

## Элементы комбинаторики

1. Из колоды в 52 карты выбирают три. Карты вынимают по одной и назад в колоду не возвращают. Сколькими способами может быть сделан выбор тройки: а) тройка, семерка, туз; б) две дамы и туз; в) две дамы и любая карта?

**Ответ:** а) 64; б) 48; в) 600.

2. Рассыльному поручено разнести телеграммы по шести разным адресам. Сколько разных маршрутов он может выбрать?

**Ответ:** 720.

3. В оранжерее имеются цветы шести наименований. Сколькими способами можно составить букет из 10 цветов?

**Ответ:** 3003.

4. На олимпиаду пришло 8 студентов. Сколькими способами их можно разместить в три аудитории?

**Ответ:** 6561.

5. Сколько разных «слов» можно составить, переставляя буквы слова «лодка»?

**Ответ:** 120.

6. Сколько разных «слов» можно составить, переставляя буквы слова «математика»?

**Ответ:** 151200.

7. Пассажир оставил вещи в автоматической камере хранения, а когда пришел их получать, выяснилось, что он забыл номер, он только помнит, что в номере были числа 23 и 37. Чтобы открыть камеру, нужно правильно набрать пятизначный номер. Какое наибольшее количество номеров нужно перебрать, чтобы открыть камеру?

**Ответ:** 60.

8. Сколько разных вариантов хоккейной команды можно составить из 9 нападающих, 5 защитников и трех вратарей, если в состав команды должны войти 3 нападающих, два защитника и один вратарь?

**Ответ:** 2520.

9. Сколькими способами можно распределить 10 специалистов по 4 цехам так, чтобы в них попало 1, 2, 3, 4 специалиста соответственно?

**Ответ:** 12600.

## Алгебра событий

10. По радиоканалу передано 4 сообщения. Каждое из них может быть искажено помехами. Опишите пространство элементарных событий и выразите через элементарные исходы события:

$A = \{\text{искажено только третье сообщение}\}$

$B = \{\text{искажены ровно три сообщения}\}$

$C = \{\text{искажено не более трех сообщений}\}$

$D = \{\text{искажено не менее трех сообщений}\}$

$L = \{\text{искажено по крайней мере два сообщения}\}$

$E = \{\text{все сообщения искажены}\}$

$F = \{\text{ни одно сообщение не искажено}\}$

$G = \{\text{хотя бы одно сообщение искажено}\}$

$H = \{\text{искажено второе и третье сообщение}\}$

$K = \{\text{только первое и второе сообщения не искажены}\}$

$S = \{\text{не искажено по крайней мере одно сообщение}\}$

**Ответ:** Обозначим события:  $1 = \{\text{сообщение не искажено}\}$ ;

$0 = \{\text{сообщение искажено}\}$ .

$\Omega = \{1111, 0111, 1011, 1101, 1110, 0011, 0101, 0110, 1001, 1010, 1100, 1000, 0100, 0010, 0001, 0000\}$ .

$A = 1101$ ;  $B = 1000 + 0100 + 0010 + 0001$ ;  $C = 1111 + 0111 + 1011 + 1101 + 1110 + 0011 + 0101 + 0110 + 1001 + 1010 + 1100 + 1000 + 0100 + 0010 + 0001$ ;  $D = 1000 + 0100 + 0010 + 0001 + 0000$ ;  $L = 0011 + 0101 + 0110 + 1001 + 1010 + 1100 + 1000 + 0100 + 0010 + 0001 + 0000$ ;  $E = 0000$ ;  $F = 1111$ ;  $G = 0111 + 1011 + 1101 + 1110 + 0011 + 0101 + 0110 + 1001 + 1010 + 1100 + 1000 + 0100 + 0010 + 0001 + 0000$ ;  $H = 1001 + 0001 + 0000 + 1000$ ;  $K = 1100$ ;  $S = 1111 + 0111 + 1011 + 1101 + 1110 + 0011 + 0101 + 0110 + 1001 + 1010 + 1100 + 1000 + 0100 + 0010 + 0001$ .

11. Стрелок стреляет по мишени до первого попадания, имея 4 патрона. Описать пространство элементарных событий и выразить через элементарные исходы события:

$A = \{\text{стрелок сделает два выстрела}\}$

$B = \{\text{стрелок сделает не более трех выстрелов}\}$

$C = \{\text{стрелок сделает четыре выстрела}\}$

**Ответ:** Обозначим события:  $1 = \{\text{сообщение не искажено}\}$ ;

$0 = \{\text{сообщение искажено}\}$ .

$\Omega = \{1, 01, 001, 0001, 0000\}$ .

$A = 01$ .  $B = 1 + 01 + 001$ .  $C = 0001 + 0000$ .

12. Два стрелка стреляют по мишени по очереди до первого попадания, имея по два патрона. Выигрывает стрелок, поразивший мишень первым. Записать пространство элементарных событий и выразить через элементарные исходы события:

$A = \{\text{выиграл первый}\}$ ,  $B = \{\text{выиграл второй}\}$

**Ответ:**  $\Omega = \{A, AB, AB A, ABAB, ABAB\}$ .

$A = A + AB A$ .  $B = AB + ABAB$ .

### Определения вероятности

13. Лифт в девятиэтажном доме отправляется с четырьмя пассажирами. Найти вероятность того, что на каждом из этажей выйдет не более одного пассажира, предполагая равновероятность всех возможных способов распределения пассажиров по этажам.

**Ответ:**  $0,41 = 105/256$ .

14. Из колоды в 36 карт вытаскивают 4 карты. Какова вероятность того, что будут вынуты два короля и две дамы? Какова вероятность того, что будут вынуты три туза и одна дама?

**Ответ:** а)  $4/6545 = 0,0006$ ; б)  $16/58905 = 0,00027$ .

15. Десять студентов условились ехать в электропоезде, но не договорились о вагоне. Какова вероятность того, что ни один из них не встретит другого, если в поезде 10 вагонов?

**Ответ:**  $9!/910$

16. По условиям лотереи «спортлото 6 из 45» участник лотереи, угадавший 4, 5, 6 видов спорта из отобранных при случайном розыгрыше 6 видов из 45, получает денежный приз. Найти вероятность того, что будут угаданы: а) все 6 цифр; б) 4 цифры?

**Ответ:** а)  $0,0000001$ ; б)  $00136$ .

17. В партии 100 изделий, из которых 4 бракованные. Партия разделена произвольно на 2 равные части, которые отправлены двум потребителям. Какова вероятность того, что: а) все бракованные изделия достанутся одному потребителю; б) бракованные изделия достанутся обоим потребителям поровну?

**Ответ:** а)  $110544/941094 = 0,117$ ; б)  $1225/3201 = 0,3827$ .

### Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условные вероятности

18. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что на первой кости выпало 2 очка при условии, что сумма очков, выпавших на двух костях, меньше 6.

19. В урне находятся 4 шара: красный, синий, чёрный и трёхцветный. Из урны извлекается один шар. Исследовать на независимость события:  $K = \{\text{извлечённый шар имеет красный цвет}\}$ ,

$C = \{\text{извлечённый шар имеет синий цвет}\}$ .

20. В урне 4 белых и 3 чёрных шара. Из неё вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что оба шара белые. Рассмотреть выборки а) без возвращения; б) с возвращением.

21. Два стрелка делают по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,7, а второго – 0,8. Найти вероятность того, что мишень будет поражена.

22. Среди партии из 100 изделий имеются 10 бракованных. С целью контроля из этой партии отбирают наугад 7 изделий. Если среди них окажется более двух бракованных, то бракует вся партия изделий. Какова вероятность того, что партия изделий будет забракована?

### Формула полной вероятности. Формула Байеса

23. 45% телевизоров, имеющихся в магазине, изготовлены на 1-м заводе, 15% – на втором, остальные – на 3-м заводе. Вероятности того, что телевизоры, изготовленные на этих заводах, не потребуют ремонта в течение гарантийного срока, равны 0,96, 0,84, 0,90 соответственно. Найти вероятность того, что купленный наудачу телевизор выдержит гарантийный срок работы.
24. Для улучшения качества радиосвязи используются два радиоприёмника. Вероятность приёма сигнала каждым приёмником равна 0,8, и эти события (приём сигнала приёмником) независимы. Определить вероятность приёма сигнала, если вероятность безотказной работы за время сеанса радиосвязи для каждого приёмника равна 0,9.
25. Техническое устройство выйдет из строя, если откажут не менее двух из трёх независимо работающих элементов. Вероятность отказа 1-го, 2-го, 3-го элементов соответственно равна 0,2, 0,4, 0,3. Известно, что устройство отказало. Найти вероятность того, что отказали 1-ый и 2-й элементы.
26. Предположим, что 5% мужчин и 0,25% всех женщин дальтоники. Наугад выбранное лицо оказалось дальтоником. Считая, что мужчин и женщин одинаковое количество, найти вероятность того, что этот человек а) мужчина, б) женщина.

### Формула Бернулли и её предельные формы

27. Игральную кость подбрасывают 10 раз. Найти вероятность того, что шестёрка выпадет : а) два раза; б) не более восьми раз; в) хотя бы один раз.
28. Всхожесть семян данного сорта растений составляет 70%. Найти наиболее вероятное число всхожих семян в партии из 240 семян.
29. Прибор состоит из 3-х независимо работающих элементов. Вероятности отказов элементов за время  $t$  различны и соответственно равны :  $p_1 = 0,1$ ,  $p_2 = 0,2$ ,  $p_3 = 0,3$ . Найти вероятность того, что за время  $t$  откажут : а) все элементы; б) два элемента; в) один элемент; г) ноль элементов.
30. Вероятность «сбоя» в работе телефонной станции при каждом вызове равна 0,007. поступило 1000 вызовов. Определить вероятность 9 «сбоев».
31. Вероятность того, что при автоматической штамповке изделий отдельное изделие окажется бракованным (т.е. с отклонением от стандарта), постоянна и равна 0,05. Какова вероятность того, что в партии из 1000 изделий встретится ровно 40 бракованных?
32. Используя условие предыдущей задачи, выяснить, сколько небракованных изделий следует ожидать с вероятностью 0,042.
33. Вероятность попадания в цель из скорострельного орудия при отдельном выстреле равна 0,75. найти вероятность того, что при 300 выстрелах число попаданий будет не менее 210, но не более 230.
34. Сколько раз надо подбросить симметричную монету, чтобы с вероятностью 0,90 частота  $\frac{m}{n}$  появления герба отличалась от 0,5 (вероятности выпадения герба) не более чем на 0,01.