Функции комплексного переменного

$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ – модуль z

$x = Re\, z$ – действительная часть z – действ. число,
$y = \mathbf{Im\, z}$ – мнимая часть z – **действительное число**
i – мнимая единица, $i^2 = -1$

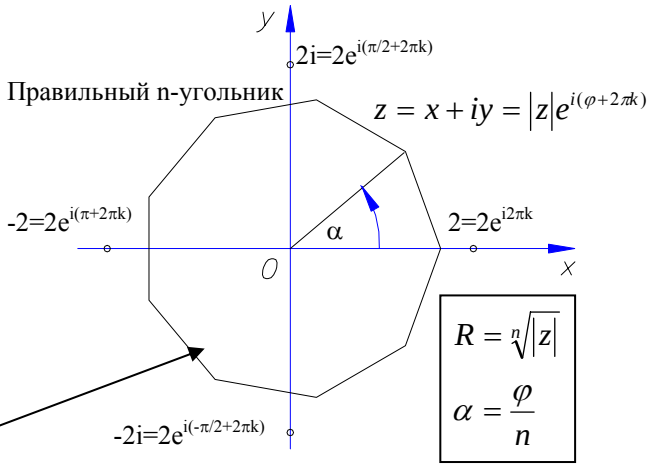
$z = x + iy$ – алгебраическая форма записи компл. числа

Главное значение аргумента

$$\varphi = \arg z = \begin{cases} arctg\dfrac{y}{x}, I, IV \text{ четверть} \\ arctg\dfrac{y}{x} + \pi, II \text{ четверть} \\ arctg\dfrac{y}{x} - \pi, \text{III четверть} \end{cases}$$

$$-\pi < \varphi \le \pi \qquad Argz = \arg z + 2\pi k$$

Правильный n-угольник



$$R = \sqrt[n]{|z|}$$
$$\alpha = \frac{\varphi}{n}$$

Показательная форма записи компл. числа
$z = |z|e^{i\varphi}$

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{|z|}e^{i\frac{\varphi+2\pi k}{n}}, \; k = 0,1,\ldots, n-1$$

Формула Эйлера
$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$

Тригонометрическая форма записи комплексного числа
$z = |z|(\cos\varphi + i\sin\varphi)$

$$\cos\varphi = \frac{e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}}{2} \quad \sin\varphi = \frac{e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}}{2i}$$
$$ch\varphi = \frac{e^{\varphi} + e^{-\varphi}}{2} \quad sh\varphi = \frac{e^{\varphi} - e^{-\varphi}}{2}$$

$$shz = -i\sin iz$$
$$chz = \cos iz$$

$$Arc\sin z = w \to z = \sin w = \frac{e^{iw} - e^{-iw}}{2i} = \frac{e^{2iw} - 1}{2ie^{iw}} \to e^{2iw} - 2ize^{wi} - 1 = 0 \to e^{iw} = iz \pm \sqrt{1 - z^2} \to$$
$$\to w = Arc\sin z = -iLn(iz \pm \sqrt{1 - z^2})$$

$$Arc\sin z = -iLn(iz \pm \sqrt{1 - z^2})$$
$$Arc\cos z = -iLn(z \pm \sqrt{z^2 - 1})$$
$$Arctgz = -\frac{i}{2}Ln\frac{1 + iz}{1 - iz}$$
$$Arcctgz = \frac{i}{2}Ln\frac{z - i}{z + i}$$

$$Lnz = \ln|z| + i(\varphi + 2\pi k)$$

$$z^n = e^{nLnz}$$
$$a^z = e^{zLna}$$