

## ВАРИАНТ 1

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}, \text{ б) } \begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 & 7 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}, \text{ в) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & -3 & 4 \\ 1 & -1 & 3 & 6 \\ 3 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ 3 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $4A - 2B$ ,

б) матрицу  $AB - BA$ ,

в) матрицу  $A^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -1 \\ 6 & 1 & 1 \\ 8 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

4. Найти  $f(A)$ , если  $f(x) = x^2 - x - 1$ ,  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 = 1, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -2, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -1. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 + x_3 + 3x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 - x_4 = -1, \\ -2x_2 + x_3 + 5x_4 = 3, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 9x_4 = 5; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = -1, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 7x_3 = 0, \\ -x_1 + x_2 - x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 0, \\ -2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_4 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 9x_3 - x_4 = 0, \\ 4x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases}$$

## ВАРИАНТ 2

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 0 & 5 & 2 & 0 \\ 8 & 3 & 5 & 4 \\ 7 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}, \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 3 & -1 & 2 \\ 8 & 5 & -3 & 4 \\ 3 & 3 & -2 & 2 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & -8 & -5 \\ -4 & 7 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $-2\mathbf{A} + 5\mathbf{B}$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 6 \\ -8 & 9 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & -1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -5 \\ 3 & 10 & 0 \\ 2 & 9 & -7 \end{pmatrix}.$$

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = 2x^2 + 4x - 3$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 3 \\ 3 & -5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$\text{а) } \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = 7, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = -2, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 6, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 7, \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 = 5, \\ x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 6x_4 = 10; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = -1, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = -3. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - 7x_2 - 2x_3 + 8x_4 = 0, \\ 2x_1 - 9x_2 - 3x_3 + 8x_4 = 0, \\ -x_1 + 9x_2 + 2x_3 - 12x_4 = 0, \\ -5x_1 + 16x_2 + 4x_3 - 14x_4 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 9x_4 = 0, \\ -x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 26x_4 = 0. \end{cases}$$

### ВАРИАНТ 3

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -3 \\ 5 & 6 & -2 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}, \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 & 3 \\ 10 & 2 & 3 & -1 \\ 10 & 4 & 3 & 1 \\ 12 & 4 & -1 & -3 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & -2 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $\frac{1}{2}\mathbf{A} - \mathbf{B}$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 6 & -1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} -9 & 13 \\ 15 & 4 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 16 \\ 0 & -1 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 11 \\ 1 & -4 & -1 \\ -1 & 2 & 21 \end{pmatrix}.$$

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -2 & 3 \\ -2 & -1 & 5 & -2 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2; \end{cases}$$

$$\bar{b}) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$a) \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 3, \\ -2x_1 + 2x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 6; \end{cases} \quad \bar{b}) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 3, \\ -x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -1. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 10x_4 = 20, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 - 6x_4 = 4; \end{cases}$$

$$\bar{b}) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2, \\ x_2 + 2x_3 + 3x_4 = -2, \\ x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$a) \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + 3x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 7x_5 = 0, \\ 2x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 0; \end{cases}$$

$$\bar{b}) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 4x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$$

## ВАРИАНТ 4

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{vmatrix}, \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 & 1 \\ 4 & 6 & -1 & 2 \\ 8 & 12 & -3 & 4 \\ 3 & 6 & -2 & 2 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & -1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -5 \\ 3 & 10 & 0 \\ 2 & 9 & -7 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $-3\mathbf{A} + 2\mathbf{B}$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 8 & 3 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 35 & 8 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 8 \\ 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = x^2 - 2x + 5$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 3 \\ 0 & 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & 5 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 8 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 7, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 11; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 2, \\ 3x_1 + 5x_2 + 8x_3 = 3; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 4, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 5. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ -2x_1 - 3x_3 - x_4 + x_5 = -4; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 - x_4 + x_5 = 5, \\ x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 10, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = -12, \\ -x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 10, \\ 4x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 + 4x_5 = 1. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + x_2 + 5x_3 - 7x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + 5x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 14x_4 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$



## ВАРИАНТ 5

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 & 1 \\ 6 & 3 & -1 & 2 \\ 12 & 5 & -3 & 4 \\ 6 & 3 & -2 & 2 \end{vmatrix}, \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 7 \\ 2 & -3 & 1 & 6 \\ 1 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & -4 & 4 & 5 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 12 & 15 & 4 \\ 14 & 9 & 17 \\ 6 & 3 & 8 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $5\mathbf{A} - 2\mathbf{B}$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 15 \\ -5 & 5 & 9 \\ 12 & 26 & 32 \end{pmatrix}.$$

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = 2x^2 - 3x + 4$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 6; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 4x_4 = -7, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 9, \\ x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 6x_4 = -7. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$\text{а)} \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 3; \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -1, \\ -4x_1 - x_2 + 3x_3 = 2. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а)} \begin{cases} x_1 + x_2 + 5x_3 = -7, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 14; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 1, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 - 2x_4 = -2, \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 = -2, \\ x_1 - 8x_2 + 5x_3 - 2x_4 = -2. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$\text{а)} \begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 - 3x_4 = 0, \\ x_2 - x_3 - 7x_4 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 6x_5 = 0, \\ 6x_1 + 8x_2 + x_3 + 5x_4 + 8x_5 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8x_5 = 0. \end{cases}$$

## ВАРИАНТ 6

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & -4 & -3 \\ 1 & 5 & 1 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 6 & 2 \\ 8 & 5 & 12 & 4 \\ 3 & 3 & 6 & 2 \end{vmatrix}, \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 5 & 4 & 4 \\ 1 & -1 & 6 & -2 \\ 3 & 1 & 4 & 1 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 7 \\ 0 & 2 & 8 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $-5\mathbf{A} + 3\mathbf{B}$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -6 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 11 & -22 & 29 \\ 0 & -33 & 27 \\ 13 & -17 & 26 \end{pmatrix}.$$

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 = -7, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x_1 + 8x_2 + 3x_3 - x_4 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = -4, \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 3, \\ 5x_1 - 8x_2 + 4x_3 + 2x_4 = -8. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 6, \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 = -1, \\ 4x_1 - 7x_2 + x_3 = -2; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ 6x_1 + 3x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 = 2, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = -3, \\ 3x_1 - 3x_2 + 8x_3 - 2x_4 = -1, \\ 2x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 12x_4 = 4; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 1, \\ 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 1, \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 = -1. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_4 = 0, \\ x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - x_4 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 - x_6 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 - 3x_6 = 0, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ -2x_1 - 3x_3 - x_4 + x_5 + 4x_6 = 0. \end{cases}$$

## ВАРИАНТ 7

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & -4 & -3 \\ 1 & 5 & -1 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 4 \\ 4 & 3 & -1 & 6 \\ 8 & 5 & -13 & 12 \\ 3 & 3 & -2 & 6 \end{vmatrix}, \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 10 \\ 0 & 4 & 3 & 10 \\ 2 & 4 & -1 & 12 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 11 \\ 7 & 12 & 20 \\ 6 & 7 & 16 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $4\mathbf{A} - \mathbf{B}$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 9 & -5 \\ 10 & 6 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 4 \\ 9 & 4 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = x^2 + x - 1$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = -2, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 2. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$\text{а) } \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 13, \\ 9x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 15, \\ 5x_1 + x_2 + 3x_3 = 14; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 3, \\ -x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -1. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 4, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + x_4 = 7, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 8x_4 = 2, \\ 5x_1 - 3x_2 + 8x_3 - x_4 = 11; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 7, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 - 2x_4 = 5, \\ 3x_1 - 7x_2 + 4x_3 + 5x_4 = -11, \\ 7x_1 + 2x_2 - x_3 + 11x_4 = 6. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 - 3x_4 = 0, \\ x_2 - x_3 - 7x_4 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - 2x_5 - 3x_6 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - x_6 = 0, \\ x_1 - x_2 - x_3 - x_4 - x_6 = 0. \end{cases}$$

## ВАРИАНТ 8

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 8 & 3 & -6 \\ 4 & 1 & -3 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 6 & 1 \end{vmatrix}, \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 3 & 4 & -3 & 4 \\ 1 & 6 & 3 & -2 \\ 3 & 4 & -2 & 1 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 5 & 0 & 7 \\ 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $\mathbf{A} - 4\mathbf{B}$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -5 \\ 3 & 10 & 0 \\ 2 & 9 & -7 \end{pmatrix}.$$

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = 3x^2 - 4x - 2$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$\text{а) } \begin{cases} 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 - 2x_3 = 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 16, \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 16. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x_2 - x_3 + 3x_4 = 1, \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 2, \\ 4x_1 - 7x_2 + 4x_3 - 4x_4 = 5; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 7, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 6, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 7, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 18. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 10x_4 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 - 6x_4 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = 0, \\ 4x_2 + 10x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 7x_2 + 17x_3 + 3x_4 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$



## ВАРИАНТ 9

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & -6 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 0 & 8 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 7 & 5 \end{vmatrix}, \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 0 & 3 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -1 & -4 & 4 \\ 3 & -4 & 2 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $-\mathbf{A} + 2\mathbf{B}$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 4 \\ 11 & 2 & 5 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = x^2 + 2x - 5$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 5 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & -4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 5, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = -3, \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 4, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 2, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 2; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = -1, \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 = -5, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 = 1; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 1, \\ x_1 + 3x_2 - 13x_3 + 22x_4 = -1, \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 - 2x_4 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 7x_4 = 4. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$\text{а) } \begin{cases} 25x_1 + 31x_2 + 17x_3 + 43x_4 = 0, \\ 75x_1 + 94x_2 + 53x_3 + 132x_4 = 0, \\ 75x_1 + 94x_2 + 54x_3 + 134x_4 = 0, \\ 25x_1 + 32x_2 + 20x_3 + 43x_4 = 0, \\ 50x_1 + 63x_2 + 36x_3 + 89x_4 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 0, \\ 4x_1 - x_2 - 5x_3 - 6x_4 = 0, \\ x_1 - 3x_2 - 4x_3 - 7x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

## ВАРИАНТ 10

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 0 & 11 \\ 7 & -5 & 0 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 4 & 7 \\ -3 & 4 & 5 & 9 \\ -4 & -5 & 6 & 1 \end{vmatrix}, \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 6 & 1 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 8 & 6 & 5 \\ 1 & 2 & -5 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $5\mathbf{A} - 2\mathbf{B}$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & -22 & 29 \\ 9 & -27 & 32 \\ 13 & -17 & 26 \end{pmatrix}.$$

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = x^2 - 3x + 7$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & -4 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -5 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -6 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 5 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & -4 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 8x_3 = 8, \\ 4x_1 + 3x_2 - 9x_3 = 9, \\ x_1 + 8x_2 - 7x_3 = 12; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ -x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_3 = 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5, \\ x_1 + 3x_3 = 16, \\ 5x_2 - x_3 = 10. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ x_2 + 3x_3 + x_4 = 15, \\ 4x_1 + x_3 + x_4 = 11, \\ x_1 + x_2 + 5x_4 = 23; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2, \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3, \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 = 9, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 1. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 5x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_2 - x_3 + 3x_4 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 0, \\ 4x_1 - 7x_2 + 4x_3 - 4x_4 = 0. \end{cases}$$

## ВАРИАНТ 11

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 7 & 9 \\ 31 & 23 & 55 & 42 \end{vmatrix}, \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 8 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 0 & 3 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \\ -5 & -4 & -1 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $3\mathbf{A} + \mathbf{B}$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = 3x^2 + 2x - 4$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -3 & 1 \\ -1 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -5 & 8 \\ -1 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 4x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 5x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_3 - x_4 = 10, \\ x_1 + x_2 - 5x_3 = -10, \\ 3x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 1, \\ 6x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 5x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 1, \\ 2x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 1, \\ -6x_1 + x_2 + 3x_3 = -1. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 8, \\ -2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 7x_4 = 2, \\ 3x_1 - 4x_2 - 5x_3 + 6x_4 = -10, \\ x_1 - x_2 - 7x_3 + 13x_4 = -8; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -6, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = -3, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = -8. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 5x_4 = 0, \\ 3x_1 + 8x_2 + x_3 + 9x_4 = 0, \\ -x_2 + x_3 - 3x_4 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 - 5x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 5x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_3 - 10x_4 + 8x_5 = 0. \end{cases}$$

## ВАРИАНТ 12

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{vmatrix}, \text{ б) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 6 & 4 & 1 \\ 5 & 45 & 40 & 15 \end{vmatrix} \text{ в) } \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & 5 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & -4 \\ 4 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $-0,5\mathbf{A} + \mathbf{B}$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 9 & -5 \\ 10 & 6 \end{pmatrix}, \text{ б) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 6 & 7 & 1 \\ 9 & 1 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 16 & -18 \\ 8 & -3 & -3 \\ 33 & -14 & 51 \end{pmatrix}.$$

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = 4x^2 - 3x - 5$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8, \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -1, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} -2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = -1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 4x_3 + 5x_4 - 3x_5 = 5, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 - x_5 = 7, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 4; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 = 8, \\ x_1 + 3x_2 - 4x_4 = 7, \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 11, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 7. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + x_2 + 5x_3 - 7x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + 5x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 14x_4 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_2 - x_3 + 3x_4 + x_5 = 0, \\ 4x_1 - 7x_2 + 4x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 0. \end{cases}$$



## ВАРИАНТ 13

1. Вычислить определители:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ 5 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}, \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & -2 \\ 2 & 5 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & -4 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & -1 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 0 \\ 1 & -16 & -4 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $4\mathbf{A} - \mathbf{B}$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 6 & -1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 7 & -7 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 11 \end{pmatrix}.$$

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = x^2 + 2x - 2$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -2 & -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 13, \\ 9x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 15, \\ 5x_1 + x_2 + 3x_3 = 14; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 7x_1 - 5x_2 = 31, \\ 4x_1 + 11x_3 = -43, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -20. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_4 = 2, \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = -3, \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -6; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 = 3, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 7, \\ 2x_2 - x_3 + x_4 = 2. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 5x_4 + 5x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 - 2x_5 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 4x_5 = 0, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 - 6x_5 = 0, \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 - 12x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 - 6x_5 = 0. \end{cases}$$

## ВАРИАНТ 14

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 5 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \end{vmatrix}, \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 6 & 0 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $-\mathbf{A} + 3\mathbf{B}$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 37 & -21 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 4 & 7 \\ 0 & 2 & 8 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 & 13 \\ 5 & -10 & -3 \\ 3 & -10 & -13 \end{pmatrix}.$$

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = 4x^2 - 3x + 2$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 & 0 & 0 \\ 6 & 9 & -5 & 0 & 0 \\ 4 & 7 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 3 & 0 & 0 \\ 9 & 6 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 9, \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 = -4, \\ 4x_1 - 7x_2 + x_3 = 5; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 = 20, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 11, \\ 2x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 9x_4 = 40, \\ 3x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 37. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$\text{а)} \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 = 1, \\ 3x_1 + 9x_2 + 4x_3 = 0, \\ x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 2; \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -3, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = -1, \\ x_1 - x_2 - x_3 = 3. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а)} \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3, \\ 9x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 - x_4 = 7; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 4, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 4x_1 + 2x_2 - 5x_4 = 14. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$\text{а)} \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 - 2x_5 = 0, \\ 4x_1 + x_3 - 7x_4 - 3x_5 = 0, \\ 2x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 - x_5 = 0, \\ -2x_1 + x_2 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 7x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$$

## ВАРИАНТ 15

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & 2 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 4 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}, \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 10 & 3 & -1 \\ 0 & 10 & 3 & 1 \\ 2 & 12 & -1 & -3 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 7 & 1 & 6 \\ 6 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $-2\mathbf{A} + 2\mathbf{B}$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 10 & 14 & 8 \\ 4 & 5 & 2 \\ 11 & 15 & 8 \end{pmatrix}.$$

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = 2x^2 - 3x - 2$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & -3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & -5 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 5, \\ 6x_1 - 4x_2 - x_3 = -8, \\ -3x_1 + 5x_2 + 8x_3 = 1; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + 3 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 6 = 0, \\ 6x_1 + 8x_2 + x_3 + 5x_4 + 8 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8 = 0. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$\text{а) } \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -2, \\ 5x_1 - x_2 - x_3 = 10, \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = -12. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 6, \\ 3x_1 - x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 8x_4 = -7; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -2, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 = -5, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 + 2x_4 = -1, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 6x_4 = -10. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 + 2x_6 = 0, \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 + 3x_6 = 0, \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 + 9x_6 = 0, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 + x_6 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

## ВАРИАНТ 16

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 10 & -1 \\ 0 & 4 & 10 & 1 \\ 2 & 4 & 12 & -3 \end{vmatrix}, \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 3 & 3 & 3 & -2 \\ 4 & 5 & 5 & -2 \\ -2 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 0 & -4 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 \\ -3 & -2 & 7 \\ 6 & 9 & 2 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $-3\mathbf{A} + \mathbf{B}$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 7 \\ -6 & 6 & -8 \\ 4 & -6 & 12 \end{pmatrix}.$$

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = 2x^2 - 4x - 3$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ -5 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15, \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 15, \\ 10x_1 - 11x_2 + 5x_3 = 36; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 + x_4 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = -3, \\ x_1 + 2x_2 - 4x_4 = -3, \\ x_1 - x_2 - 4x_3 + 9x_4 = 22. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 + 5x_2 = -3; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 - 3x_3 = 13, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -15. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 1, \\ x_1 + 5x_2 + 8x_3 - 10x_4 + 4x_5 = -7, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 + 4x_2 + 6x_3 - 7x_4 + 3x_5 = -6; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 3x_4 = 2, \\ 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 1, \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 6x_4 = -1, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 - x_4 = -4. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$\text{а) } \begin{cases} -x_1 - 2x_2 - 10x_3 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - x_4 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$$



## ВАРИАНТ 17

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \\ 3 & 5 & 3 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 & 1 \\ 4 & 5 & -3 & 4 \\ 6 & -1 & 3 & -2 \\ 4 & 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}, \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 8 & 2 & 4 \\ 1 & 5 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & -2 & 3 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -3 \\ 2 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 14 & -5 & 0 \\ 2 & -7 & -4 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $4\mathbf{A} - \mathbf{B}$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -3 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 4 \\ 11 & 3 & -3 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = 3x^2 - 3x + 2$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 7 & -4 & 1 \\ -4 & 5 & -3 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 11, \\ 7x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 8x_4 = 24, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 14, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 10. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = -1, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 13, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = -10, \\ x_1 + x_3 = 0. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 4x_4 = -25, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 12, \\ 3x_1 + 6x_2 + 10x_3 + 7x_4 = -8; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 - 5x_3 - 6x_4 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 7, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 = 5, \\ x_2 + 3x_3 + x_4 = 3. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 = 0, \\ x_1 + 5x_2 + 8x_3 - 10x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = 0, \\ x_1 + 4x_2 + 6x_3 - 7x_4 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 5x_4 + 3x_5 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ -2x_1 + 4x_2 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ -2x_1 + 7x_2 + 2x_3 + 8x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

## ВАРИАНТ 18

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 4 & 1 & -2 \\ 5 & 2 & -3 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & 1 \\ 4 & 4 & -1 & 1 \end{vmatrix}, \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 2 & 3 & 4 & -1 \\ 3 & 4 & 1 & -2 \\ 4 & 1 & 2 & -3 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 0 & 3 & 16 \\ 1 & -1 & 10 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $5\mathbf{A} - 2\mathbf{B}$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 16 & -1 & 30 \\ 18 & -2 & 38 \\ 13 & -1 & 25 \end{pmatrix}.$$

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = x^2 - 3x - 7$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 5 & 3 & -6 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 7 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -7, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -1, \\ x_1 - 4x_2 = -5; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 30, \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 10, \\ \quad \quad \quad x_2 - x_3 + x_4 = 3, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 4x_3 = 7, \\ 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 4; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -4, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = -1, \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -7. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 4x_3 + 5x_4 - 3x_5 = 5, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 - x_5 = 7; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 10x_4 = 2, \\ x_1 + 4x_2 + 10x_3 + 20x_4 = 0. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 0, \\ \quad \quad \quad x_2 - x_3 + 3x_4 = 0, \\ 4x_1 - 7x_2 + 4x_3 - 4x_4 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 + 2x_5 - x_6 = 0, \\ x_1 + 5x_2 + 8x_3 - 10x_4 + 4x_5 + 7x_6 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 + x_5 - x_6 = 0, \\ x_1 + 4x_2 + 6x_3 - 7x_4 + 3x_5 + 6x_6 = 0. \end{cases}$$

## ВАРИАНТ 19

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 5 & 8 & 1 \\ 3 & -2 & 6 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}, \text{ б) } \begin{vmatrix} 8 & 2 & -1 & -2 \\ 7 & 3 & 0 & -4 \\ 11 & 5 & 2 & -4 \\ 7 & 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}, \text{ в) } \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 3 & 4 \\ 6 & -1 & -3 & -2 \\ 4 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 3 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $2\mathbf{A} - 3\mathbf{B}$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}, \text{ б) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 5 & 11 \\ 7 & 12 & 20 \\ 6 & 7 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 17 & 38 \\ 31 & 41 & 85 \\ 25 & 33 & 68 \end{pmatrix}.$$

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = x^2 - 2x + 3$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & -3 & -6 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = -1; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 = 1, \\ 3x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = -1, \\ -2x_2 + 3x_3 = 0, \\ 6x_1 + x_2 + 2x_3 = 1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = -7, \\ x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ 5x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 11. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7, \\ 6x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 9, \\ 8x_1 - 4x_2 + 9x_3 + 10x_4 = 11; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -5, \\ x_1 - 2x_3 + 3x_4 = -4, \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_4 = 12, \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

## ВАРИАНТ 20

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 2 & 5 & -8 \\ 4 & 3 & -9 \\ 1 & 8 & -7 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 4 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 1 \\ 4 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}, \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \\ 8 & 5 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 4 & 1 & -2 \\ 5 & 2 & -3 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 5 & 3 & -7 \\ 6 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $4\mathbf{A} - 3\mathbf{B}$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$$

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = 2x^2 + 3x - 7$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -0,5 & 0,5 & 0 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 0 & 0,5 & 1 \\ 0,5 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{pmatrix} 1 & -0,5 & -4 \\ 1 & 0,5 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 2, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 5; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 - x_3 - x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 - x_4 = 3, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 7, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 11; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -4, \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 22, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2, \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 + 2x_5 = 18, \\ 2x_1 - 5x_2 + x_4 + x_5 = -7, \\ x_1 - x_4 + 2x_5 = 8, \\ 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 10, \\ x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 1. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 7x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 9x_4 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 5x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$



## ВАРИАНТ 21

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}, \text{ б) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 15 & -4 \\ 4 & 7 & 11 & 3 \end{vmatrix}, \text{ в) } \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 7 \\ 3 & -4 & -5 & -9 \\ -4 & -5 & 6 & 1 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \\ 3 & 5 & 3 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 8 & 15 & 17 \\ -2 & -2 & 4 \\ 9 & 17 & 19 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $-2\mathbf{A} + 6\mathbf{B}$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \text{ б) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} -8 & 3 & 0 \\ -5 & 9 & 0 \\ -2 & 15 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = 3x^2 - 3x + 1$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} -1 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 6, \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 3; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 2x_4 = -1, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = -3, \\ 2x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 2x_4 = 6, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -2. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 20, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 1, \\ 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 1, \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 = -1; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_4 = 2, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 0, \\ 9x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_4 + 8x_5 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 7x_4 = 0, \\ 3x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 5x_4 = 0. \end{cases}$$

## ВАРИАНТ 22

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \\ -5 & -4 & -1 \end{vmatrix}, \text{ б) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 8 \\ 1 & 3 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 2 & 11 \\ 1 & 2 & 2 & 7 \end{vmatrix}, \text{ в) } \begin{vmatrix} -2 & -4 & -1 & -1 \\ 4 & 6 & 1 & 2 \\ 8 & 12 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 2 & 2 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $5\mathbf{A} - 4\mathbf{B}$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{pmatrix}, \text{ б) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 & 19 & 10 \\ 0 & -2 & 5 \\ 7 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = 2x^2 + x - 4$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 5 & 3 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K} = (1 \quad -1 \quad 0 \quad 1).$$

6. Решить системы методом Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2, \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 1, \\ 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 3; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 4x_4 = -5, \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$a) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -7, \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -4, \\ 2x_1 - x_2 = 7; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 5. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7, \\ 6x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 9, \\ -4x_2 + 9x_3 + 10x_4 = 11; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ x_1 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$a) \begin{cases} x_1 - 7x_2 - 2x_3 + 8x_4 = 0, \\ 2x_1 - 9x_2 - 3x_3 + 8x_4 = 0, \\ -x_1 + 9x_2 + 2x_3 - 12x_4 = 0, \\ -5x_1 + 16x_2 + 4x_3 - 14x_4 = 0; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

## ВАРИАНТ 23

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 4 & -8 & -5 \\ -4 & 7 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \end{vmatrix}, \text{б) } \begin{vmatrix} -3 & 1 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ -10 & 3 & 4 & 14 \end{vmatrix}, \text{в) } \begin{vmatrix} 1 & 0 & -4 & -2 \\ -2 & 2 & 3 & 10 \\ 0 & 4 & 3 & 10 \\ -2 & 4 & -1 & 12 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 12 & 12 & 8 \\ 0 & 4 & 6 \\ 11 & 15 & 14 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $5\mathbf{A} - \mathbf{B}$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

а)  $\begin{pmatrix} -28 & 93 \\ 38 & -126 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix},$

б)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = 2x^2 + 2x - 5$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 1 & -3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 6 & -4 & -5 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 2 & 3 \\ -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

а) 
$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 11, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 = 3; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_4 = 4, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -1, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = -3, \\ x_1 - x_2 + x_4 = 4. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_3 = -4, \\ x_2 + 2x_3 = 5. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 = -1, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 = -2, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 = 5, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 = -3; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 9, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1, \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 = 7, \\ 3x_1 + 5x_2 - x_3 = 10. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 - 5x_2 + 8x_3 - 3x_4 = 0, \\ 5x_1 + 26x_2 - 9x_3 - 12x_4 = 0, \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 7x_3 = 0, \\ -x_1 + x_2 - x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 0, \\ -2x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$$

## ВАРИАНТ 24

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 7 & 2 & 3 \\ 5 & -3 & 2 \\ 10 & -11 & 5 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 8 & -2 \\ 1 & 3 & 7 & -4 \\ 2 & 5 & 11 & -4 \\ 1 & 2 & 7 & 3 \end{vmatrix}, \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & -1 \\ 5 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 0 \\ 6 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 5 & 6 & 9 \\ 1 & 12 & 18 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $-3\mathbf{A} + 4\mathbf{B}$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 0,6 & 1,2 \\ 0,6 & 0,2 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \text{б) } \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 7 & 2 \\ 6 & 8 & 4 \\ -1 & 11 & 4 \end{pmatrix}.$$

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = x^3 + 2x + 3$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 1 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 19, \\ 2x_1 + 7x_2 + 4x_3 = 30, \\ 3x_1 - x_2 + 6x_3 = -1; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 14, \\ -x_1 + x_3 - x_4 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 2. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 5, \\ -x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 2. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 8x_3 = 8, \\ 4x_1 + 3x_2 - 9x_3 = 9, \\ x_1 + 8x_2 - 7x_3 = 12, \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 7; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 7. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 0, \\ 6x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0, \\ 9x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0, \\ 15x_1 - 10x_2 + 7x_3 + 5x_4 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 - 4x_5 = 0, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + x_4 - 7x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 8x_4 - 2x_5 = 0. \end{cases}$$



## ВАРИАНТ 25

1. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 5 \\ 15 & 2 & -3 & -4 \\ 11 & 7 & 7 & 3 \end{vmatrix}, \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 5 \\ 0 & 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}.$$

2. Даны матрицы  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$  и  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 0 & 2 & -3 \\ -5 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ .

Найти: а) матрицу  $-(\mathbf{A} + 2\mathbf{B})$ ,

б) матрицу  $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$ ,

в) матрицу  $\mathbf{A}^{-1}$ . Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

а)  $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -28 & 93 \\ 38 & -126 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ ,

б)  $\mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 3 & 0 \\ -5 & 9 & 0 \\ -2 & 15 & 0 \end{pmatrix}$ .

4. Найти  $f(\mathbf{A})$ , если  $f(x) = 2x^2 - x - 2$ ,  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ .

5. Перемножить матрицы:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & -0,5 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Решить системы методом Крамера:

а) 
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 0; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} -5x_2 + x_3 = 7, \\ -x_1 + 7x_2 + x_4 = -4, \\ x_1 + x_4 = -1, \\ x_2 + 5x_3 - 7x_4 = 2. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$a) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 5, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 3, \\ 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 5, \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 + 8x_4 = 1, \\ 5x_1 + 18x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 12; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 2, \\ 3x_1 + 3x_2 - 5x_3 + x_4 = -3, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 5, \\ 3x_1 + 3x_3 - 10x_4 = 8. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$a) \begin{cases} 2x_1 + x_3 + 3x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_4 + x_5 = 0, \\ -2x_2 + x_3 + 5x_4 - 3x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 9x_4 - 5x_5 = 0; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x_1 + x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 = 0, \\ x_2 + x_3 = 0, \\ x_3 + x_4 = 0, \\ x_2 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$