

## Практика 1. Действия с комплексными числами

1. Построить числа на комплексной плоскости. Найти  $|z|$ ,  $\arg z$ ,  $\text{Arg } z$ .

а)  $z = 4 + 3i$ ;      б)  $z = -2 + 2\sqrt{3}i$ ;      в)  $z = -i$ ;      г)  $z = -1$ ;

д)  $z = \cos \alpha - i \sin \alpha$  ( $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ ).

2. Представить в тригонометрической и показательной форме

а)  $z = -2$ ;      б)  $z = 2i$ ;      в)  $z = -1 - i\sqrt{3}$ ;      г)  $z = 1 - \sin \alpha + i \cos \alpha$  ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ).

3. Вычислить

а)  $(2 - 2i)^7$ ; б)  $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$ ;      в)  $\frac{6e^{-i\frac{\pi}{6}}}{-3 + \sqrt{3}i}$ ;      г)  $\frac{i^7}{e^{-i\frac{\pi}{2}}}$ .

4. Вычислить сумму токов  $I = 6e^{i\frac{\pi}{3}} + 3e^{-i\pi}$

5. Найти  $|z|$ ,  $\arg z$ ,  $\text{Arg } z$ . Построить на плоскости.

а)  $z = 2e^{i\frac{\pi}{2}}$ ;      б)  $z = \frac{1}{2e^{i\frac{\pi}{6}}}$ ;      в)  $z = \frac{1}{e^{i\pi}}$ ;      г)  $z = 3e^{2i\pi}$ .

6. Вычислить

а)  $\sqrt[4]{-1}$ ;      б)  $\sqrt[3]{-1+i}$ ;      в)  $\sqrt{2-2\sqrt{3}i}$ ;      г) (доп)  $\sqrt[5]{\sqrt{2}\left(\cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6}\right)}$ .

7. Построить на плоскости

а)  $0 \leq \text{Im } z \leq 1$ ;      б)  $\begin{cases} -3 \leq \text{Re } z \leq 1 \\ -1 \leq \text{Im } z \leq 3 \end{cases}$ ;      в)  $\frac{\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2}$ ;  
г)  $|z| = 2$ ;      д)  $|z - 5i| = 8$ ;      е)  $|z - 1 - i| \leq 4$ .

**Доп.**

1. Найти все значения  $z$ . а)  $(x - iy)(a - ib) = i^5$  ( $|a| \neq |b|$ );      б)  $z^* = z^2$ .

2. Доказать: а)  $\overline{z_1 - z_2} = \overline{z_1} - \overline{z_2}$ ;      б)  $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$ ;      в)  $\frac{\overline{z_1}}{z_2} = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$ ;      г)  $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$ .

**Домашняя работа 1.** (М.Л.Краснов, А.И.Киселев, Г.И.Макаренко. Функции комплексного переменного. Задачи и примеры с подробными решениями. УРСС. Москва, 2003, 205 с.)

1. Найти действительные решения уравнения  $(3x - i)(2 + i) + (x - iy)(1 + 2i) = 5 + 6i$

2. Построить числа на комплексной плоскости. Найти  $|z|$ ,  $\arg z$ .

а)  $z = -7 - i$ ;      б)  $z = -\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5}$ .

3. Представить в тригонометрической и показательной форме

а)  $z = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ;      б)  $z = -i$ ;      в)  $z = 1 - i\sqrt{3}$

4. Вычислить. Ответ представить в алгебраической форме.

а)  $(2 - 2i)^2 \cdot e^{i\frac{\pi}{4}}$ ;

отв:  $4\sqrt{2} - i4\sqrt{2}$

б)  $\frac{e^{i\pi}}{(1+i)^8}$ ;

отв:  $-\frac{1}{16}$

$$в) \frac{\sqrt{3}+i}{-3+\sqrt{3}i};$$

$$\text{отв: } -\frac{1+i\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$$

$$г) 2 \cdot i^3 e^{i\frac{5\pi}{3}}.$$

$$\text{отв: } -\frac{\sqrt{3}+i}{2}$$

4. Вычислить

$$а) \sqrt{i};$$

$$б) \sqrt[3]{i};$$

$$в) \sqrt[4]{-i};$$

$$г) \sqrt[5]{\sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)}.$$

5. Построить на плоскости

$$а) 2 \leq |z| \leq 3, \frac{\pi}{8} < \arg z < \frac{4\pi}{3};$$

$$б) 1 \leq |z+2+i| \leq 2;$$

$$в) \operatorname{Im}(\overline{z^2 - \bar{z}}) = 2 - \operatorname{Im} z.$$