

## Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений

### Цель работы

1. Найти решение задачи Коши различными численными методами: методом Эйлера; методом прогноза и коррекции (Эйлера с пересчётом); методом Рунге-Кутты.
2. Сопоставить полученные решения.

### Порядок проведения работы и программа.

Задаем правую часть исходного ДУ:

$$\frac{d}{dx} y(x) := 2 \cdot (x^2 + y(x)) \quad f(x, y) := 2 \cdot (x^2 + y)$$

Точное решение

$$z(x) := 1.5 \cdot \exp(2 \cdot x) - x^2 - x - 0.5$$

Задаем начальные условия и пределы изменения переменной

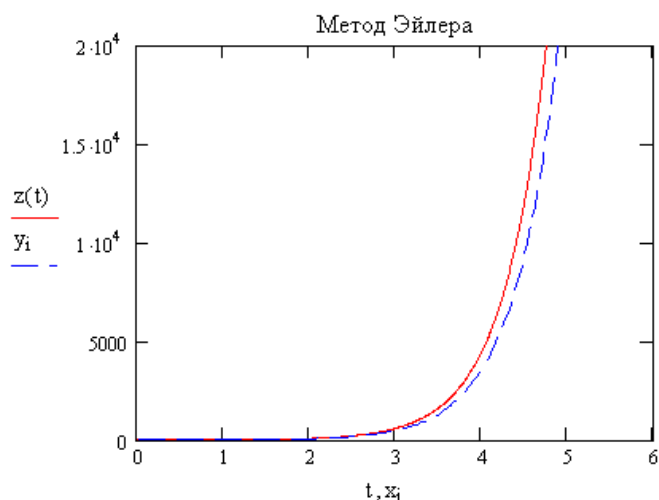
$$n := 200 \quad i := 1..n \quad a := 0 \quad b := 6$$

$$h := \frac{b - a}{n} \quad x_0 := 0 \quad x_i := x_0 + i \cdot h \quad y_0 := 1$$

### Метод Эйлера

Заменяем исходное ДУ его дискретным аналогом

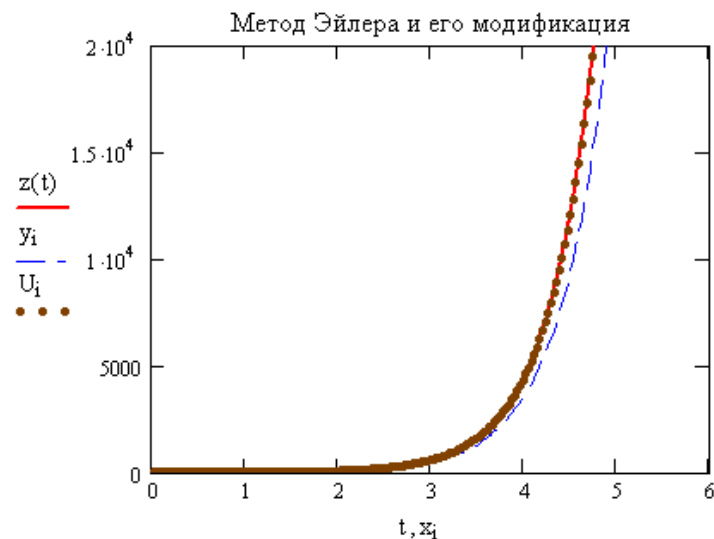
$$y_i := y_{i-1} + h \cdot f(x_{i-1}, y_{i-1})$$



### Метод прогноза и коррекции

$$U_0 := y_0$$

$$U_i := U_{i-1} + \frac{h}{2} \cdot (f(x_{i-1}, U_{i-1}) + f(x_i, U_{i-1} + h \cdot f(x_{i-1}, U_{i-1})))$$



### Метод Рунге - Кутты 4-го порядка точности

$$k_0(x, y) := h \cdot f(x, y)$$

$$k_1(x, y) := h \cdot f\left(x + \frac{h}{2}, y + \frac{k_0(x, y)}{2}\right)$$

$$k_2(x, y) := h \cdot f\left(x + \frac{h}{2}, y + \frac{k_1(x, y)}{2}\right)$$

$$k_3(x, y) := h \cdot f(x + h, y + k_2(x, y))$$

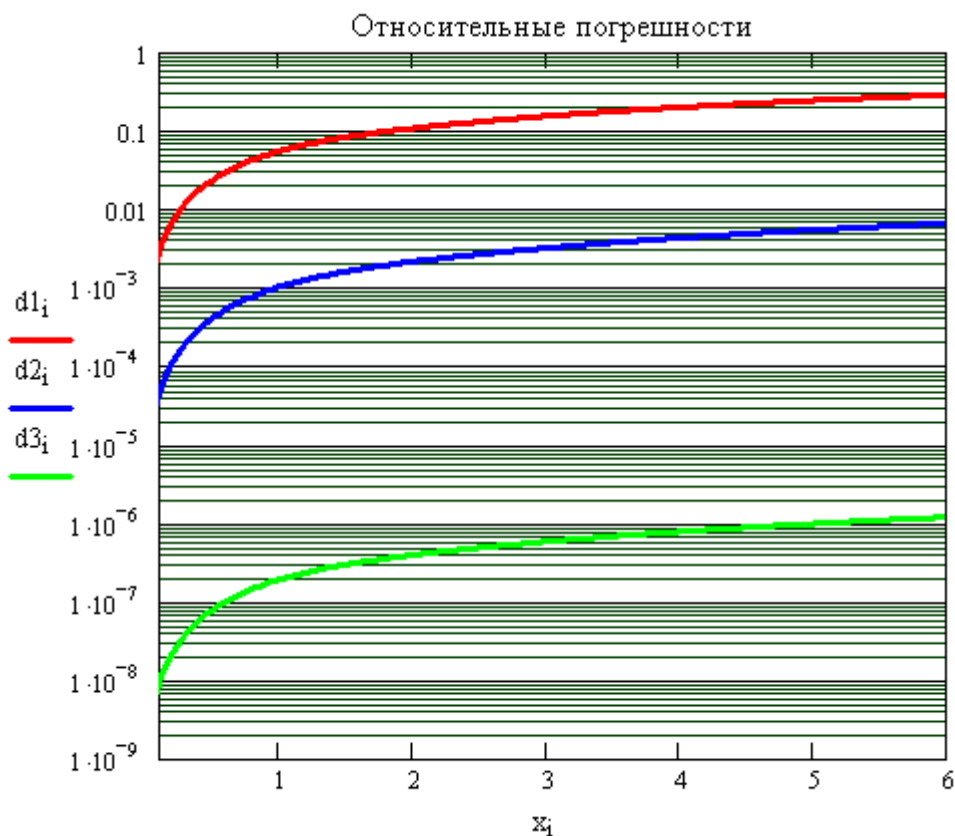
$$v_0 := y_0$$

$$v_i := v_{i-1} + \frac{1}{6} \cdot (k_0(x_{i-1}, v_{i-1}) + 2 \cdot k_1(x_{i-1}, v_{i-1}) + 2 \cdot k_2(x_{i-1}, v_{i-1}) + k_3(x_{i-1}, v_{i-1}))$$

$$d1_i := \frac{|z(x_i) - y_i|}{1 + |z(x_i)|}$$

$$d2_i := \frac{|z(x_i) - U_i|}{1 + |z(x_i)|}$$

$$d3_i := \frac{|z(x_i) - v_i|}{1 + |z(x_i)|}$$



### Обсуждение результатов:

- Выяснить, как влияет величина шага на погрешность каждого метода.
- Сравнить полученные решения с системным:

Giver

$$\frac{d}{dx}y(x) - 2 \cdot y(x) = 2 \cdot x^2 \quad y(0) = 1 \quad Z := \text{Odesolve}(x, 1, 100)$$

Постройте графики функций  $z(x)$ ,  $y_i$ ,  $Y_i$ ,  $Z(x)$  на одном поле графиков для визуального сравнения полученных частных решений дифференциального уравнения.