2. СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО РАЗДЕЛА ДИСЦИПЛИНЫ

Раздел 1. Теория вероятностей

1.1. Вероятность случайного события. Алгебра вероятностей

Случайные события и операции над ними с использованием элементов комбинаторики. Понятие вероятности события. Условная вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Формулы Бернулли и Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра – Лапласа.

1.2. Законы распределения и числовые характеристики случайных величин

Случайные величины (дискретные и непрерывные). Определение и способы задания законов распределения для дискретных и непрерывных случайных величин. Основные числовые характеристики (параметры распределения) случайных величин (математическое ожидание, дисперсия и другие начальные и центральные моменты). Важные для практики законы распределения дискретных случайных величин (биномиальное, Пуассона, геометрическое, гипергеометрическое) и непрерывных случайных величин (равномерное, экспоненциальное, нормальное). Законы распределения и числовые характеристики системы случайных величин.

Раздел 2. Математическая статистика

2.1. Выборочный метод и оценивание параметров распределения

Представление эмпирических данных. Понятие выборки, генеральной совокупности. Классификация данных. Графическое представление эмпирических законов распределения: гистограмма, полигон, кумулятивная кривая. Требования к оценкам параметров (состоятельность, несмещенность, эффективность). Эмпирические моменты. Вычисление средних, дисперсии, стандартного отклонения, эксцесса, асимметрии и их интерпретация. Точечное оценивание параметров нормального распределения. Способ моментов. Интервальные оценки. Понятие доверительной вероятности, уровня значимости, доверительного интервала. Интервальное оценивание параметров нормального распределения.

2.2. Элементы корреляционно-регрессионного анализа

Понятие стохастической связи между случайными величинами. Корреляционный момент (ковариация). Определение коррелированных и некоррелированных величин. Корреляция и независимость случайных величин. Корреляционная таблица. Выборочный парный коэффициент корреляции. Значимость и надежность коэффициента корреляции. Парная линейная регрессия. Уравнение регрессии. Оценивание коэффициентов регрессии. Адекватность (линейность) регрессии. Степень согласованности эмпирических данных.

2.3. Проверка статистических гипотез

Основные задачи проверки гипотез. Нулевая и альтернативная гипотезы. Односторонний и двусторонний критерий принятия решений. Критическая область. Ошибки первого и второго рода. Параметрические критерии проверки статистических гипотез. Проверка гипотез о равенстве дисперсий и средних значений нормально распределенных совокупностей. Непараметрические критерии. Критерий согласия Пирсона.

3. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОГО РАЗДЕЛА ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Тематика практических занятий

1. Пространство элементарных исходов, алгебра событий, классическая формула вероятности. Комбинаторный метод вычисления вероятностей, геометрическая вероятность (2 часа).
2. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула Бернулли, приближенные формулы Пуассона и Муавра – Лапласа (2 часа).
3. Дискретные случайные величины, ряд распределения, функция распределения, числовые характеристики. Основные дискретные распределения (2 часа).
4. Непрерывные случайные величины, функция распределения, плотность распределения, числовые характеристики. Основные непрерывные распределения (2 часа).
5. Функция случайной величины, системы случайных величин, функция распределения, числовые характеристики (2 часа).
6. Закон больших чисел, теорема Чебышева, теорема Бернулли, центральная предельная теорема (2 часа).
7. Выборочный метод, точечное и интервальное оценивание параметров распределения случайной величины (2 часа).
8. Линейная регрессия (2 часа).
9. Проверка гипотезы о законе распределения (2 часа).
10. Проверка гипотез о параметрах нормально распределенной генеральной совокупности (2 часа).

Тематика практических занятий указывается преподавателем.

4. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

4.1. Общие методические указания

Основной формой обучения студента ИДО является самостоятельная работа над учебным материалом, которая состоит из следующих элементов: изучение материала по учебникам, прежде всего по [1],решение задач, ответы на вопросы для самопроверки, выполнение контрольных работ. Наряду с организованными во время экзаменационной сессии лекциями, носящими, по преимуществу, обзорный характер, практическими занятиями и консультациями данная работа призвана оказать студентам ИДО помощь в усвоении указанного выше курса.Для закрепления изученного материала студенту ИДО необходимо выполнить контрольную работу по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой его учебного шифра, 0 соответствует 10-му варианту. Завершающим этапом изучения данного раздела курса высшей математики является в соответствии с учебным планом сдача экзамена (зачета).

При выполнении и оформлении контрольной работы необходимо **соблюдать следующие правила**:

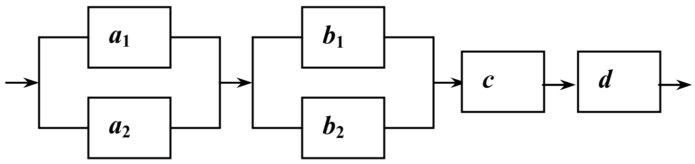
1. Контрольную работу следует выполнять в отдельной тетради, на обложке которой должны быть указаны:
    - ФИО студента;
    - его полный шифр;
    - номер контрольной работы;
    - дата отправки в университет.
2. Решения задач оформляются в порядке номеров, указанных в задании.
3. Условие задач записываются полностью. Решения задач следует излагать подробно без сокращений, обосновывая каждый этап ссылками на теоретические положения курса. Вычисления должны располагаться в строгом порядке. Чертежи можно выполнять от руки, но аккуратно
и в соответствии с данными условиями.
4. Если работа выполнена неудовлетворительно, то вместе с рецензией ее возвращают студенту, который должен в короткий срок сделать необходимые доработки в той же тетради и отправить ее на повторное рецензирование. По необходимости студент должен давать при сдаче зачета пояснения по всем или некоторым задачам контрольной работы.

4.2. Варианты контрольных заданий

Вариант № 1

1. Из 100 изделий, среди которых имеется 6 нестандартных, выбраны случайным образом 6 изделий для проверки их качества. Определить вероятность того, что среди выбранных 6 изделий окажется ровно 1 нестандартное изделие, используя классическое определение вероятности, формулу Бернулли, формулу Пуассона и локальную теорему Лапласа.

2. Система S состоит из четырех независимых подсистем S_a, S_b, S_c и S_d. Неисправность хотя бы одной подсистемы ведет к неисправности всей системы (подсистемы соединены последовательно). Подсистемы S_a и S_b состоят из двух независимых дублирующих блоков a_k и b_k (k = 1, 2) (схема параллельного подсоединения блоков в подсистемах).



Найти надежность системы – вероятность того, что система будет исправна в течение некоторого времени, если известны надежности блоков $P(a_k) = 0,8$; $P(b_k) = 0,9$; $P(c) = 0,99$; $P(d) = 0,95$.

3. Дана система из двух блоков a и b, соединенных последовательно в смысле надежности. Каждый из двух блоков может работать независимо от другого в трех разных режимах. Вероятность наступления первого режима 0,2, второго 0,5. Надежность работы первого блока в 1-м, 2-м, 3-м режимах равна соответственно 0,9; 0,8; 0,7. Надежность работы второго блока в 1-м, 2-м, 3-м режимах равна соответственно 0,9; 0,9; 0,8. Найти надежность системы, если блоки независимы.

4. Передается 6 сообщений по каналу связи. Каждое сообщение с вероятностью p = 0,2 независимо от других искажается. Случайная величина X – число искаженных сообщений. Построить ее законы распределения, их графики, найти ее числовые характеристики. Найти вероятность того, что будет искажено не менее двух сообщений.

5. Задана плотность распределения $f(x)$ случайной величины X:

$$f(x) = \begin{cases} 2A\cos x, & |x| \le \dfrac{\pi}{2}; \\ 0, & |x| > \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Требуется найти коэффициент A, построить график плотности распределения $f(x)$, найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график, найти вероятность попадания величины X на участок от 0 до 1.

Найти числовые характеристики случайной величины X.

6. По выборке объема n = 100 построен ряд распределения:

x_i	1	3	5	7	9	11	13
p_i	0,07	0,09	0,14	0,21	0,25	0,18	0,06

Построить гистограмму, полигон и эмпирическую функцию распределения. Найти точечные оценки математического ожидания, дисперсии, среднеквадратичного отклонения, асимметрии и эксцесса.

7. Какова вероятность того, что среднеарифметическое из n=16 измерений для выборки из нормального распределения отличается от истинного значения не более, чем на $\varepsilon = 2$, если 1) $\sigma = 4$; 2) $s = 4$.

8. По результатам эксперимента получена таблица наблюдений системы случайных величин (X, Y):

	X					
Y	1	2	3	4	5	6
1	0,02	0,025	0,03	0,02	0,0	0,0
2	0,0	0,10	0,06	0,12	0,02	0,0
3	0,0	0,0	0,05	0,09	0,13	0,03
4	0,0	0,0	0,01	0,05	0,065	0,09
5	0,0	0,0	0,0	0,02	0,04	0,03

Оценить данную матрицу распределения (X, Y) на регрессию видов $f(x) = \beta_1 + \beta_2 x$ и $f(x) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2$.

9. По двум независимым выборкам объемов n_X =12 и n_Y =8 нормальных распределений найдены выборочные средние $\overline{x}$ =15,3и $\overline{y}$ =16,5 и исправленные выборочные дисперсии s_x^2 =0,47 и s_y^2 =0,54. При уровне значимости $\alpha = 0{,}01$ проверить нулевую гипотезуH_0: $m_X = m_Y$ при конкурирующей H_1: $m_X < m_Y$.

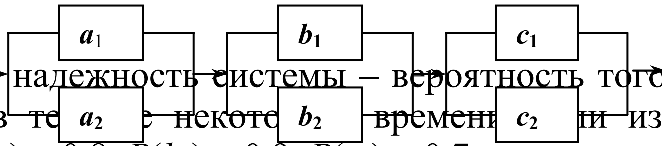
10. По критерию Пирсона, при уровне значимости $\alpha = 0{,}025$ проверить гипотезу о распределении случайной величины $\boldsymbol{X}$ по показательному закону, если задано n_k попаданий выборочных значений случайной величины X в подинтервал $\Omega_k = (a_k, b_k)$:

Ω_k	0 ÷ 2	2 ÷ 4	4 ÷ 6	6 ÷ 8	8 ÷ 10	10 ÷ 12
n_k	60	25	7	5	2	1

Вариант № 2

1. ***Из 100 конденсаторов за время* Т *из строя выходят 7 конденсаторов. Для контроля выбирают 5 конденсаторов. Найти вероятность того, что среди них за время* Т *из строя выйдет ровно 1 конденсатор, используя классическое определение вероятности, формулу Бернулли, формулу Пуассона и локальную теорему Лапласа.***

2. Система S состоит из трех независимых подсистем S_a, S_b и S_c. Неисправность хотя бы одной подсистемы ведет к неисправности всей системы (подсистемы соединены последовательно). Каждая подсистема состоит из двух независимых дублирующих блоков a_k, b_k и c_k (k=1, 2) (схема параллельного подсоединения блоков в подсистемах).



Найти надежность системы – вероятность того, что система будет исправна в течение некоторого времени, если известны надежности блоков $P(a_k) = 0{,}8$, $P(b_k) = 0{,}9$, $P(c_k) = 0{,}7$.

3. Испытывается прибор, состоящий из двух узлов a и b, соединенных последовательно в смысле надежности**.** Надежности (вероятности безотказной работы за время T) узлов a и b известны и равны $P(a) = 0{,}8$, $P(b) = 0{,}9$. Узлы отказывают независимо друг от друга. По истечении времени T выяснилось, что прибор неисправен. Найти с учетом этого вероятность того, что неисправен только узел a.

4. Из партии, содержащей 100 изделий, среди которых имеется 20 дефектных, выбраны случайным образом 5 изделий для проверки их качества. Для случайного числа X дефектных изделий, содержащихся в выборке, построить ряд распределений, функцию распределения и их графики, найти ее числовые характеристики.

5. Задана плотность распределения $f(x)$ случайной величины $\boldsymbol{X}$:

$$f(x) = \begin{cases} A(1 - x^2), & |x| \le 1; \\ 0, & |x| > 1. \end{cases}$$

Требуется найти коэффициент A, построить график плотности распределения $f(x)$, найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график, найти вероятность попадания величины X на участок от 0 до 1/4. Найти числовые характеристики случайной величины X.

6. По выборке объема n =100 построен ряд распределения:

x_i	–1,75	–1,25	– 0,75	–0,25	0,25	0,75	1,25	1,75
p_i	0,04	0,11	0,19	0,28	0,18	0,10	0,07	0,03

Построить гистограмму, полигон и эмпирическую функцию распределения. Найти точечные оценки математического ожидания, дисперсии, среднеквадратичного отклонения, асимметрии и эксцесса.

7. Найти доверительный интервал с надежностью $\beta = 0{,}99$ неизвестного математического ожидания нормальной случайной величины X, зная $\overline{x} = 20{,}9$, $n = 26$, если 1) $\sigma = 2$; 2) $s = 2$.

8. По результатам эксперимента получена таблица наблюдений системы случайных величин (X, Y):

	X					
Y	1	2	3	4	5	6
0,5	0,01	0,04	0,02	0,0	0,0	0,0
1,0	0,0	0,10	0,12	0,07	0,03	0,0
1,5	0,0	0,0	0,05	0,10	0,14	0,01
2,0	0,0	0,0	0,01	0,05	0,09	0,08
2,5	0,0	0,0	0,0	0,02	0,01	0,05

Оценить данную матрицу распределения (X, Y) на регрессию видов $f(x) = \beta_1 + \beta_2 x$ и $f(x) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2$.

9. По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ и $n_Y = 16$ нормальных распределений найдены выборочные средние $\overline{x} = 30{,}5$ и $\overline{y} = 29{,}0$ и исправленные выборочные дисперсии $s_x^2 = 0{,}8$ и $s_y^2 = 0{,}6$. При уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить нулевую гипотезу H_0: $m_X = m_Y$ при конкурирующей H_1: $m_X \neq m_Y$.

10. По критерию Пирсона, при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу о распределении случайной величины X по нормальному закону, если задано n_k попаданий выборочных значений случайной величины X в подинтервал $\Omega_k = (a_k, b_k)$:

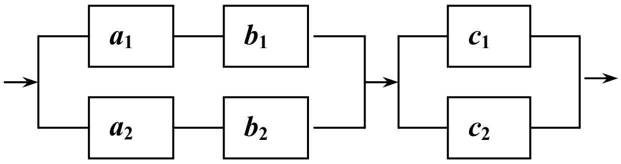
Ω_k	$2 \div 4$	$4 \div 6$	$6 \div 8$	$8 \div 10$	$10 \div 12$	$12 \div 14$	$14 \div 16$
n_k	6	10	14	20	30	15	5

Вариант № 3

1. Из 100 изделий, среди которых имеется 8 нестандартных, выбраны случайным образом 4 изделия для проверки их качества. Определить вероятность того, что среди выбранных 4 изделий окажется ровно 1 нестандартное изделие, используя классическое определение вероятности, формулу Бернулли, формулу Пуассона и локальную теорему Лапласа.

2. Система S состоит из двух независимых подсистем S_{ab} и S_c. Неисправность хотя бы одной подсистемы ведет к неисправности всей системы (подсистемы соединены последовательно). Каждая подсистема состоит из двух независимых дублирующих блоков ab_k и c_k (k=1, 2)

(схема параллельного подсоединения блоков в подсистемах). Блок ab_k состоит из последовательно соединенных блоков a_k и b_k.



Найти надежность системы – вероятность того, что система будет исправна в течение некоторого времени, если известны надежности блоков $P(a_k) = 0{,}7$; $P(b_k) = 0{,}9$; $P(c_k) = 0{,}8$.

3. 30 % приборов собирается из высококачественных деталей, остальные – из деталей обычного качества. В первом случае надежность прибора (вероятность безотказной работы за время T) равна 0,95, а если прибор собрали из обычных деталей, его надежность 0,75. Приборв течение времени T работал безотказно. Чему равна вероятность того, что он собран из высококачественных деталей?

4. Производятся последовательные независимые испытания n приборов на надежность. Надежность каждого прибора равна p. Каждый следующий прибор испытывается только в том случае, когда предыдущий оказался надежным. Для случайного числа X испытанных в данном эксперименте приборов построить законы распределения, их графики, найти числовые характеристики.

5. Задана плотность распределения $f(x)$ случайной величины X:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{A}{1 + x^2}, & |x| \le 1; \\ 0, & |x| > 1. \end{cases}$$

Требуется найти коэффициент A, построить график $f(x)$, найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график, найти ее числовые характеристики, найти вероятность попадания величины X на участок от 0 до 1/2.

6. По выборке объема n = 100 построен ряд распределения:

x_i	–2,0	–1,5	–1,0	–0,5	0,0	0,5	1,0	1,5
p_i	0,06	0,11	0,19	0,22	0,16	0,12	0,08	0,06

Построить гистограмму, полигон и эмпирическую функцию распределения. Найти точечные оценки математического ожидания, дисперсии, среднеквадратичного отклонения, асимметрии и эксцесса.

7. Найти доверительный интервал неизвестного математического ожидания нормальной случайной величины X, зная доверительную вероятность β=0,99, объем выборки n=20, выборочную среднюю $\bar{x}$ =200, если 1) σ = 10; 2) s = 10.

8. По результатам эксперимента получена таблица наблюдений системы случайных величин (X, Y):

	X					
Y	1	2	3	4	5	6
–1	0,01	0,03	0,02	0,01	0,0	0,0
–2	0,02	0,08	0,06	0,13	0,03	0,0
–3	0,0	0,0	0,05	0,08	0,13	0,02
–4	0,0	0,0	0,02	0,06	0,07	0,08
–5	0,0	0,0	0,0	0,01	0,03	0,05

Оценить данную матрицу распределения (X, Y) на регрессию видов $f(x) = \beta_1 + \beta_2 x$ и $f(x) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2$.

9. По двум большим независимым выборкам объемов $n_X = 42$и n_Y = 58 нормальных распределений найдены выборочные средние $\overline{x}$ =120 и $\overline{y}$ =130. Дисперсии известны D_x = 24 и D_y = 20. При уровне значимости α = 0,05 проверить нулевую гипотезу H_0: $m_X = m_Y$ при конкурирующей 1) H_1: $m_X \neq m_Y$; 2) H_1: $m_X < m_Y$.

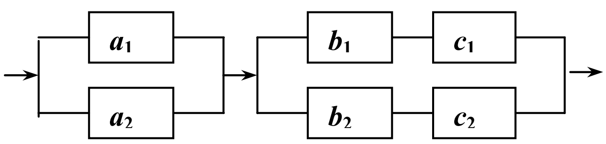
10. По критерию Пирсона, при уровне значимости α = 0,01 проверить гипотезу о распределении случайной величины X по нормальному закону, если задано n_k попаданий выборочных значений случайной величины X в подинтервал $\Omega_k = (a_k, b_k)$:

Ω_k	10 ÷ 15	15 ÷ 20	20 ÷ 25	25 ÷ 30	30 ÷ 35
n_k	15	20	35	18	12

Вариант № 4

1. Из 100 конденсаторов за время T из строя выходят 9 конденсаторов. Для контроля выбирают 3 конденсатора. Найти вероятность того, что среди них за время T из строя выйдет ровно 1 конденсатор, используя классическое определение вероятности, формулу Бернулли, формулу Пуассона и локальную теорему Лапласа.

2. Система S состоит из двух независимых подсистем S_a и S_{bc}. Неисправность хотя бы одной подсистемы ведет к неисправности всей системы (подсистемы соединены последовательно). Каждая подсистема состоит из двух независимых дублирующих блоков a_k и bc_k (k =1, 2) (схема параллельного подсоединения блоков в подсистемах). Блок bc_k состоит из последовательно соединенных блоков b_k и c_k



Найти надежность системы – вероятность того, что система будет исправна в течение некоторого времени, если известны надежности блоков $P(a_k) = 0{,}85$; $P(b_k) = 0{,}9$; $P(c_k) = 0{,}95$.

3. Испытывается прибор, состоящий из двух узлов *a* и *b*, соединенных последовательно в смысле надежности. Надежности (вероятности безотказной работы за время *T*) узлов *a* и *b* известны и равны $P(a) = 0{,}85$; $P(b) = 0{,}95$. Узлы отказывают независимо друг от друга. По истечении времени *T* выяснилось, что прибор неисправен. Найти с учетом этого вероятность того, что неисправен только узел *b*.

4. Устройство состоит из четырех независимых элементов. Вероятность отказа каждого элемента в одном опыте равна $p = 0{,}3$. Для случайной величины *X* отказавших элементов в одном опыте построить законы распределения, их графики, найти ее числовые характеристики.

5. Задана плотность распределения $f(x)$ случайной величины *X*:

$$f(x) = \begin{cases} A\cos x, & |x| \le \dfrac{\pi}{4}; \\ 0, & |x| > \dfrac{\pi}{4}. \end{cases}$$

Требуется найти коэффициент *A*, построить график плотности распределения $f(x)$, найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график, найти вероятность попадания величины *X* на участок от 0 до $\dfrac{\pi}{8}$.

Найти числовые характеристики случайной величины *X*.

6. По выборке объема $n = 100$ построен ряд распределения:

x_i	0,25	0,75	1,25	1,75	2,25	2,75	3,25	3,75
p_i	0,08	0,11	0,15	0,20	0,18	0,12	0,09	0,07

Построить гистограмму, полигон и эмпирическую функцию распределения. Найти точечные оценки математического ожидания, дисперсии, среднеквадратичного отклонения, асимметрии и эксцесса.

7. Каково должно быть число опытов, чтобы с надежностью β=0,9 точность оценки математического ожидания нормальной случайной величины была равна ε = 0,5, если σ = 4.

8. По результатам эксперимента получена таблица наблюдений системы случайных величин (*X*, *Y*):

	X					
Y	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
0,5	0,01	0,03	0,02	0,01	0,0	0,0
1,0	0,0	0,07	0,10	0,14	0,03	0,0
1,5	0,0	0,0	0,05	0,09	0,13	0,02

2,0	0,0	0,0	0,01	0,04	0,07	0,08
2,5	0,0	0,0	0,0	0,02	0,03	0,05

Оценить данную матрицу распределения (X, Y) на регрессию видов $f(x) = \beta_1 + \beta_2 x$ и $f(x) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2$.

9. По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ и $n_Y = 9$ нормальных распределений найдены выборочные средние $\overline{x} = 23{,}8$ и $\overline{y} = 21{,}2$ и исправленные выборочные дисперсии $s_x^2 = 0{,}44$ и $s_y^2 = 0{,}54$. При уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить нулевую гипотезу H_0: $m_X = m_Y$ при конкурирующей H_1: $m_X > m_Y$.

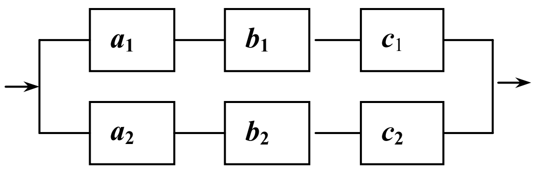
10. По критерию Пирсона, при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу о распределении случайной величины X по равномерному закону, если задано n_k попаданий выборочных значений случайной величины X в подинтервал $\Omega_k = (a_k, b_k)$:

Ω_k	$1 \div 2$	$2 \div 3$	$3 \div 4$	$4 \div 5$	$5 \div 6$
n_k	23	18	22	21	16

Вариант № 5

1. Из 100 изделий, среди которых имеется 5 нестандартных, выбраны случайным образом 7 изделий для проверки их качества. Определить вероятность того, что среди выбранных 7 изделий окажется ровно 1 нестандартное изделие, используя классическое определение вероятности, формулу Бернулли, формулу Пуассона и локальную теорему Лапласа.

2. Система S состоит из подсистемы S_{abc}, состоящей из двух независимых дублирующих блоков abc_k ($k = 1, 2$) (схема параллельного подсоединения блоков в подсистемах). Блок abc_k состоит из трех последовательно соединенных блоков a_k, b_k и c_k.



Найти надежность системы – вероятность того, что система будет исправна в течение некоторого времени, если известны надежности блоков $P(a_k) = 0{,}9$; $P(b_k) = 0{,}9$; $P(c_k) = 0{,}8$.

3. Испытывается прибор, состоящий из двух узлов a и b, соединенных последовательно в смысле надежности. Надежности (вероятности безотказной работы за время T) узлов a и b известны и равны $P(a) = 0{,}8$; $P(b) = 0{,}7$. Узлы отказывают независимо друг от друга. По истече-

нии времени T выяснилось, что прибор неисправен. Найти с учетом этого вероятность того, что неисправны оба узла.

4. Производится многократное испытание некоторого элемента на надежность до тех пор, пока элемент не откажет. Вероятность отказа элемента в каждом опыте равна $p = 0{,}1$. Для случайного числа X опытов, которые надо произвести, построить ряд распределений, многоугольник распределения, найти числовые характеристики.Задана плотность распределения $f(x)$ случайной величины X:

$$f(x) = \begin{cases} A(1 - x^4), & |x| \le \dfrac{1}{2}; \\ 0, & |x| > \dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

Требуется найти коэффициент A, построить график плотности распределения $f(x)$, найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график, найти вероятность попадания величины X на участок от 0 до 1/4. Найти числовые характеристики случайной величины X.

5. По выборке объема n = 100 построен ряд распределения:

x_i	–3,25	–2,75	–2,25	–1,75	–1,25	–0,75	–0,25
p_i	0,11	0,19	0,25	0,15	0,13	0,10	0,07

Построить гистограмму, полигон и эмпирическую функцию распределения. Найти точечные оценки математического ожидания, дисперсии, среднеквадратичного отклонения, асимметрии и эксцесса.

6. Каково должно быть число опытов, чтобы с надежностью β = 0,95 точность оценки математического ожидания нормальной случайной величины была равна ε = 1,5, если σ = 15.

7. По результатам эксперимента получена таблица наблюдений системы случайных величин (X, Y):

Y	X					
	–1	–2	–3	–4	–5	–6
–1	0,015	0,035	0,025	0,015	0,0	0,0
–2	0,015	0,065	0,1	0,125	0,025	0,0
–3	0,0	0,0	0,05	0,085	0,115	0,02
–4	0,0	0,0	0,015	0,045	0,085	0,08
–5	0,0	0,0	0,0	0,02	0,035	0,03

Оценить данную матрицу распределения (X, Y) на регрессию видов $f(x) = \beta_1 + \beta_2 x$ и $f(x) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2$.

9. По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ и $n_Y = 8$ нормальных распределений найдены выборочные средние $\overline{x} = 1{,}2$ и $\overline{y} = 1{,}5$ и исправленные выборочные дисперсии $s_x^2 = 0{,}08$ и $s_y^2 = 0{,}07$. При уровне значимости $\alpha = 0{,}01$ проверить нулевую гипотезу H_0: $m_X = m_Y$ при конкурирующей H_1: $m_X < m_Y$.

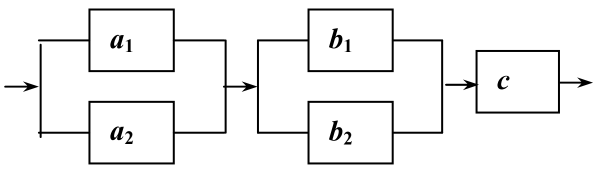
10. По критерию Пирсона, при уровне значимости $\alpha = 0{,}01$ проверить гипотезу о распределении случайной величины X по закону $f(x) = 0{,}25x^3$ при $x \in (0, 2)$, если задано n_k попаданий выборочных значений случайной величины X в подинтервал $\Omega_k = (a_k, b_k)$:

Ω_k	$0{,}0 \div 0{,}5$	$0{,}5 \div 1{,}0$	$1{,}0 \div 1{,}5$	$1{,}5 \div 2{,}0$
n_k	1	3	12	34

Вариант № 6

1. Из 100 конденсаторов за время T из строя выходят 4 конденсатора. Для контроля выбирают 8 конденсаторов. Найти вероятность того, что среди них за время T из строя выйдет ровно 1 конденсатор, используя классическое определение вероятности, формулу Бернулли, формулу Пуассона и локальную теорему Лапласа.

2. Система S состоит из трех независимых подсистем S_a, S_b и S_c. Неисправность хотя бы одной подсистемы ведет к неисправности всей системы (подсистемы соединены последовательно). Подсистемы S_a и S_b состоят из двух независимых дублирующих блоков a_k и b_k (k=1, 2) (схема параллельного подсоединения блоков в подсистемах).



Найти надежность системы – вероятность того, что система будет исправна в течение некоторого времени, если известны надежности блоков $P(a_k) = 0{,}8$; $P(b_k) = 0{,}9$; $P(c) = 0{,}85$.

3. Дана система из двух блоков a и b, соединенных последовательно в смысле надежности. Каждый из двух блоков может работать независимо от другого в двух разных режимах. Вероятность наступления первого режима 0,3. Надежность работы первого блока в 1-м, 2-м режимах равна соответственно 0,9; 0,85. Надежность работы второго блокав 1-м, 2-м режимах равна соответственно 0,7; 0,9. Найти надежность системы, если блоки независимы.

4. Имеется 10 изделий, среди которых 3 нестандартных, на вид неотличимых от новых. Наугад выбраны 4 изделия для проверки их качества. Для случайного числа X стандартных изделий, содержащихся в выборке, построить законы распределений, их графики, найти числовые характеристики.

5. Задана плотность распределения $f(x)$ случайной величины X:

$$f(x) = \begin{cases} A(1 - |x|), & |x| \le 1; \\ 0, & |x| > 1. \end{cases}$$

Требуется найти коэффициент A, построить график плотности распределения $f(x)$, найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график, найти вероятность попадания величины X на участок от 0 до 1/2. Найти числовые характеристики случайной величины X.

6. По выборке объема n = 100 построен ряд распределения:

x_i	–1,0	1,0	3,0	5,0	7,0	9,0	11,0
p_i	0,07	0,12	0,18	0,29	0,16	0,11	0,07

Построить гистограмму, полигон и эмпирическую функцию распределения. Найти точечные оценки математического ожидания, дисперсии, среднеквадратичного отклонения, асимметрии и эксцесса.

7. Какова вероятность того, что среднеарифметическое из n=50 измерений для выборки из нормального распределения отличается от истинного значения не более, чем на $\varepsilon = 4$, если 1) $\sigma = 10$; 2) $s = 10$.

8. По результатам эксперимента получена таблица наблюдений системы случайных величин (X, Y):

	X					
Y	–0,5	–1,0	–1,5	–2,0	–2,5	–3,0
0,5	0,01	0,04	0,02	0,0	0,0	0,0
1,0	0,01	0,07	0,09	0,14	0,02	0,0
1,5	0,0	0,0	0,05	0,09	0,16	0,02
2,0	0,0	0,0	0,01	0,04	0,06	0,08
2,5	0,0	0,0	0,0	0,02	0,04	0,03

Оценить данную матрицу распределения (X, Y) на регрессию видов $f(x) = \beta_1 + \beta_2 x$ и $f(x) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2$.

9. По двум независимым выборкам объемов n_X =12 и n_Y = 12 нормальных распределений найдены выборочные средние $\overline{x}$ = 3,2 и $\overline{y}$ = 3,5 и исправленные выборочные дисперсии s_x^2 = 0,14 и s_y^2 = 0,10. При уровне значимости α = 0,05 проверить нулевую гипотезу H_0: $m_X = m_Y$ при конкурирующей H_1: $m_X \ne m_Y$.

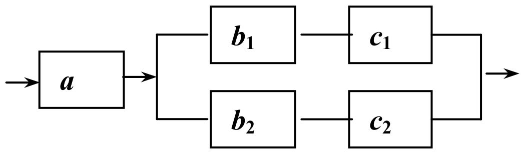
10. По критерию Пирсона, при уровне значимости α = 0,05 проверить гипотезу о распределении случайной величины X по закону $F(x) = 0{,}25x^2$ при $x \in (0, 2)$, если задано n_k попаданий выборочных значений случайной величины X в подинтервал $\Omega_k = (a_k, b_k)$:

Ω_k	0,0 ÷ 0,5	0,5 ÷ 1,0	1,0 ÷ 1,5	1,5 ÷ 2,0
n_k	6	10	16	18

Вариант № 7

1. Из 100 изделий, среди которых имеется 3 нестандартных, выбраны случайным образом 9 изделий для проверки их качества. Определить вероятность того, что среди выбранных 9 изделий окажется ровно 1 нестандартное изделие, используя классическое определение вероятности, формулу Бернулли, формулу Пуассона и локальную теорему Лапласа.

2. Система S состоит из двух независимых подсистем S_a и S_{bc}. Неисправность хотя бы одной подсистемы ведет к неисправности всей системы (подсистемы соединены последовательно). Подсистема S_{bc} состоит из двух независимых дублирующих блоков bc_k (k =1, 2) (схема параллельного подсоединения блоков в подсистемах). Блок bc_k состоит из последовательно соединенных блоков b_k и c_k.



Найти надежность системы – вероятность того, что система будет исправна в течение некоторого времени, если известны надежности блоков $P(a) = 0{,}95$; $P(b_k) = 0{,}9$; $P(c_k) = 0{,}8$.

3. Прибор состоит из двух узлов a и b, соединенных последовательно в смысле надежности, и стабилизатора напряжения S, работающего в двух режимах. При работе стабилизатора в первом режиме с вероятностью 0,7 надежность узлов $P(a)$=0,9; $P(b)$ = 0,95. При работе стабилизатора во втором режиме надежность узлов $P(a)$ = 0,8; $P(b)$ = 0,9. Найти надежность прибора, если узлы независимы.

4. Устройство состоит из пяти независимых элементов. Вероятность безотказной работы каждого элемента в одном опыте равна p = 0,7. Для случайной величины X элементов, безотказно работавшихв одном опыте, построить законы распределения, их графики, найти ее числовые характеристики.

5. Задана плотность распределения $f(x)$ случайной величины X:

$$f(x) = \begin{cases} A\sin x, & x \in (0,\pi); \\ 0, & x \notin (0,\pi). \end{cases}$$

Требуется найти коэффициент A, построить график плотности распределения $f(x)$, найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график, найти вероятность попадания величины X на участок от 0 до $\dfrac{\pi}{4}$. Найти числовые характеристики случайной величины X.

6. По выборке объема n = 100 построен ряд распределения:

x_i	–1,5	–1,0	–0,5	0,0	0,5	1,0	1,5
p_i	0,07	0,13	0,20	0,26	0,17	0,10	0,07

Построить гистограмму, полигон и эмпирическую функцию распределения. Найти точечные оценки математического ожидания, дисперсии, среднеквадратичного отклонения, асимметрии и эксцесса.

7. По данным выборки объема n = 25 нормальной случайной величины X найдена оценка s = 10. Найти доверительный интервал, покрывающий σ с надежностью β = 0,95.

8. По результатам эксперимента получена таблица наблюдений системы случайных величин (X, Y):

	X					
Y	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0
0,5	0,01	0,03	0,02	0,01	0,0	0,0
1,0	0,02	0,05	0,07	0,10	0,02	0,0
1,5	0,01	0,02	0,05	0,11	0,16	0,03
2,0	0,0	0,0	0,03	0,05	0,06	0,08
2,5	0,0	0,0	0,0	0,02	0,03	0,02

Оценить данную матрицу распределения (X, Y) на регрессию видов $f(x) = \beta_1 + \beta_2 x$ и $f(x) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2$.

9. По двум независимым выборкам объемов n_X = 50 и n_Y = 60 нормальных распределений найдены выборочные средние $\overline{x}$ =15 и $\overline{y}$ =14. Дисперсии известны и равны D_x =1,4 и D_y =1,2. При уровне значимости α = 0,05 проверить нулевую гипотезу H_0: $m_X = m_Y$ при конкурирующей 1) H_1: $m_X \neq m_Y$; 2) H_1: $m_X > m_Y$.

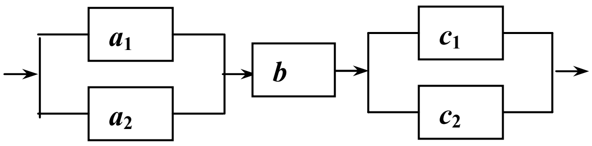
10. По критерию Пирсона, при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу о распределении случайной величины X по закону $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad -\infty < x < \infty$, если задано n_k попаданий выборочных значений случайной величины X в подинтервал $\Omega_k = (a_k, b_k)$:

Ω_k	$-3 \div -2$	$-2 \div -1$	$-1 \div 0$	$0 \div 1$	$1 \div 2$	$2 \div 3$
n_k	6	14	30	23	16	11

Вариант № 8

1. Из 100 конденсаторов за время T из строя выходят 5 конденсаторов. Для контроля выбирают 5 конденсаторов. Найти вероятность того, что среди них за время T из строя выйдет ровно 1 конденсатор, используя классическое определение вероятности, формулу Бернулли, формулу Пуассона и локальную теорему Лапласа.

2. Система S состоит из трех независимых подсистем S_a, S_b и S_c. Неисправность хотя бы одной подсистемы ведет к неисправности всей системы (подсистемы соединены последовательно). Подсистемы S_a и S_c состоят из двух независимых дублирующих блоков a_k и c_k (k=1, 2) (схема параллельного подсоединения блоков в подсистемах).



Найти надежность системы – вероятность того, что система будет исправна в течение некоторого времени, если известны надежности блоков $P(a_k) = 0{,}8$; $P(b) = 0{,}95$; $P(c_k) = 0{,}85$.

3. Прибор состоит из двух дублирующих друг друга узлов a и b (соединенных параллельно в смысле надежности) и стабилизатора напряжения S, работающего в двух режимах. При работе стабилизатора в первом режиме с вероятностью 0,8 надежность узлов $P(a)$=0,9, $P(b)$=0,95. При работе стабилизатора во втором режиме надежность узлов $P(a) = 0{,}8$; $P(b) = 0{,}9$. Найти надежность прибора, если узлы независимы.

4. Из 10 приборов, среди которых имеется 6 новых и 4 бывших в употреблении, выбраны случайным образом 4 прибора. Для случайного числа X новых приборов, содержащихся в выборке, построить законы распределений, их графики, найти ее числовые характеристики.

5. Задана плотность распределения $f(x)$ случайной величины X:

$$f(x) = \begin{cases} Ax, & x \in (0,10); \\ 0, & x \notin (0,10). \end{cases}$$

Требуется найти коэффициент A, построить график плотности распределения $f(x)$, найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график, найти вероятность попадания величины X на участок от 0 до 5. Найти числовые характеристики случайной величины X. По выборке объема n = 100 построен ряд распределения:

x_i	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,6	8,5
p_i	0,06	0,09	0,15	0,20	0,16	0,11	0,09	0,08	0,06

Построить гистограмму, полигон и эмпирическую функцию распределения. Найти точечные оценки математического ожидания, дисперсии, среднеквадратичного отклонения, асимметрии и эксцесса.

6. Найти доверительный интервал с надежностью β = 0,95 неизвестного математического ожидания нормальной случайной величины X, зная $\bar{x}$ = 20, n = 36, если 1) σ = 10; 2) s = 10.

7. По результатам эксперимента получена таблица наблюдений системы случайных величин (X, Y):

Y	X					
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
1	0,02	0,04	0,01	0,0	0,0	0,0
2	0,03	0,06	0,10	0,13	0,02	0,0
3	0,0	0,0	0,05	0,08	0,15	0,01
4	0,0	0,0	0,02	0,04	0,08	0,06
5	0,0	0,0	0,01	0,02	0,04	0,03

Оценить данную матрицу распределения (X, Y) на регрессию видов $f(x) = \beta_1 + \beta_2 x$ и $f(x) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2$.

9. По двум независимым выборкам объемов n_X = 9 и n_Y = 8 нормальных распределений найдены выборочные средние $\bar{x}$ = 55,5 и $\bar{y}$ = 49,1 и исправленные выборочные дисперсии s_x^2 = 1,8 и s_y^2 = 2,4. При уровне значимости α = 0,05 проверить нулевую гипотезу H_0: $m_X = m_Y$ при конкурирующей H_1: $m_X > m_Y$.

10. По критерию Пирсона, при уровне значимости α = 0,025 проверить гипотезу о распределении случайной величины X по закону $F(x)$=1

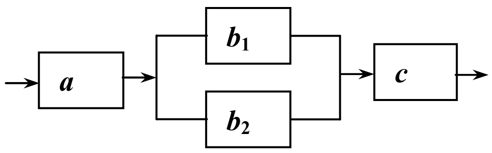
– $(x–1)^2$ при $x\in(0, 1)$, если задано n_k попаданий выборочных значений случайной величины X в подинтервал $\Omega_k = (a_k, b_k)$:

Ω_k	0,0 ÷ 0,1	0,1 ÷ 0,2	0,2 ÷ 0,4	0,4 ÷ 0,6	0,6 ÷ 1,0
n_k	50	20	15	10	5

Вариант № 9

1. Из 100 изделий, среди которых имеется 4 нестандартных, выбраны случайным образом 6 изделий для проверки их качества. Определить вероятность того, что среди выбранных 6 изделий окажется ровно 1 нестандартное изделие, используя классическое определение вероятности, формулу Бернулли, формулу Пуассона и локальную теорему Лапласа.

2. Система S состоит из трех независимых подсистем S_a, S_b и S_c. Неисправность хотя бы одной подсистемы ведет к неисправности всей системы (подсистемы соединены последовательно). Подсистема S_b состоит из двух независимых дублирующих блоков b_k (k=1, 2) (схема параллельного подсоединения блоков в подсистемах).



Найти надежность системы – вероятность того, что система будет исправна в течение некоторого времени, если известны надежности блоков $P(a) = 0{,}95$; $P(b_k) = 0{,}9$; $P(c) = 0{,}99$.

3. Дана система из двух блоков a и b, соединенных параллельно в смысле надежности. Каждый из двух блоков может работать независимо от другого в трех разных режимах. Вероятность наступления первого режима 0,1, второго – 0,3. Надежность работы первого блока в 1-м, 2-м, 3-м режимах равна соответственно 0,9; 0,8; 085. Надежность работы второго блока в 1-м, 2-м, 3-м режимах равна соответственно0,9; 0,95; 0,8. Найти надежность системы, если блоки независимы.

4. Передается 5 сообщений по каналу связи. Каждое сообщениес вероятностью p = 0,3 независимо от других искажается. Случайная величина X – число неискаженных сообщений. Построить ее законы распределения, их графики, найти ее числовые характеристики. Найти вероятность того, что будет искажено не менее двух сообщений.

5. Задана плотность распределения $f(x)$ случайной величины X:

$$f(x) = \begin{cases} A\sin^2 x, & x \in (0, \pi); \\ 0, & x \notin (0, \pi). \end{cases}$$

Требуется найти коэффициент A, построить график плотности распределения $f(x)$, найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график, найти вероятность попадания величины X на участок от 0 до $\frac{\pi}{4}$. Найти числовые характеристики случайной величины X.

6. По выборке объема n = 100 построен ряд распределения:

x_i	–3,5	–2,5	–1,5	–0,5	0,5	1,5	2,5
p_i	0,10	0,19	0,22	0,16	0,14	0,11	0,08

Построить гистограмму, полигон и эмпирическую функцию распределения. Найти точечные оценки математического ожидания, дисперсии, среднеквадратичного отклонения, асимметрии и эксцесса.

7. Каково должно быть число опытов, чтобы с надежностью β = 0,95 точность оценки математического ожидания нормальной случайной величины была равна ε = 1,5, если σ = 15.

8. По результатам эксперимента получена таблица наблюдений системы случайных величин (X, Y):

Y	X					
	–0,5	–1,0	–1,5	–2,0	–2,5	–3,0
0,5	0,02	0,03	0,03	0,02	0,0	0,0
1,0	0,0	0,06	0,10	0,12	0,03	0,0
1,5	0,0	0,0	0,05	0,08	0,13	0,02
2,0	0,0	0,0	0,01	0,05	0,08	0,08
2,5	0,0	0,0	0,0	0,02	0,03	0,04

Оценить данную матрицу распределения (X, Y) на регрессию видов $f(x) = \beta_1 + \beta_2 x$ и $f(x) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2$.

9. По двум независимым выборкам объемов n_X =15 и n_Y = 10 нормальных распределений найдены выборочные средние $\overline{x}$ =21,8и $\overline{y}$ =19,9 и исправленные выборочные дисперсии s_x^2 = 0,85 и s_y^2 = 0,95. При уровне значимости α = 0,01 проверить нулевую гипотезуH_0: $m_X = m_Y$ при конкурирующей H_1: $m_X > m_Y$.

10. По критерию Пирсона, при уровне значимости α = 0,025 проверить гипотезу о распределении случайной величины X по закону $f(x)$ =1

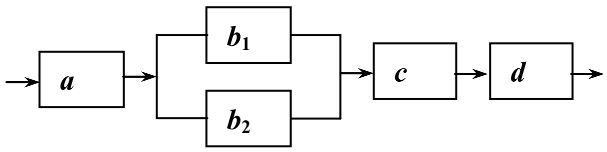
– $|x|$ при $x \in (-1,\ 1)$, если задано n_k попаданий выборочных значений случайной величины X в подинтервал $\Omega_k = (a_k,\ b_k)$:

Ω_k	$-1{,}0 \div -0{,}5$	$-0{,}5 \div 0{,}0$	$0{,}0 \div 0{,}5$	$0{,}5 \div 1{,}0$
n_k	6	18	22	4

Вариант № 10

1. Из 50 конденсаторов за время T из строя выходят 3 конденсаторов. Для контроля выбирают 7 конденсаторов. Найти вероятность того, что среди них за время T из строя выйдет ровно 1 конденсатор, используя классическое определение вероятности, формулу Бернулли, формулу Пуассона и локальную теорему Лапласа.

2. Система S состоит из четырех независимых подсистем S_a, S_b, S_c и S_d. Неисправность хотя бы одной подсистемы ведет к неисправности всей системы (подсистемы соединены последовательно). Подсистема S_b состоит из двух независимых дублирующих блоков b_k (k=1, 2) (схема параллельного подсоединения блоков в подсистемах).



Найти надежность системы – вероятность того, что система будет исправна в течение некоторого времени, если известны надежности блоков $P(a) = 0{,}95$; $P(b_k) = 0{,}9$; $P(c) = 0{,}8$; $P(d) = 0{,}85$.

3. Дана система из двух блоков a и b, соединенных параллельно в смысле надежности. Каждый из двух блоков может работать независимо от другого в двух разных режимах. Вероятность наступления первого режима 0,2. Надежность работы первого блока в 1-м, 2-м режимах равна соответственно 0,8; 0,7. Надежность работы второго блока в 1-м, 2-м режимах равна соответственно 0,9; 0,8. Найти надежность системы, если блоки независимы.

4. Устройство состоит из 1000 независимых элементов. Вероятность отказа работы каждого элемента в течение времени T равна p = 0,001. Для случайной величины X – числа отказавших элементов в течение времени T построить законы распределения, их графики, найти ее числовые характеристики.

5. Задана плотность распределения $f(x)$ случайной величины X:

$$f(x) = \begin{cases} A\cos^2 x, & |x| \le \dfrac{\pi}{2}; \\ 0, & |x| > \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Требуется найти коэффициент A, построить график плотности распределения $f(x)$, найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график, найти вероятность попадания величины X на участок от 0 до 1. Найти числовые характеристики случайной величины X.

6. По выборке объема n = 100 построен ряд распределения:

x_i	0,0	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0
p_i	0,08	0,13	0,19	0,23	0,17	0,12	0,08

Построить гистограмму, полигон и эмпирическую функцию распределения. Найти точечные оценки математического ожидания, дисперсии, среднеквадратичного отклонения, асимметрии и эксцесса.

7. Какова вероятность того, что среднеарифметическое из $n = 50$ измерений для выборки из нормального распределения отличается от истинного значения не более, чем на $\varepsilon = 4$, если 1) $\sigma = 10$; 2) $s = 10$.

8. По результатам эксперимента получена таблица наблюдений системы случайных величин (X, Y):

Y	X: –1	–2	–3	–4	–5	–6
–1	0,01	0,03	0,02	0,0	0,0	0,0
–2	0,01	0,06	0,09	0,14	0,03	0,0
–3	0,0	0,0	0,05	0,08	0,15	0,01
–4	0,0	0,0	0,02	0,05	0,08	0,07
–5	0,0	0,0	0,0	0,02	0,03	0,05

Оценить данную матрицу распределения (X, Y) на регрессию видов $f(x) = \beta_1 + \beta_2 x$ и $f(x) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2$.

9. По двум независимым выборкам объемов $n_X = 4$ и $n_Y = 5$ нормальных распределений найдены выборочные средние $\overline{x} = 2,2$ и $\overline{y} = 1,9$ и исправленные выборочные дисперсии $s_x^2 = 0,08$ и $s_y^2 = 0,12$. При уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить нулевую гипотезу H_0: $m_X = m_Y$ при конкурирующей H_1: $m_X \neq m_Y$.

10. По критерию Пирсона, при уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу о распределении случайной величины X по закону $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{8\pi}} e^{-\frac{(x-2)^2}{8}}$, $-\infty < x < \infty$, если задано n_k попаданий выборочных значений случайной величины X в подинтервал $\Omega_k = (a_k, b_k)$:

Ω_k	$-2 \div -1$	$-1 \div 0$	$0 \div 1$	$1 \div 2$	$2 \div 3$	$3 \div 4$
n_k	1	3	6	12	18	10

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Литература обязательная

1. Лазарева Л.И. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / Л.И. Лазарева, А.А. Михальчук. – Томск: Изд-во ТПУ, 2010. – 144 с.
2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 2005. – 479 с.
3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистики: учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 2004. – 404 с.

5.2. Литература дополнительная

4. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Физматгиз, 2001. – 575 с.
5. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. – М.: Наука, 1988. – 448 с.
6. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: Высш. шк., 2000. – 480 с.
7. Сборник задач по математике для втузов. Ч. 3. Теория вероятностей и математическая статистика / под ред. А.В. Ефимова. – М. Наука, 1990. – 428 с.

5.3. Учебно-методические пособия

8. Константинова Л.И. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2005. – 140 с.
9. Шинкеев М.Л. Теория вероятностей: сборник индивидуальных заданий. – Томск: Изд-во ТПУ, 2003.
10. Шинкеев М.Л. Системы случайных величин, закон больших чисел и центральная предельная теорема: сборник индивидуальных заданий. – Томск: Изд-во ТПУ, 2004.
11. Китаева А.В. Задачи по теории вероятностей: Методические указания по теории вероятностей для студентов ЭЛТИ / А.В. Китаева, О.Л. Крицкий. – Томск: Изд-во ТПУ, 2003.
12. Лазарева Л.И. Теория вероятностей и математическая статистика: сборник индивидуальных заданий / Л.И. Лазарева, А.А. Михальчук. – Томск: Изд-во ТПУ, 2000.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ТАБЛИЦА

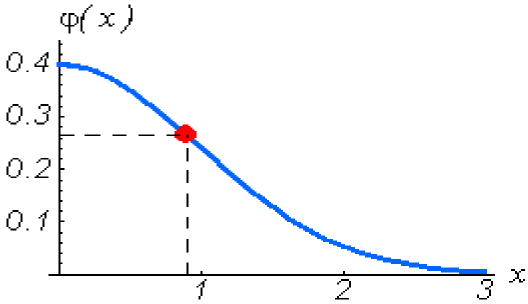
важнейших дискретных и непрерывных распределений случайной величины X

Распределение		Параметры	$M(X)$	$D(X)$
Биномиальное	$P\{X=m\}=C_n^m p^m(1-p)^{n-m}$, $m=0, 1, ..., n$	$n=1, 2, ...$ $0\le p\le 1$	np	npq
Пуассона	$P\{X=m\}=\dfrac{a^m e^{-a}}{m!}$, $m=0, 1, 2, ...$	$a>0$	a	a
Геометрическое	$P\{X=m\}=p(1-p)^m$, $m=0, 1, ...$	$0\le p\le 1$	$\dfrac{1-p}{p}$	$\dfrac{1-p}{p^2}$
Гипергеометрическое	$P\{X=m\}=\dfrac{C_M^m C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}$, $m=0, 1,\ldots, \min(M, n)$	$N=2, 3, \ldots$ $M=1, 2, \ldots < N$ $n=1, 2, \ldots < N$	$\dfrac{nM}{N}$	$\dfrac{nM(N-M)(N-n)}{(N-1)N^2}$
Равномерное	$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, & x\in(a,b);\\ 0, & x\notin(a,b)\end{cases}$	(a, b) – любой интервал на оси Ox	$\dfrac{a+b}{2}$	$\dfrac{(b-a)^2}{12}$
Показательное	$f(x)=\begin{cases}0, & x<0;\\ \lambda e^{-\lambda x}, & x\ge 0\end{cases}$	$\lambda>0$	$\dfrac{1}{\lambda}$	$\dfrac{1}{\lambda^2}$
Нормальное (Гаусса)	$f(x)=\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$	$-\infty<a<\infty$ $\sigma>0$	a	σ^2

Приложение 2

Таблица значений функции

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$$

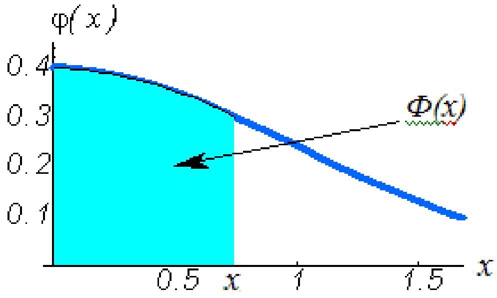


x	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
0,0	0,398	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,242	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,054	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2.2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,004	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006

Приложение 3

Таблица значений функции

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-z^2/2} dz$$



x	Φ(*x*)	*x*	Φ(*x*)	*x*	Φ(*x*)	*x*	Φ(*x*)
0,00	0,0000	0,30	0,1179	0,60	0,2257	0,90	0,3159
0,01	0,0040	0,31	0,1217	0,61	0,2291	0,91	0,3186
0,02	0,0080	0,32	0,1255	0,62	0,2324	0,92	0,3212
0,03	0,0120	0,33	0,1293	0,63	0,2357	0,93	0,3238
0,04	0,0160	0,34	0,1331	0,64	0,2389	0,94	0,3264
0,05	0,0199	0,35	0,1368	0,65	0,2422	0,95	0,3289
0,06	0,0239	0,36	0,1406	0,66	0,2454	0,96	0,3315
0,07	0,0279	0,37	0,1443	0,67	0,2486	0,97	0,3340
0,08	0,0319	0,38	0,1480	0,68	0,2517	0,98	0,3365
0,09	0,0359	0,39	0,1517	0,69	0,2549	0,99	0,3389
0,10	0,0398	0,40	0,1554	0,70	0,2580	1,00	0,3413
0,11	0,0438	0,41	0,1591	0,71	0,2611	1,01	0,3438
0,12	0,0478	0,42	0,1628	0,72	0,2642	1,02	0,3461
0,13	0,0517	0,43	0,1664	0,73	0,2673	1,03	0,3485
0,14	0,0557	0,44	0,1700	0,74	0,2703	1,04	0,3508
0,15	0,0596	0,45	0,1736	0,75	0,2734	1,05	0,3531
0,16	0,0636	0,46	0,1772	0,76	0,2764	1,06	0,3554
0,17	0,0675	0,47	0,1808	0,77	0,2794	1,07	0,3577
0,18	0,0714	0,48	0,1844	0,78	0,2823	1,08	0,3599
0,19	0,0753	0,49	0,1879	0,79	0,2852	1,09	0,3621
0,20	0,0793	0,50	0,1915	0,80	0,2881	1,10	0,3643
0,21	0,0832	0,51	0,1950	0,81	0,2910	1,11	0,3665
0,22	0,0871	0,52	0,1985	0,82	0,2939	1,12	0,3686
0,23	0,0910	0,53	0,2019	0,83	0,2967	1,13	0,3708
0,24	0,0948	0,54	0,2054	0,84	0,2995	1,14	0,3729
0,25	0,0987	0,55	0,2088	0,85	0,3023	1,15	0,3749
0,26	0,1026	0,56	0,2123	0,86	0,3051	1,16	0,3770
0,27	0,1064	0,57	0,2157	0,87	0,3078	1,17	0,3790
0,28	0,1103	0,58	0,2190	0,88	0,3106	1,18	0,3810
0,29	0,1141	0,59	0,2224	0,89	0,3133	1,19	0,3830

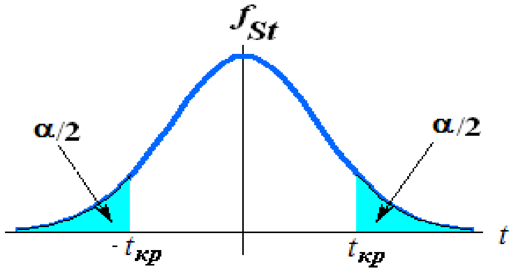
ПРОДОЛЖЕНИЕ ТАБЛИЦЫ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ Ф(*X*)

x	Ф(*x*)	*x*	Ф(*x*)
1,20	0,3849	1,60	0,4452
1,21	0,3869	1,61	0,4463
1,22	0,3883	1,62	0,4474
1,23	0,3907	1,63	0,4484
1,24	0,3925	1,64	0,4495
1,25	0,3944	1,65	0,4505
1,26	0,3962	1,66	0,4515
1,27	0,3980	1,67	0,4525
1,28	0,3997	1,68	0,4535
1,29	0,4015	1,69	0,4545
1,30	0,4032	1,70	0,4554
1,31	0,4049	1,71	0,4564
1,32	0,4066	1,72	0,4573
1,33	0,4082	1,73	0,4582
1,34	0,4099	1,74	0,4591
1,35	0,4115	1,75	0,4599
1,36	0,4131	1,76	0,4608
1,37	0,4147	1,77	0,4616
1,38	0,4162	1,78	0,4625
1,39	0,4177	1,79	0,4633
1,40	0,4192	1,80	0,4641
1,41	0,4207	1,81	0,4649
1,42	0,4222	1,82	0,4656
1,43	0,4236	1,83	0,4664
1,44	0,4251	1,84	0,4671
1,45	0,4265	1,85	0,4678
1,46	0,4279	1,86	0,4686
1,47	0,4292	1,87	0,4693
1,48	0,4306	1,88	0,4699
1,49	0,4319	1,89	0,4706
1,50	0,4332	1,90	0,4713
1,51	0,4345	1,91	0,4719
1,52	0,4357	1,92	0,4726
1,53	0,4370	1,93	0,4732
1,54	0,4382	1,94	0,4738
1,55	0,4394	1,95	0,4744
1,56	0,4406	1,96	0,4750
1,57	0,4418	1,97	0,4756
1,58	0,4429	1,98	0,4761
1,59	0,4441	1,99	0,4767

x	Ф(*x*)	*x*	Ф(*x*)
2,00	0,4772	2,58	0,4951
2,02	0,4783	2,60	0,4953
2,04	0,4793	2,62	0,4956
2,06	0,4803	2,64	0,4959
2,08	0,4812	2,66	0,4961
2,10	0,4821	2,68	0,4963
2,12	0,4830	2,70	0,4965
2,14	0,4838	2,72	0,4967
2,16	0,4846	2,74	0,4969
2,18	0,4854	2,76	0,4971
2,20	0,4861	2,78	0,4973
2,22	0,4868	2,80	0,4974
2,24	0,4875	2,82	0,4976
2,26	0,4881	2,84	0,4977
2,28	0,4887	2,86	0,4979
2,30	0,4893	2,88	0,4980
2,32	0,4898	2,90	0,4981
2,34	0,4904	2,92	0,4982
2,36	0,4909	2,94	0,4984
2,38	0,4913	2,96	0,4985
2,40	0,4918	2,98	0,4986
2,42	0,4922	3,00	0,49865
2,44	0,4927	3,20	0,49931
2,46	0,4931	3,40	0,49966
2,48	0,4934	3,60	0,49984
2,50	0,4938	3,80	0,49992
2,52	0,4941	4,00	0,49996
2,54	0,4945	4,50	0,49999
2,56	0,4948	5,00	0,49999

Приложение 4

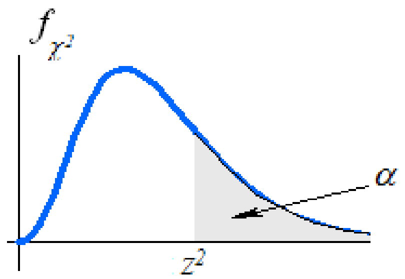
Критические точки $t_{кр}$ распределения Стьюдента



Число степеней свободы k	Уровень значимости α (*двусторонняя* крит. область)					
	0,10	**0,05**	**0,02**	**0,01**	**0,002**	**0,001**
1	6,31	12,70	31,82	63,70	318,30	637,0
2	2,92	4,30	6,97	9,92	22,33	31 ,6
3	2,35	3,18	4,54	5,84	10,22	12,9
4	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	2,01	2,57	3,37	4,03	5,89	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,40
8	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,03	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,96
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,51	3,79
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,74
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,44	3,71
28	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,17	3,37
∞	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29
	0,05	**0,025**	**0,01**	**0,005**	**0,001**	**0,0005**
	Уровень значимости α (*односторонняя* крит. область)					

Приложение 5

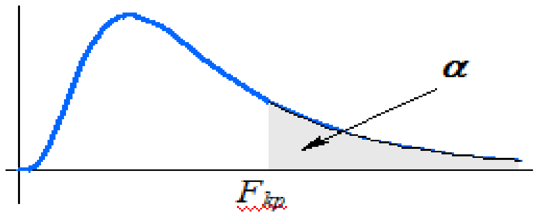
Критические точки z^2 распределения χ^2



Число степеней свободы *k*	Уровень значимости α					
	0,01	**0,025**	**0,05**	**0,95**	**0,975**	**0,99**
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,001	0,0002
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21 ,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31 ,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26
21	38,9	35,5	32,7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,2	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

Приложение 6

Критические точки F_{kp} распределения Фишера



Уровень значимости α = 0,01

k_2	k_1 - число степеней свободы большей дисперсии										
	2	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
2	99,0	99,2	99,3	99,3	99,4	99,3	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4
3	30,8	29,5	28,7	28,2	27,9	27,7	27,5	27,3	27,2	27,1	27,1
4	18,0	16,7	16,0	15,5	15,2	15,0	14,8	14,7	14,5	14,5	14,4
5	13,3	12,1	11,4	11,0	10,7	10,5	10,3	10,2	10,1	9,96	9,89
6	10,9	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72
7	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71	6,62	6,54	6,47
8	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,74	5,67
9	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,26	5,18	5,11
10	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,78	4,71
11	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,46	4,40
12	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16
13	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96
14	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,86	3,80
15	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73	3,67

Уровень значимости α = 0,05

k_2	k_1 – число степеней свободы большей дисперсии										
	2	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
2	19,0	19,2	19,3	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4
3	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,76	8,74
4	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,93	5,91
5	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,70	4,68
6	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00
7	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,60	3,57
8	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,31	3,28
9	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,10	3,07
10	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,94	2,91
11	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,82	2,79
12	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69
13	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,63	2,60
14	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,56	2,53
15	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,51	2,48