $y = \mathrm{e}^{\operatorname{tg}(x/2)},$
$y' \sin x = y \ln y.$ (1)

20.12. $y = \dfrac{1+x}{1-x},$
$y' = \dfrac{1+y^2}{1+x^2}.$ (1)

20.13. $y = \dfrac{b+x}{1+bx},$
$y - xy' = b\left(1 + x^2 y'\right).$ (1)

20.14. $y = \sqrt[3]{2 + 3x - 3x^2},$
$yy' = \dfrac{1-2x}{y}.$ (1)

20.15. $y = \sqrt{\ln\left(\dfrac{1+\mathrm{e}^{x}}{2}\right)^2 + 1},$
$\left(1+\mathrm{e}^{x}\right)yy' = \mathrm{e}^{x}.$ (1)

20.16. $y = \operatorname{tg} \ln 3x,$
$\left(1 + y^2\right)dx = xdy.$ (1)

20.17. $y = -\sqrt{\dfrac{2}{x^2} - 1},$
$1 + y^2 + xyy' = 0.$ (1)

20.18. $y = \sqrt[3]{x - \ln x - 1},$
$\ln x + y^3 - 3xy^2 y' = 0.$ (1)

20.19. $y = a + \dfrac{7x}{ax+1},$
$y - xy' = a\left(1 + x^2 y'\right).$ (1)

20.20. $y = a \operatorname{tg} \sqrt{\dfrac{a}{x} - 1},$
$a^2 + y^2 + 2x\sqrt{ax - x^2}\, y' = 0.$ (1)

20.21. $y = \sqrt[4]{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}},$
$8xy' - y = \dfrac{-1}{y^3\sqrt{x+1}}.$ (1)

20.22. $y = \left(x+1\right)\mathrm{e}^{x^2},$
$y' - 2xy = 2x\mathrm{e}^{x^2}.$ (1)

20.23. $y=\dfrac{2x}{x^3+1}+\dfrac{1}{x},$

$x\left(x^3+1\right)y'+\left(2x^3-1\right)y=\dfrac{x^3-2}{x}.$ (1)

20.24. $y=\mathrm{e}^{x+x^2}+2\mathrm{e}^{x},$

$y'-y=2x\mathrm{e}^{x+x^2}.$ (1)

20.25. $y=-x\cos x+3x,$

$xy'=y+x^2\sin x.$ (1)

20.26. $y=1\big/\sqrt{\sin x+x},$

$2\sin x\cdot y'+y\cos x=$

$=y^3\left(x\cos x-\sin x\right).$ (1)

20.27. $y=\dfrac{x}{x-1}+x^2,$

$x\left(x-1\right)y'+y=x^2\left(2x-1\right).$ (1)

20.28. $y=\dfrac{x}{\cos x},$

$y'-y\operatorname{tg}x=\sec x.$ (1)

20.29. $y=\left(x+1\right)^n\left(\mathrm{e}^x-1\right),$

$y'-\dfrac{ny}{x+1}=\mathrm{e}^x\left(1+x\right)^n.$ (1)

20.30. $y=2\dfrac{\sin x}{x}+\cos x,$

$x\sin x\cdot y'+\left(\sin x-x\cos x\right)y=$

$=\sin x\cdot\cos x-x.$ (1)

20.31. $y=-\sqrt{x^4-x^2},$

$xyy'-y^2=x^4.$ (1)