ВАРИАНТ 1

1. Найти угловой коэффициент k прямой, проходящей через точки $M_1(1,8)$ и $M_2(-1,4)$; записать уравнение прямой в параметрическом виде.
2. Составить уравнения сторон и медиан треугольника с вершинами $A(3,2)$, $B(5,-2)$, $C(1,0)$.
3. Даны вершины треугольника $A(-10,-13)$, $B(-2,3)$, $C(2,1)$. Вычислить длину перпендикуляра, опущенного из вершины B на медиану, проведенную из вершины C.
4. Построить плоскости:

   а) $2x+3y+z-1=0$, б) $2x+y-4z=0$,

   в) $4x-3y+6=0$, г) $3y+z=0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через ось Oy и точку $M(1,4,-3)$.
6. Найти уравнение проекции прямой $\dfrac{x-1}{9}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z}{-7}$ на плоскость $2x-y-3z+6=0$.
7. Точка $A(1,-3,0)$ – вершина куба, одна из граней которого лежит на плоскости $3x+2y-6z+17=0$. Вычислить объем куба.
8. Установить, что три плоскости $2x-4y+5z-21=0$, $x-3z+18=0$, $6x+y+z-30=0$ имеют общую точку и вычислить ее координаты.
9. Расстояние между директрисами эллипса в 2 раза больше расстояния между его фокусами. Определить эксцентриситет эллипса. Построить эллипс.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.

    а) $x^2+y^2-2x-4y+1=0$, б) $4x^2+9y^2-18y-27=0$,

    в) $9x^2-4y^2-18x-16y-43=0$, г) $y^2+6y-2x+3=0$.
11. Изобразить линии:

    а) $y=\sqrt{1-x^2}$, б) $y=-\dfrac{3}{4}\sqrt{x^2-16}$,

    в) $x=3+\sqrt{-6(y-2)}$, г) $\rho=\dfrac{18}{4-5\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:

    а) $z-a=-(x^2+y^2)$, $x^2+y^2=z^2$;

    б) $z=x^2-y^2$, $z=0$, $z=3$.

ВАРИАНТ 2

1. Найти острый угол между прямой $5x - y + 7 = 0$ и прямой, проходящей через точки $M_1(-2,3)$ и $M_2(2,-3)$.
2. Составить уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину $C(4,-1)$, уравнение высоты $2x - 3y + 12 = 0$ и медианы $2x + 3y = 0$, проведенных из одной вершины.
3. Найти расстояние между прямыми $5x - 12y - 26 = 0$ и $5x - 12y - 65 = 0$.
4. Построить плоскости:
   а) $4x - 3y - 6z - 12 = 0$, б) $4x - y - 5z = 0$,
   в) $2x + 3z - 18 = 0$, г) $5y - z = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(2,-1,1)$ перпендикулярно двум плоскостям $2x - z + 1 = 0$ и $y = 0$.
6. Проверить, лежат ли прямые $\begin{cases} 2x - 3z + 2 = 0 \\ 2y - z - 6 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} x - 12y + 49 = 0 \\ 4x - 37z + 148 = 0 \end{cases}$ в одной плоскости?
7. Вычислить расстояние от начала координат до плоскости, проходящей через три точки $M_1(-6,1,-5)$, $M_2(7,-2,-1)$, $M_3(10,-7,1)$.
8. Найти угол между прямыми $\begin{cases} x = -4z + 12 \\ y = -z + 1 \end{cases}$ и $\begin{cases} x = z - 2 \\ y = 0 \end{cases}$.
9. Асимптоты гиперболы имеют уравнения $4y \pm 3x = 0$, а расстояние между фокусами равно 20. Написать ее каноническое уравнение. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
    а) $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 6 = 0$, б) $5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 0$,
    в) $5x^2 - 4y^2 + 16y - 36 = 0$, г) $x^2 + 4x - y - 1 = 0$.
11. Изобразить линии:
    а) $y = \frac{2}{3}\sqrt{9 - x^2}$, б) $y = -\sqrt{9 - x^2}$,
    в) $y = -4 - \sqrt{5x - 10}$, г) $\rho = 6\cos\varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
    а) $y + z = a$, $-y + z = a$, $x = b$, $x = 0$, $z = 0$;
    б) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, $y = \frac{b}{a}x$, $y = 0$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 3

1. Записать общее уравнение прямой, проходящей через две точки $M_1(-6,4)$ и $M_2(-2,-1)$. Найти угловой коэффициент этой прямой.
2. Найти точку B, симметричную точке $A(-2,4)$ относительно прямой $3x+y-8=0$.
3. Найти длины высот треугольника, стороны которого имеют уравнения $y-2=0$, $4x-2y-24=0$, $4x-11y+30=0$.
4. Построить плоскости:
   а) $2x+y-4z+2=0$, б) $2x+3y+3z=0$,
   в) $2x+y+2=0$, г) $4x-5z=0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось Oz и точку $M(1,-2,1)$.
6. Найти проекцию точки $A(1,-3,2)$ на плоскость $6x+3y-z-41=0$.
7. Вычислить расстояние между плоскостями $x-2y+2z+3=0$ и $x-2y+2z+9=0$.
8. Проверить, имеют ли общую точку следующие четыре плоскости $2x-4y-z+5=0$, $2y+3z-1=0$, $3x+5y+4z-3=0$, $5x+2y-2=0$.
9. Составить уравнение параболы, если даны ее фокус $F(4,3)$ и директриса $y+1=0$. Построить параболу.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
    а) $x^2+y^2+4y+4=0$, б) $3x^2+4y^2-18x-8y-5=0$,
    в) $4x^2-y^2-16x-2y+15=0$, г) $y^2-2x+4y+2=0$.
11. Изобразить линии:
    а) $y=-\sqrt{-4x}$, б) $y=\dfrac{3}{2}\sqrt{x^2-4}$,
    в) $x=-4+\sqrt{-y^2+4y+21}$, г) $\rho=-\dfrac{9}{4-5\cos\varphi}$,
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
    а) $x^2+y^2=z$, $x^2+y^2=a^2$, $x=0$, $y=0$, $z=0$.
    б) $x+y+z=10$, $x=0$, $y=0$, $z=0$, $x=5$, $y=3$.

ВАРИАНТ 4

1. Составить уравнение прямой, если точка $A(4,5)$ служит основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на эту прямую. Найти угловой коэффициент k этой прямой.
2. Найти уравнения прямых, параллельных данной прямой $4x+3y-15=0$ и отстоящих от нее на расстоянии $\rho=2$.
3. Составить уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину $A(0,2)$ и уравнения двух высот $x+y-4=0$ и $y=2x$.
4. Построить плоскости:
   а) $4x-y-2z+4=0$, б) $2x-y-2z=0$,
   в) $2y-z-1=0$, г) $2x+3y=0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точки $M_1(7,2,-3)$ и $M_2(5,6,-4)$ параллельно оси Ox.
6. Установить, лежит ли данная прямая $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z+5}{2}$ в плоскости $4x+y-7=0$, параллельна этой плоскости или пересекает ее.
7. На оси Oy найти точки, отстоящие от плоскости $x+2y-2z-2=0$ на расстоянии $\rho=4$.
8. Найти острый угол между плоскостями $2x+3y-z+15=0$ и $3x-5y+9z+1=0$.
9. Составить уравнение окружности, проходящей через точки $A(-1,1)$ и $B(1,-3)$, если центр ее лежит на прямой $2x-y+1=0$. Построить эту окружность.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
    а) $x^2+y^2-2x+6y+6=0$, б) $x^2+9y^2-2x-54y+73=0$,
    в) $9x^2-4y^2+18x+8y-31=0$, г) $x^2-2x+4y+5=0$.
11. Изобразить линии:
    а) $y=-\dfrac{5}{4}\sqrt{16-x^2}$, б) $y=\sqrt{6x}$,
    в) $y=-1+\dfrac{2}{3}\sqrt{x^2-4x-5}$, г) $\rho=\dfrac{1}{3+3\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
    а) $x^2+y^2+z^2=a^2$, $x^2+y^2=b^2$, $z=0$, $(a>b)$.
    б) $z=9-y^2$, $3x+4y=12$, $x=0$, $y=0$, $z=0$.

ВАРИАНТ 5

1. Даны две точки $M_1(2,3)$ и $M_2(-1,0)$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку M_2 перпендикулярно отрезку M_1M_2. Записать уравнение прямой в параметрическом виде.
2. Дан треугольник с вершинами $A(-1,2)$, $B(5,7)$, $C(1,-3)$. Вычислить угол между высотой и медианой, проведенными из вершины C.
3. Из точки $M_0(-2,3)$ под углом α к оси Ox направлен луч света. Известно, что $tg\alpha = 3$. Дойдя до оси Ox, луч от нее отразился. Составить уравнения прямых, на которых лежат лучи падающий и отраженный.
4. Построить плоскости:

   а) $3x - 6y + z + 3 = 0$, б) $3x - 2y + z = 0$,

   в) $x - y - 8 = 0$, г) $2y + 5z = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2,3,-4)$ и параллельно плоскости YOZ.
6. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямой $\dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-2}{5}$ и плоскости $3x - 4y + 2z - 1 = 0$ и точку $M(3,-3,0)$.
7. Вычислить расстояние от точки $P(2,-5,7)$ до прямой, проходящей через точки $M_1(5,4,6)$ и $M_2(-2,-17,-8)$.
8. Найти угол между прямой $\begin{cases} x = y - 5 \\ y = -2z + 3 \end{cases}$ и плоскостью $4x + y + z - 3 = 0$.
9. Дан эллипс $\dfrac{x^2}{15} + \dfrac{y^2}{6} = 1$. Найти уравнение гиперболы, вершины которой находятся в фокусах, а фокусы – в вершинах данного эллипса. Построить эллипс и гиперболу.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.

    а) $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0$, б) $2x^2 + 3y^2 + 4x + 6y - 1 = 0$,

    в) $x^2 - 4y^2 + 8y = 0$, г) $x^2 + 2x - 4y + 5 = 0$.
11. Изобразить линии:

    а) $y = -\dfrac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}$, б) $y = -\sqrt{8x}$,

    в) $y = 7 - \dfrac{3}{2}\sqrt{x^2 - 6x + 13}$, г) $\rho = -4\cos\varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:

    а) $x^2 + y^2 = a^2$, $y + z = a$, $y = 0$, $z = 0$, $(a > 0)$.

    б) $x^2 + z^2 = 2y$, $y = 2$, $y = 3$, $x = 0$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 6

1. Определить, при каких значениях a прямая
$$(a+2)x+(a^2-9)y+3a^2-8a+2=0$$
отсекает на оси Ox отрезок, равный 3.
2. Даны две вершины треугольника $A(-2,1)$ и $B(3,-4)$ и точка $D(5,-1)$ – пересечение его высот. Найти уравнения всех сторон треугольника.
3. Составить уравнения прямых, параллельных прямой $3x-4y-10=0$ и отстоящих от нее на расстоянии $\rho=3$.
4. Построить плоскости:
   а) $4x-3y+4z+1=0$, б) $3x+2y-6z=0$,
   в) $x-y-13=0$, г) $4y+5z=0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через ось Oz и точку $M(2,-3,4)$
6. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(2,-3,4)$ и перпендикулярно прямым $\frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z+5}{2}$ и $\frac{x-8}{3}=\frac{y+4}{-2}=\frac{z-2}{1}$.
7. Найти расстояние от точки $P(2,3,-1)$ до прямой $\frac{x-5}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z+25}{-2}$.
8. Доказать, что прямые $\begin{cases} x-2y-5=0 \\ 2y-z+4=0 \end{cases}$ и $\begin{cases} x=5t+3 \\ y=2t-1 \\ z=4t+2 \end{cases}$ пресекаются.

   Найти точку их пересечения.
9. Каково будет уравнение параболы $y^2=2x$, если ее ось симметрии повернуть на 90^0; 180^0; -90^0. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
    а) $x^2+y^2-4x-4y-1=0$, б) $9x^2+4y^2-36x-16y+16=0$,
    в) $4x^2-9y^2-36y-72=0$, г) $y^2+2x+6y+11=0$.
11. Изобразить линии:
    а) $y=-2\sqrt{1-x^2}$, б) $y=-\sqrt{-8x}$,
    в) $x=9-2\sqrt{y^2+4y+8}$, г) $\rho=-4\sin\varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
    а) $z=y^2$, $z=b$, $x=0$, $x=b$, $(b>0)$.
    б) $x+y+z=6$, $y=0$, $z=0$, $3x+2y=12$, $3x+y=6$.

ВАРИАНТ 7

1. Определить, при каком значении a прямая
$$(a+3)x+(a^2-9)y+3a^2-8a+2=0$$
образует угол $\varphi=45^0$ с осью Ox.

2. Найти уравнения биссектрис углов, образованных прямыми $2x+y-2=0$ и $2x+4y+9=0$.

3. Даны вершины треугольника $A(1,2)$ $B(-3,-2)$ $C(3,-2)$. Найти точку пересечения его высот.

4. Построить плоскости:
а) $3x+y-6z+3=0$, б) $x+y-z=0$,
в) $2y-3z+24=0$, г) $2x-3y=0$.

5. Даны вершины треугольника $A(2,1,0)$, $B(3,-1,1)$, $C(1,2,-4)$. Через сторону AB провести плоскость перпендикулярно плоскости треугольника.

6. Через точку пресечения прямой $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-12}{3}=\dfrac{z-9}{3}$ и плоскости $x+3y-5z-2=0$ провести плоскость, перпендикулярную к данной прямой.

7. Две грани куба лежат на плоскостях $2x-2y+z+1=0$ и $2x-2y+z-5=0$. Вычислить объем этого куба.

8. При каком значении c прямая $\begin{cases}3x-2y+z+3=0\\4x-3y+4z+1=0\end{cases}$ параллельна плоскости $2x-y+cz-2=0$.

9. Эллипс касается оси Ox в точке $A(4,0)$ и оси Oy в точке $B(0,-3)$. Составить уравнение этого эллипса, если его оси параллельны осям координат. Построить.

10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
а) $x^2+y^2-4y-5=0$, б) $2x^2+y^2-4x-4y+2=0$,
в) $2x^2-y^2-12x-2y+19=0$, г) $x^2+2x+3y-8=0$.

11. Изобразить линии:
а) $y=-\dfrac{7}{3}\sqrt{x^2-9}$, б) $x=-\sqrt{-4y}$,
в) $x=4-\sqrt{y^2+4y-3}$, г) $\rho=-\dfrac{18}{4-5\cos\varphi}$.

12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
а) $x^2+y^2=a^2$, $y=x$, $z=b$, $y=0$, $z=0$.
б) $z=4-y^2$, $z=y^2+2$, $x=0$, $x=2$.

ВАРИАНТ 8

1. Найти расстояние между прямыми $3x-4y-10=0$ и $3x-4y+5=0$.
2. Найти проекцию точки P(-6,4) на прямую $4x-5y+3=0$.
3. Даны уравнения сторон треугольника $3x+4y-1=0$, $x-7y-17=0$, $7x+y+31=0$. Сравнив углы треугольника, доказать, что он равнобедренный.
4. Построить плоскости:
   а) $x-y-2z-8=0$, б) $3x+y-5z=0$,
   в) $2x-y-3=0$, г) $4y-7z=0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через две точки $M_1(3,0,4)$ и $M_2(1,1,0)$, перпендикулярно к плоскости $2x+y+4z-7=0$.
6. Проверить, лежат ли прямые $\begin{cases} x=3z-1 \\ y=-5z+7 \end{cases}$ и $\begin{cases} y=2x-5 \\ z=7x+2 \end{cases}$ в одной плоскости.
7. Составить уравнения плоскостей, параллельных плоскости $3x+2y-6z+17=0$ и отстоящих от нее на расстоянии $\rho=2$.
8. При каком m прямые $\begin{cases} x=2t-3 \\ y=3t-2 \\ z=-4t+6 \end{cases}$ и $\dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y+1}{m}=\dfrac{z+4}{1}$ пересекаются? Найти точку их пресечения.
9. Найти полуоси, координаты вершин и фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис и асимптот гиперболы $9x^2-16y^2=144$. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
    а) $x^2+y^2-2x+4y-4=0$, б) $3x^2+4y^2+6x-16y+7=0$,
    в) $x^2-y^2+4x+4y-3=0$, г) $x^2+4x-4y+16=0$.
11. Изобразить линии:
    а) $y=-\dfrac{5}{4}\sqrt{16-x^2}$, б) $y=\sqrt{-14x}$,
    в) $x=5-\dfrac{3}{4}\sqrt{y^2+4y-12}$, г) $\rho=\dfrac{3}{1-\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
    а) $x^2+y^2=a^2$, $y+z=b$ $(b>a)$, $x=0$, $y=0$, $z=0$.
    б) $y+z=a$, $-y+z=a$, $x=b$, $x=-b$, $z=0$.

ВАРИАНТ 9

1. Найти расстояние от точки $A(1,-2)$ до прямой, проходящей через две точки $M_1(0,5)$ и $M_2(-3,1)$.
2. Вычислить координаты точки пересечения перпендикуляров, восстановленных из середин сторон треугольника с вершинами $A(2,3)$, $B(0,-3)$, $C(5,-2)$.
3. Диагонали ромба, равные 10 и 4, приняты за оси координат Ox и Oy соответственно. Написать уравнения сторон этого ромба.
4. Построить плоскости:

   а) $x - y + 4z + 2 = 0$, б) $3x + 2y - 6z = 0$,

   в) $y + 3z + 6 = 0$, г) $x - 7y = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(-6,2,-5)$, $M_2(7,-2,-1)$, $M_3(10,-7,1)$.
6. Установить, какая из данных прямых

   а) $\dfrac{x+5}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-8}{-1}$; б) $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z+1}{2}$; в) $\dfrac{x-13}{8} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-4}{3}$

   лежит в плоскости $x + 2y - 4z + 1 = 0$, какая ей параллельна и какая пересекает ее.
7. Точка $A(2,1,1)$ является вершиной куба, одна из граней которого лежит на плоскости $3x - 12y + 4z + 67 = 0$. Вычислить объем этого куба.
8. Найти угол между прямыми $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y - 5z - 8 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x + 3y - 2 = 0 \\ y + 2z + 6 = 0 \end{cases}$.
9. Найти центр и радиус окружности, проходящей через точки $A(-1,5)$, $B(-2,-2)$, $C(5,5)$. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.

    а) $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 6 = 0$, б) $4x^2 + 3y^2 - 16x + 6y + 7 = 0$,

    в) $x^2 - 4y^2 + 4x + 8y - 4 = 0$, г) $y^2 + 4x - 2y + 5 = 0$.
11. Изобразить линии:

    а) $y = \dfrac{4}{3}\sqrt{9 - x^2}$, б) $y = -\sqrt{-2x}$,

    в) $x = -3 + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{y^2 + 4}$, г) $\rho = -8\sin\varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:

    а) $x = y^2$, $x + z = a$, $z = 0$.

    б) $x^2 + y^2 = R^2$, $x^2 + z^2 = R^2$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 10

1. Даны вершины треугольника A(-10,-13), B(-2,3), C(2,1). Составить уравнение медианы и высоты, проведенной из вершина A.
2. Центр пучка прямых $\alpha(2x-3y+20)+\beta(3x+5y-27)=0$ является вершиной квадрата, диагональ которого лежит на прямой $x+7y-16=0$. Составить уравнения сторон и второй диагонали квадрата.
3. Найти длину перпендикуляра, опущенного из точки P(4,-1) на прямую, проходящую через две точки M_1(1,-2) и M_2(5,0).
4. Построить плоскости:
   а) $x-2y+3z+6=0$, б) $3x+2y-4z=0$,
   в) $3x+3z-1=0$, г) $5x+6y=0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точки M_1(3,-2,4) и M_2(2,0,1) параллельно оси Oy.
6. Через точки M_1(1,-1,0) и M_2(0,3,-12) провести прямую. Найти точку пересечения плоскости $2x+3y+z-1=0$ с этой прямой.
7. Вычислить расстояние от точки P(-1,1,-2) до плоскости, проходящей через точки M_1(1,-1,1), M_2(-2,1,3), M_3(4,-5,-2).
8. При каких значениях m и c прямая $\frac{x-2}{m}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-5}{-2}$ перпендикулярна плоскости $3x-2y+cz+1=0$? Найти координаты точки их пересечения.
9. Эллипс касается оси Ox в точке A(0,5) и пересекает ось Oy в точках B(5,0) и C(11,0). Составить уравнение этого эллипса, если его оси параллельны осям координат. Построить его.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
    а) $x^2+y^2+6x+4=0$, б) $9x^2+4y^2-54x+45=0$,
    в) $x^2-9y^2+54x-72=0$, г) $x^2+2x+4y+5=0$.
11. Изобразить линии:
    а) $y=-\frac{3}{7}\sqrt{49-x^2}$, б) $x=\sqrt{4y}$,
    в) $x=-2-2\sqrt{y^2-2y+2}$, г) $\rho=10\cos\varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
    а) $y=x^2$, $z=0$, $y+z=a$.
    б) $x^2+y^2+z^2=a^2$, $x^2+y^2=b^2$ $(a>b)$, $x=0$, $y=0$, $z=0$
    (I октант).

ВАРИАНТ 11

1. Точка $M(3,2)$ является основанием перпендикуляра, опущенного из точки $N(1,-1)$ на прямую l. Написать уравнение прямой l; найти расстояние от точки N до прямой l.
2. Составить уравнения прямых, проходящих через точку $P(3,-5)$ на одинаковых расстояниях от точек $A(-7,3)$ и $B(11,-15)$.
3. Стороны треугольника лежат на прямых

   $$AB:\ x+5y-7=0,\quad BC:\ 3x-2y-4=0,\quad AC:\ 7x+y+19=0.$$

   Вычислить его площадь; найти уравнение высоты и медианы, проведенных из вершины A.
4. Построить плоскости:

   а) $3x+2y-6z+6=0$, б) $2x-y+z=0$,

   в) $2y-z+4=0$, г) $3x-2y=0$.
5. Из точки $P(-1,-1,4)$ опущен на плоскость перпендикуляр. Его основание - точка $Q(2,1,3)$. Составить уравнение этой плоскости.
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-3t \\ z=-3+2t \end{cases}$ и точку $M(2,-2,1)$.
7. Найти расстояние от точки $P(1,-1,-2)$ до прямой $\begin{cases} 2x-3y=0 \\ 2x+3y-18=0 \end{cases}$.
8. Найти угол между прямой $\begin{cases} 4x+3y+5=0 \\ y+z+4=0 \end{cases}$ и плоскостью $4x-3y-6z-5=0$.
9. При каких значениях m прямая $y=2{,}5x+m$ 1) пересекает гиперболу $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{36}=1$; 2) касается ее; 3) проходит вне этой гиперболы.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.

    а) $x^2+y^2+4x-6y+12=0$, б) $x^2+25y^2-50y+24=0$,

    в) $5x^2-4y^2+10x-15=0$, г) $x^2-2x-6y-17=0$.
11. Изобразить линии:

    а) $y=\sqrt{25-x^2}$, б) $y=\sqrt{-12x}$,

    в) $y=-7+\dfrac{2}{5}\sqrt{16+6x-x^2}$, г) $\rho=\dfrac{25}{12-13\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:

    а) $x^2+y^2=a^2,\ y+z=-b\quad (b>a),\ x=0,\ y=0,\ z=0$.

    б) $x+y+z=8,\ 2x+y=8,\ 4x+y=8,\ y=0,\ z=0$.

ВАРИАНТ 12

1. Даны точки $A(2,-3)$, $B(3,-5)$. Через середину отрезка AB провести прямую, перпендикулярную к AB. Найти ее угловой коэффициент.
2. Дано уравнение одной из сторон квадрата $x+3y-7=0$ и точка пересечения его диагоналей $P(0,-1)$. Найти уравнения трех остальных сторон этого квадрата.
3. Через точку пересечения прямых $2x-5y-1=0$ и $x+4y-7=0$ провести прямую, делящую отрезок между точками $A(4,-3)$ и $B(-1,2)$ в отношении $\lambda=\frac{2}{3}$. Решить задачу, не вычисляя координат точки пересечения прямых.
4. Построить плоскости:
   а) $2x-y+z-3=0$, б) $3x-y+2z=0$,
   в) $3x+z-4=0$, г) $x-2y=0$.
5. Найти плоскость, проходящую через точку $A(5,2,3)$ и отсекающую на осях координат равные положительные отрезки.
6. Доказать, что прямые $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-5}{4}$ и $\begin{cases} x=7+3t \\ y=2+2t \\ z=1-2t \end{cases}$ лежат в одной плоскости. Составить уравнение этой плоскости.
7. Доказать, что прямые $\begin{cases} 2x+2y-z-10=0 \\ x-y-z-22=0 \end{cases}$ и $\frac{x+7}{3}=\frac{y-5}{-1}=\frac{z-9}{4}$ параллельны и найти расстояние между ними.
8. При каких m и l пара уравнений $2x+ly+3z-5=0$ и $mx-6y-6z+2=0$ будет определять параллельные плоскости. Найти расстояние между плоскостями.
9. Написать уравнение параболы, зная, что парабола симметрична относительно оси Ox, проходит через точку $A(-3,6)$ и начало координат. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
    а) $x^2+y^2-8x-2y+13=0$, б) $x^2+9y^2-2x-36y+28=0$,
    в) $4x^2-5y^2-8x-16=0$, г) $y^2+2y-4x+5=0$.
11. Изобразить линии:
    а) $y=0{,}5\sqrt{4-x^2}$, б) $x=-\sqrt{3y}$,
    в) $x=1+2\sqrt{y^2+4y+5}$, г) $\rho=-10\sin\varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
    а) $x^2+y^2=a^2$, $y+z=a$, $z=0$, $x^2+y^2=b^2$, $(a>b)$
    б) $x^2-y^2=z$, $x=5$, $z=0$.

ВАРИАНТ 13

1. Даны вершины треугольника: $A(1,-2)$, $B(0,3)$, $C(1,1)$. Через каждую из них провести прямую, параллельную противоположной стороне.
2. Даны уравнения двух сторон прямоугольника $x-2y+15=0$, $x-2y=0$, и уравнение одной из его диагоналей $7x+y-15=0$. Найти вершины прямоугольника.
3. Проверить, что четырехугольник $ABCD$ с вершинами $A(-2,-2)$, $B(-3,1)$, $C(2{,}5;2{,}5)$ и $D(3,1)$ является трапецией. Составить уравнение средней линии, диагоналей и высот этой трапеции.
4. Построить плоскости:

   а) $x+2y-z-5=0$, б) $2x+3y+z=0$,

   в) $3x-2y-6=0$, г) $3y-2z=0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(2,-1,3)$ и $M_2(3,1,2)$ параллельно вектору $\bar{\mathbf{a}}=\{3,-1,4\}$.
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные (доказать!) прямые $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+3}{-2}$ и $\begin{cases} y+z-2=0 \\ 2x-3y-7=0 \end{cases}$.
7. Вычислить расстояние от точки $P(2,3,-1)$ до прямой $\begin{cases} 2x-3y-10=0 \\ y+z+25=0 \end{cases}$.
8. При каком m прямая $\begin{cases} 3x+y-2z+6=0 \\ x+y-z-2=0 \end{cases}$ параллельна плоскости $x+3y+mz-4=0$?
9. Найти полуоси, координаты вершин, фокусов и эксцентриситет эллипса $9x^2+25y^2=225$. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:

    а) $x^2+y^2+2x-8y+8=0$, б) $4x^2+y^2+4y=0$,

    в) $x^2-9y^2+2x-36y-44=0$, г) $x^2-8x+3y+22=0$.
11. Изобразить линии:

    а) $y=-\dfrac{1}{3}\sqrt{x^2-9}$, б) $y=-\sqrt{-4x}$,

    в) $y=2+\sqrt{-x^2+8x-15}$, г) $\rho=\dfrac{1}{2-\sqrt{3}\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:

    а) $x^2+y^2=a^2$, $x^2+y^2=b^2$ $(a>b)$, $y-z=-a$, $z=0$.

    б) $x^2+y^2=a^2$, $x^2+y^2+(z-b)^2=a^2$ $(a<b)$, $z=0$.

ВАРИАНТ 14

1. Найти расстояние между параллельными прямыми $4x-8y+15=0$ и $3x-6y+25=0$.

2. Даны две смежные вершины параллелограмма $ABCD$: $A(-3,-1)$ и $B(2,2)$. Точка $K(3,0)$ – точка пересечения его диагоналей. Составить уравнения сторон.

3. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x-5y-7=0$, $3x+7y+4=0$ и а) перпендикулярно к $5x-5y-6=0$; б) параллельно оси Ox; в) через начало координат.

4. Построить плоскости:
   а) $x+2y-2z-2=0$, б) $6x-3y+2z=0$,
   в) $5x+2z+10=0$, г) $3x-3y=0$.

5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3,5,1)$ и $B(7,7,8)$ и отсекающей на осях Ox и Oy равные отрезки.

6. Найти точку Q, симметричную $P(3,-4,-6)$ относительно плоскости $x-y-4z-13=0$.

7. Найти расстояние между двумя параллельными прямыми $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z}{2}$ и $\dfrac{x-7}{3}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-3}{2}$.

8. Найти угол между прямыми $\begin{cases} x+y-3z-1=0 \\ 2x-y-9z-2=0 \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x+y+2z+5=0 \\ 2x-2y-z+2=0 \end{cases}$.

9. Определить координаты точек пересечения прямой $7x-y+12=0$ и окружности $(x-2)^2+(y-1)^2=25$. Построить.

10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
    а) $x^2+y^2-8y+12=0$, б) $3x^2+2y^2+18x-4y+23=0$,
    в) $x^2-y^2+6x+4y+1=0$, г) $y^2+4x+6y+5=0$.

11. Изобразить линии:
    а) $y=-\sqrt{5-x^2}$, б) $y=-\sqrt{5x}$,
    в) $y=1-\dfrac{4}{3}\sqrt{-x^2-6x}$, г) $\rho=\dfrac{1}{2-\sqrt{5}\cos\varphi}$.

12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
    а) $z-a=-(x^2+y^2)$, $z=-b$ $(a>0,\ \ b>0)$, $x=0$, $y=0$.
    б) $x^2+y^2=ax$, $x^2+y^2+z^2=a^2$, $z=0$.

ВАРИАНТ 15

1. Через точку $P(1,2)$ провести прямую, отсекающую равные отрезки на осях координат.
2. Проверить, лежат ли на одной прямой три данные точки: $M_1(0,5)$, $M_2(2,1)$, $M_3(-1,7)$. Если лежат, то записать уравнение этой прямой; если не лежат, то найти расстояние от точки M_1 до прямой, проходящей через точки M_2 и M_3.
3. Даны уравнения сторон треугольника: $3x+4y-1=0$, $x-7y-17=0$, $7x+y+31=0$. Доказать, что он равнобедренный.
4. Построить плоскости:
   а) $2x - y + 3z - 1 = 0$, б) $x + 3y + 2z = 0$,
   в) $y + 3z - 12 = 0$, г) $3x + 2y = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через две точки $M_1(1,-1,-2)$ и $M_2(3,1,1)$ перпендикулярно к плоскости
$$x-2y+3z-5=0.$$
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$ параллельно прямой $\begin{cases}2x-y+z-3=0\\ x+2y-z-5=0\end{cases}$.
7. Одна из граней куба лежит на плоскости $x+2y-2z+9=0$, одна из вершин - начало координат. Вычислить объем куба.
8. При каких значениях A и B плоскость $Ax+By+3z-5=0$ перпендикулярна к прямой $\begin{cases}x=3+2t\\ y=5-3t\\ z=-2-2t\end{cases}$.
9. Определить точки пересечения прямой $3x+4y-12=0$ и параболы $y^2=-9x$. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
    а) $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$, б) $5x^2 + 3y^2 - 10x + 12y + 2 = 0$,
    в) $x^2 - 4y^2 - 4x - 8y - 4 = 0$, г) $x^2 - 4x - 6y - 14 = 0$.
11. Изобразить линии:
    а) $y=-0{,}25\sqrt{x^2-16}$, б) $x=\sqrt{8y}$,
    в) $x=3-\sqrt{9-y^2}$, г) $\rho=\dfrac{3\sqrt{2}}{2-\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
    а) $z-a=-(x^2+y^2)$, $z=b$ $(b<a)$, $x=0$, $y=0$, $z=0$ (I октант).
    б) $x+y+z=8$, $x=4$, $y=4$, $x=0$, $y=0$, $z=0$.

ВАРИАНТ 16

1. Через точки $M_1(3,4)$ и $M_2(6,-2)$ проведена прямая. Найти точки пересечения этой прямой с осями координат.
2. Составить уравнения сторон треугольника, для которого точки $A(-1,2)$, $B(3,-1)$, $C(0,4)$ являются серединами сторон.
3. Вершины треугольника находятся в точках $A(-4,-5)$, $B(4,1)$ и $C(-0{,}5;7)$. Найти острый угол между медианой, проходящей через вершину A, и высотой, опущенной из вершины C.
4. Построить плоскости:

   а) $3x + y + 3z + 6 = 0$, б) $4x + y - 3z = 0$,

   в) $4y + z + 2 = 0$, г) $2x - 3z = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки M_1(1,3,-2) и M_2(2,2,0) параллельно оси Oz.
6. Доказать, что прямые $\begin{cases} x-2y+3z-5=0 \\ x-2y-4z+3=0 \end{cases}$ и $\begin{cases} 3x+y+3z+7=0 \\ 5x-3y+2z+5=0 \end{cases}$ лежат в одной плоскости. Составить уравнение этой плоскости.
7. На оси Ox найти точку, равноудаленную от точки M(0,1,-2) и от плоскости $6x+3y-2z-9=0$.
8. Найти угол между прямой $\begin{cases} x-2y+3z+5=0 \\ 2x+y-z-1=0 \end{cases}$ и плоскостью $12x+y+z=0$.
9. Вычислить площадь четырехугольника, две вершины которого лежат в фокусах эллипса $x^2+5y^2=20$, а две другие совпадают с концами его малой оси.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:

    а) $x^2 + y^2 + 8y + 12 = 0$, б) $x^2 + 2y^2 - 2x + 8y + 5 = 0$,

    в) $3x^2 - 2y^2 + 18x + 4y + 31 = 0$, г) $y^2 + 2x + 8y + 20 = 0$.
11. Изобразить линии:

    а) $y = -\sqrt{6-x^2}$, б) $y = \sqrt{-3x}$,

    в) $x = -2\sqrt{-y^2-6y} - 5$, г) $\rho = -\dfrac{18}{4-5\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:

    а) $y+z=c$, $x=a$, $x=b$, $y=0$, $z=0$.

    б) $x^2+y^2=2x$, $2x-z=0$, $4x-z=0$.

ВАРИАНТ 17

1. Показать, что точки $A(2,1)$, $B(-1,4)$, $C(-7,10)$ лежат на одной прямой. Записать общее уравнение этой прямой.
2. На прямую, проходящую через точки $A(1,-2)$ и $B(0,-7)$ опущен перпендикуляр из точки $D(-3,4)$. Вычислить: 1) отношение, в котором основание перпендикуляра делит отрезок AB; 2) длину этого перпендикуляра.
3. Составить уравнения прямых, проходящих через точку $P(3,6)$ на одинаковых расстояниях от точек $A(-4,-2)$ и $B(8,4)$.
4. Построить плоскости:
   а) $5x - y + z + 5 = 0$, б) $x + 2y + 3z = 0$,
   в) $3x - 2y - 6 = 0$, г) $3y + 2z = 0$.
5. Даны вершины треугольника A(4,1,-2), B(2,0,0), C(-2,3,-5). Через сторону BC провести плоскость перпендикулярно плоскости треугольника.
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M(1,-2,1) перпендикулярно к прямой $\begin{cases} x-2y+3z-3=0 \\ x+y-z+2=0 \end{cases}$.
7. Составить уравнения плоскостей, делящих пополам двугранные углы, образованные двумя пересекающимися плоскостями
   $$5x-2y+5z-3=0 \quad \text{и} \quad 2x+y-7z+2=0.$$
8. При каких значениях m и C прямая $\dfrac{x-2}{m}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z+5}{-3}$ перпендикулярна плоскости $3x-2y+Cz+4=0$?
9. Найти точки пересечения прямой $4x-3y-16=0$ и гиперболы $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{16}=1$. Построить их.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
    а) $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 24 = 0$, б) $2x^2 + y^2 - 12x - 8y + 32 = 0$,
    в) $4x^2 - 3y^2 - 8x + 12y + 4 = 0$, г) $x^2 + 2x - 2y - 5 = 0$.
11. Изобразить линии:
    а) $y = -\dfrac{1}{5}\sqrt{25-x^2}$, б) $x = -2-\sqrt{2y+8}$,
    в) $x = 5\sqrt{y^2-25}$, г) $\rho = 2\cos\varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
    а) $z-a=-(x^2+y^2)$, $z=b$, $z=-b$ $x=0$, $y=0$.
    б) $y=\sqrt{x}$, $x+z=\dfrac{\pi}{2}$, $y=0$, $z=0$.

ВАРИАНТ 18

1. Написать параметрические уравнения прямой, проходящей через точки $M_1(1,2)$ и $M_2(1,-5)$; найти угловой коэффициент этой прямой.
2. Составить уравнения прямых, параллельных прямой $3x-4y-10=0$ и отстоящих от нее на расстоянии $\rho=3$.
3. Найти точку M_1, симметричную точке $M_2(8,-9)$ относительно прямой, проходящей через точки $A(3,-4)$ и $B(-1,-2)$.
4. Построить плоскости:
   а) $x-2y+3z+6=0$, б) $12x+y+z=0$,
   в) $2y-z+4=0$, г) $x+7z=0$.
5. Вычислить объем пирамиды, ограниченной плоскостью $2x-3y+6z-12=0$ и координатными плоскостями.
6. Найти точку Q, симметричную точке P(1,3,-4) относительно плоскости $3x+y-2z=0$.
7. Найти расстояние от точки A(1,3,5) до прямой $\dfrac{x+30}{6}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+\frac{5}{2}}{-1}$.
8. При каком значении C прямая $\begin{cases}3x-2y+z+5=0\\4x-3y+4z+2=0\end{cases}$ параллельна плоскости $6x+y+Cz-2=0$?
9. Определить точки пересечения двух парабол $y=x^2-2x+1$, $x=y^2-6y+7$. Найти вершины парабол. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
    а) $x^2+y^2+8x-6y+24=0$, б) $x^2+4y^2+8x-24y+48=0$,
    в) $x^2-9y^2-72y-153=0$, г) $y^2-3x+4y+16=0$.
11. Изобразить линии:
    а) $y=-\sqrt{6-x^2}$, б) $x=-\sqrt{10y}$,
    в) $x=-5+\dfrac{2}{3}\sqrt{8+2y-y^2}$, г) $\rho=\dfrac{9}{4-5\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
    а) $x^2+y^2=a^2$, $x^2+y^2=z^2$, $x=0$, $y=0$, $z=0$.
    б) $z-1=x^2+y^2$, $x=4$, $y=4$ $x=0$, $y=0$, $z=0$.

ВАРИАНТ 19

1. Дана прямая $3x - y + 5 = 0$. Записать уравнение этой прямой в параметрическом виде, найти угловой коэффициент этой прямой.
2. Вычислить площадь квадрата, если известна одна из его вершин $A(4, -1)$ и уравнение одной из его сторон $12x - 5y - 27 = 0$.
3. Даны вершины треугольника $A(2, -2)$, $B(3, -5)$, $C(5, 7)$. Составить уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины C на медиану, проведенную из вершины A.
4. Построить плоскости:
   а) $3x + y + 3z + 1 = 0$, б) $2x + 2y - z = 0$,
   в) $2y + 4z - 3 = 0$, г) $7x - 4y = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через начало координат перпендикулярно к двум плоскостям $2x - y + 3z - 1 = 0$ и $x + 2y + z = 0$.
6. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(2,-3,3)$ параллельно оси Ox и прямой $\begin{cases} x - y = 0 \\ z - 1 = 0 \end{cases}$.
7. На оси Oz найти точки, отстоящие от плоскости $2x - y + 2z - 1 = 0$ на расстоянии $\rho = 5$.
8. Найти угол между прямыми $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{3}$ и $\begin{cases} 3x + y - 5z - 1 = 0 \\ 2x + 3y - 8z + 5 = 0 \end{cases}$.
9. Найти точки пересечения прямой $x + 2y - 7 = 0$ и эллипса $x^2 + 4y^2 = 25$. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
    а) $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 5 = 0$, б) $x^2 + 16y^2 - 32y = 0$,
    в) $x^2 - y^2 + 6x + 2y - 1 = 0$, г) $x^2 + 6x + 2y + 5 = 0$.
11. Изобразить линии:
    а) $y = \frac{2}{5}\sqrt{25 - x^2}$, б) $x = -\sqrt{-10y}$,
    в) $x = 3 - \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{y^2 + 4}$, г) $\rho = -2\sin\varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
    а) $\frac{x}{a} + \frac{z}{b} = 1$, $y = c$, $y = d$ $x = 0$, $z = 0$.
    б) $x^2 + y^2 = 2x$, $z = x^2 + y^2$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 20

1. В треугольнике ABC с вершинами $A(3,-4)$, $B(-1,-3)$, $C(2,1)$ вычислить длину высоты, проведенной из вершины A и записать уравнение этой высоты.
2. Даны уравнения двух сторон прямоугольника $5x+2y-7=0$, $5x+2y-36=0$ и уравнение его диагонали $3x+7y-10=0$. Найти координаты его вершин.
3. Определить, при каких a и b прямая
$$(a+2b-3)x+(2a-b+1)y+(6a+9)=0$$
параллельна оси координат Ox и отсекает на оси Oy отрезок, равный -3.
4. Построить плоскости:
а) $x - 2y - 4z + 4 = 0$, б) $2x + y - 4z = 0$,
в) $2x + 3y + 3 = 0$, г) $3y + 4z = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую пересечения плоскостей $\begin{cases} 2x-y+3z-5=0 \\ x+2y-z+2=0 \end{cases}$ параллельно вектору $\bar{\mathbf{a}}=\{2,-1,-2\}$.
6. Даны прямые $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-1}{4}$ и $\dfrac{x-3}{l}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-7}{2}$. При каком значении l эти прямые пересекаются?
7. Найти расстояние между прямыми $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+}{-3}=\dfrac{z+1}{-2}$ и $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.
8. Найти угол между прямыми $\begin{cases} x-2y+3z+1=0 \\ 2x-z+5=0 \end{cases}$ и $\begin{cases} x=5t+2 \\ y=-2t \\ z=t+4 \end{cases}$.
9. Составить уравнение гиперболы, если известны ее эксцентриситет $\varepsilon=\sqrt{5}$, фокус (2,-3) и уравнение соответствующей директрисы $2x-y+3=0$. Построить гиперболу.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
а) $x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$, б) $3x^2 + 4y^2 + 18x + 32y + 79 = 0$,
в) $5x^2 - 4y^2 + 20x = 0$, г) $y^2 - 3x - 8y + 10 = 0$.
11. Изобразить линии:
а) $x=-\sqrt{36-y^2}$, б) $y=-3+\sqrt{-2x+4}$,
в) $y=-\dfrac{1}{6}\sqrt{x^2-36}$, г) $\rho=\dfrac{16}{5+3\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
а) $x^2+y^2=a^2$, $y+z=a$, $z=b$ $(b>a)$.
б) $y=\sqrt{x}$, $y=2\sqrt{x}$ $x+z=6$, $z=0$.

ВАРИАНТ 21

1. Записать общее уравнение прямой, заданной параметрически $\begin{cases} x = -2+3t \\ y = 4-t \end{cases}$; найти угловой коэффициент этой прямой.
2. Даны две вершины $A(3,-1)$ и $B(5,7)$ треугольника ABC и точка пересечения его высот $N(4,-1)$. Составить уравнения сторон этого треугольника.
3. Стороны треугольника лежат на прямых $x-2y-2=0$, $7x-4y+6=0$ и $3x+4y-26=0$. Вычислить его площадь.
4. Построить плоскости:
   а) $2x-3y+6z-12=0$, б) $3x+2y-z=0$,
   в) $3y-4z-12=0$, г) $2x+y=0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через начало координат, точку $A(1,2,3)$ и перпендикулярно к плоскости $x-y+2z-4=0$.
6. Найти длину отрезка прямой $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$, заключенного между плоскостями $x+3y-4z+7=0$ и $x+3y-4z-9=0$.
7. На расстоянии 5 единиц от плоскости $4x+2y-4z-27=0$ провести параллельную ей плоскость.
8. Найти угол между прямой $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{\sqrt{2}}=\dfrac{z-1}{1}$ и плоскостью $x+\sqrt{2}y-z+3=0$.
9. При каких значениях k прямая $y=kx+2$ 1) пересекает параболу $y^2=4x$; 2) касается ее; 3) проходит вне этой параболы. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
    а) $x^2+y^2-4x+6y+8=0$, б) $x^2+4y^2+4x-8y+4=0$,
    в) $4x^2-2y^2+24x+8y+24=0$, г) $x^2+2x+6y-17=0$.
11. Изобразить линии:
    а) $y=-\sqrt{36-x^2}$, б) $x=-4-\sqrt{-5y+10}$,
    в) $x=\dfrac{1}{6}\sqrt{y^2-36}$, г) $\rho=\dfrac{144}{13-5\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
    а) $y+z=c$, $x=a$, $x=-a$ $y=0$, $z=0$.
    б) $z=x^2+y^2$, $x=1$, $y=1$, $x=0$, $y=0$, $z=0$.

ВАПИАНТ 22

1. Даны вершины треугольника A(-10,-13), B(-2,3), C(2,1). Записать в параметрическом виде уравнение средней линии, параллельной стороне BC, медианы, проведенной из вершины A.
2. Показать, пересекает или нет прямая $3x-4y+1=0$ отрезок, ограниченный точками A(1,3) и B(-2,5).
3. Найти точку Q, симметричную точке P(3,-6) относительно прямой, проходящей через две точки A(1,-2) и B(5,0).
4. Построить плоскости:
   а) $4x + y - z + 2 = 0$, б) $2x - y + 2z = 0$,
   в) $2y - z - 1 = 0$, г) $3x + 7y = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку M(2,1,-1) перпендикулярно к двум плоскостям $x-z+5=0$ и $2x+3y-z-3=0$.
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-3}{1}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z}{2}$ параллельно прямой $\begin{cases} x+y-z=0 \\ x-y-5z-8=0 \end{cases}$.
7. Вычислить кратчайшее расстояние между двумя прямыми $\frac{x+5}{3}=\frac{y+5}{2}=\frac{z-1}{-2}$ и $\begin{cases} x=6t+9 \\ y=-2t \\ z=-t+2 \end{cases}$.
8. Доказать, что прямая $\begin{cases} x-y+3=0 \\ 6y+1=0 \end{cases}$ принадлежит плоскости $2x+4y+7=0$.
9. При каких значениях m прямая $y=-x+m$ 1) пересекает эллипс $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{5}=1$; 2) касается его; 3) проходит вне этого эллипса
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить эти линии:
    а) $x^2 + y^2 + 6x + 5 = 0$, б) $4x^2 + 9y^2 - 18y - 27 = 0$,
    в) $x^2 - 4y^2 + 4x - 24y - 28 = 0$, г) $x^2 - 4x - 5y - 16 = 0$.
11. Изобразить линии:
    а) $y=-\frac{3}{4}\sqrt{x^2-16}$, б) $y=\sqrt{-8x}$,
    в) $y=-3-\sqrt{-x^2+4x+1}$, г) $\rho=\frac{16}{5-3\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
    а) $x^2+y^2=a^2$, $y+z=-a$, $z=b$ $(b>a)$.
    б) $x^2+y^2+z^2=a^2$, $x^2+y^2=z^2$, $z=b$ $(b<a)$.

ВАРИАНТ 23

1. Через точку пересечения прямых $x+2y-5=0$ и $3x-2y+1=0$ провести прямую, отсекающую на осях координат равные отрезки.
2. Две стороны квадрата лежат на прямых $5x-12y-65=0$ и $5x-12y+26=0$. Вычислить площадь этого квадрата.
3. Точка $A(5,-1)$ является вершиной прямоугольника. Две стороны его лежат на прямых $4x-3y-7=0$ и $3x+4y-3=0$. Составить уравнения двух других сторон и диагоналей прямоугольника.
4. Построить плоскости:
   а) $x + 3y - 6z - 9 = 0$, б) $3x - 6y + 2z = 0$,
   в) $2x + z - 4 = 0$, г) $4y - 3z = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1,2,-1)$, $M_2(2,3,0)$ и $M_3(3,0,-11)$.
6. Найти точку Q, симметричную точке $P(9,-4,-5)$ относительно прямой, проходящей через точки $M_1(-1,-4,7)$ и $M_2(5,-1,-2)$.
7. Найти расстояние от точки $P(7,9,7)$ до прямой $\begin{cases} x = 4t+2 \\ y = 3t+1 \\ z = 2t \end{cases}$.
8. Найти угол между прямыми $\begin{cases} 3x+z-4=0 \\ 3x-2y-7=0 \end{cases}$ и $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z}{2}$.
9. Вычислить площадь треугольника, образованного асимптотами гиперболы $\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{y^2}{9} = 1$ и прямой $9x+2y-24=0$.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить эти линии:
    а) $x^2 + y^2 - 6x = 0$, б) $4x^2 + 9y^2 + 8x - 32 = 0$,
    в) $2x^2 - 3y^2 - 4x - 12y - 16 = 0$, г) $x^2 - 6x + 2y + 13 = 0$.
11. Изобразить линии:
    а) $y = -\sqrt{3-x^2}$, б) $x = -\sqrt{-y}$,
    в) $x = -1 - 2\sqrt{y^2+4y+5}$, г) $\rho = \dfrac{1}{2+\sqrt{3}\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
    а) $x^2 + y^2 = a^2$, $y + z = a$, $y + z = b$ $(b > a)$.
    б) $y^2 = 4a^2 - 3ax$, $y^2 = ax$, $z = 0$, $z = h$.

ВАРИАНТ 24

1. Провести прямую так, чтобы точка $A(1,2)$ была серединой отрезка ее, заключенного между осями координат.
2. Через точки пересечения прямых $6x-2y+5=0$ и $2x+y-4=0$ провести
   а) прямую, отсекающую на оси Oy отрезок, равный 2, б) прямую, отсекающую на осях координат равные отрезки.
3. Стороны треугольника заданы уравнениями: AB: $4x-y-7=0$, BC: $x+3y-31=0$, CA: $x+5y-7=0$. Написать уравнение медианы и высоты, проведенной из вершины A.
4. Построить плоскости:
   а) $2x-2y+z-6=0$, б) $2x-y+2z=0$,
   в) $2x-3z+12=0$, г) $2y+z=0$.
5. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_1(1,2,3)$ и перпендикулярной к плоскостям $x-y+z-7=0$, $3x+2y-12z+5=0$.
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\begin{cases} x-y+3z+1=0 \\ 2x-z+2=0 \end{cases}$ и точку $M(1,1,0)$.
7. Написать уравнения плоскостей, делящих пополам двугранные углы между плоскостями $3x-y+7z-4=0$ и $5x+3y-5z+2=0$.
8. При каких значениях A и D прямая $\begin{cases} x=4t+3 \\ y=-4t+1 \\ z=t-3 \end{cases}$ лежит в плоскости $Ax+2y-4z+D=0$?
9. Определить точки пересечения эллипса $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{225}=1$ и параболы $y^2=24x$. Построить эллипс и параболу.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить эти линии:
    а) $x^2+y^2+8x-4y-5=0$, б) $9x^2+4y^2+18x-27=0$,
    в) $4x^2-3y^2+24x+24=0$, г) $y^2+5x-4y+24=0$.
11. Изобразить линии:
    а) $y=\frac{2}{5}\sqrt{25-x^2}$, б) $x=-\sqrt{5y}$,
    в) $x=-3+\sqrt{y^2-2y+10}$, г) $\rho=3\cos\varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
    а) $x^2+y^2=a^2$, $y+z=a$, $y-z=-a$, $z=b$ $(b>a)$.
    б) $x+y+z=8$, $x=2$, $y=4$, $x=0$, $y=0$, $z=0$.

ВАРИАНТ 25

1. Даны вершины треугольника $A(-4,-5)$, $B(4,1)$, $C(-\frac{1}{2},7)$. Составить уравнение высоты, проведенной из вершины C, медианы, проведенной из вершины A.
2. Даны точки $A(-4,0)$ и $B(0,6)$. Через середину отрезка AB провести прямую, отсекающую на оси Ox отрезок, вдвое больший, чем на оси Oy.
3. Даны две смежные вершины параллелограмма $ABCD$: $A(-5,3)$, $B(1,7)$ и точка $K(0,3)$ - пересечение его диагоналей. Составить уравнения сторон BC и DC и найти угол между диагоналями.
4. Построить плоскости:

   а) $x-2y+3z+12=0$, б) $2x+y+4z=0$,

   в) $2y-z+4=0$, г) $6x+y=0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через линию пересечения плоскостей $3x+y+z-4=0$, $x+3z-5=0$ и отсекающей на осях Ox и Oy равные отрезки.
6. Найти проекцию начала координат на прямую $\dfrac{x-5}{4}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+3}{-2}$.
7. Доказать, что прямые $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z+2}{-5}$ и $\begin{cases}3x-y+2z=0\\ x+3y-2z=0\end{cases}$ параллельны и найти расстояние между ними.
8. Найти угол между прямыми $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z}{1}$ и $\begin{cases}x+y-z=0\\ x-y-5z-8=0\end{cases}$.
9. При каких значениях k прямая $y=kx$ 1) пересекает окружность $x^2+y^2-10x+16=0$ 2) касается этой окружности; 3) проходит вне этой окружности. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить эти линии:

    а) $x^2+y^2-8x-4y+19=0$, б) $x^2+4y^2-4x-8y+4=0$,

    в) $x^2-4y^2-24y-40=0$, г) $y^2-4x+2y-3=0$.
11. Изобразить линии:

    а) $y=-\sqrt{8-x^2}$, б) $y=-\sqrt{10x}$,

    в) $y=1-\sqrt{x^2+6x}$, г) $\rho=\dfrac{144}{13+5\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:

    а) $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$, $y=c$, $y=-c$, $z=0$, $x=0$.

    б) $x^2+y^2=2x$, $x^2+y^2=2y$, $z=0$, $z=x+2y$.