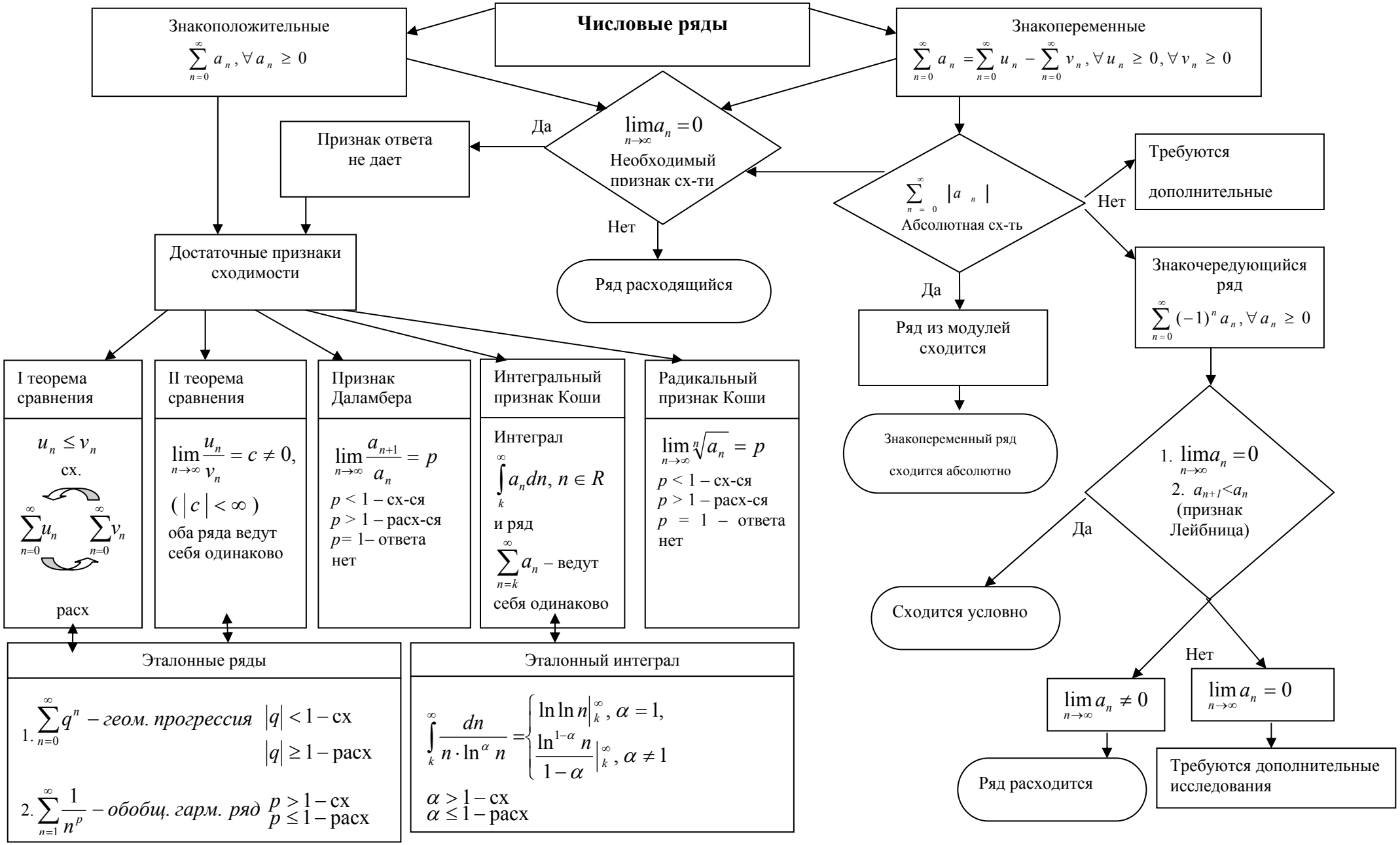
Числовые ряды
Знакоположительные
$\sum_{n=0}^{\infty} a_n, \forall a_n \geq 0$
Знакопеременные
$\sum_{n=0}^{\infty} a_n = \sum_{n=0}^{\infty} u_n - \sum_{n=0}^{\infty} v_n, \forall u_n \geq 0, \forall v_n \geq 0$
Да
$\lim_{n\to\infty} a_n = 0$
Необходимый признак сх-ти
Признак ответа не дает
Нет
Ряд расходящийся
$\sum_{n=0}^{\infty} |a_n|$
Абсолютная сх-ть
Нет
Требуются дополнительные
Да
Ряд из модулей сходится
Знакопеременный ряд сходится абсолютно
Знакочередующийся ряд
$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n a_n, \forall a_n \geq 0$
1. $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$
2. $a_{n+1} < a_n$ (признак Лейбница)
Да
Сходится условно
Нет
$\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$
Ряд расходится
$\lim_{n\to\infty} a_n = 0$
Требуются дополнительные исследования
Достаточные признаки сходимости
I теорема сравнения
$u_n \leq v_n$
сх.
$\sum_{n=0}^{\infty} u_n$ $\sum_{n=0}^{\infty} v_n$
расх
II теорема сравнения
$\lim_{n\to\infty} \frac{u_n}{v_n} = c \neq 0,$
$(|c| < \infty)$
оба ряда ведут себя одинаково
Признак Даламбера
$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = p$
$p < 1$ – сх-ся
$p > 1$ – расх-ся
$p = 1$ – ответа нет
Интегральный признак Коши
Интеграл
$\int_k^{\infty} a_n dn,\ n \in R$
и ряд
$\sum_{n=k}^{\infty} a_n$ – ведут себя одинаково
Радикальный признак Коши
$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = p$
$p < 1$ – сх-ся
$p > 1$ – расх-ся
$p = 1$ – ответа нет
Эталонные ряды
1. $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ – геом. прогрессия $|q| < 1$ – сх
$|q| \geq 1$ – расх
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ – обобщ. гарм. ряд $p > 1$ – сх
$p \leq 1$ – расх
Эталонный интеграл
$\int_k^{\infty} \frac{dn}{n \cdot \ln^{\alpha} n} = \begin{cases} \ln\ln n \Big|_k^{\infty}, \alpha = 1, \\ \frac{\ln^{1-\alpha} n}{1-\alpha} \Big|_k^{\infty}, \alpha \neq 1 \end{cases}$
$\alpha > 1$ – сх
$\alpha \leq 1$ – расх