Варианты домашних заданий и методические указания

Индивидуальное задание № 1

Вариант № 1

1. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & -4 \\ 1 & -7 & 3 & 3 \\ 0 & 8 & -5 & -3 \\ 5 & -9 & 0 & 5 \end{vmatrix}.$$

2. Вычислите произведения матриц $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ и $\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$, если

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 4 & -3 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

3. Решите матричное уравнение:

$$\mathbf{X}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}+4\cdot\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}=3\cdot\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Решите систему уравнений тремя способами:
а) методом Крамера;
б) матричным методом;
в) методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} 4x_1 - 8x_2 - 5x_3 = 3, \\ -4x_1 + 7x_2 - x_3 = -8, \\ x_1 - 3x_2 - 4x_3 = -1. \end{cases}$$

5. Найдите общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x_1+2x_2+x_3+x_4-11x_5=-2, \\ x_1+2x_2+3x_3+3x_4+7x_5=30, \\ x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=7, \\ 5x_1+3x_2+x_3+x_4-7x_5=-11. \end{cases}$$

6. Найдите общее решение системы линейных однородных уравнений и запишите её фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 0, \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 0. \end{cases}$$

7. Даны три вектора $\vec{a} = \{1; 3; -1\}$, $\vec{b} = \{2; 3; -2\}$, $\vec{c} = \{0; -2; 1\}$.

Найдите:

а) вектор $\vec{d} = 3\vec{a} - \vec{b} - 2\vec{c}$, его модуль, направляющие косинусы, орт $\vec{d}_0$;

б) скалярное произведение $(\vec{a} + \vec{c}, \vec{b} - \vec{a})$;

в) векторное произведение $[\vec{a} + \vec{c}, \vec{b} - \vec{a}]$;

г) смешанное произведение $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$.

8. Найдите модули векторов $\vec{p} = -\vec{a} + 4\vec{b}$ и $\vec{q} = 5\vec{a} + 2\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 2$, $(\vec{a}, \hat{\ } \vec{b}) = 120^\circ$.

9. Даны векторы $\vec{a} = \{1; 1; 4\}$ и $\vec{b} = \{-2; -1; 1\}$. Найдите вектор $\vec{x}$, если известно, что $\vec{x} \parallel \vec{a}$ и $(\vec{x}, \vec{b}) = 4$.

10. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{2; -1; 3\}$ и $\vec{b} = \{1; -2; 1\}$, образует с осью Oz острый угол. Найдите его координаты, если известно, что $|\vec{x}| = \sqrt{3}$.

11. Даны вершины пирамиды $A(1; 5; -7)$, $B(-3; 6; 3)$, $C(-2; 7; 3)$, $D(-4; 8; -12)$. Найдите объём пирамиды и длину её высоты, опущенной на грань ABC.

Вариант № 2

1. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -4 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & -1 & -5 \\ 3 & -7 & 1 & -5 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{vmatrix}.$$

2. Вычислите произведения матриц $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ и $\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$, если

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

3. Решите матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\cdot\mathbf{X}-3\cdot\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}=4\cdot\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Решите систему уравнений тремя способами:
а) методом Крамера;
б) матричным методом;
в) методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 2, \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2, \\ -5x_1 - 4x_2 - x_3 = -6. \end{cases}$$

5. Найдите общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 1, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 = -1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 1. \end{cases}$$

6. Найдите общее решение системы линейных однородных уравнений и запишите её фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ x_1 - 4x_2 + 6x_3 - 10x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases}$$

7. Даны три вектора $\vec{a} = \{2; 1; -1\}$, $\vec{b} = \{6; -1; -4\}$, $\vec{c} = \{4; 2; 1\}$. Найдите:

а) вектор $\vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$, его модуль, направляющие косинусы, орт $\vec{d}_0$;

б) скалярное произведение $(\vec{a} + \vec{c}, \vec{b} - \vec{a})$;

в) векторное произведение $[\vec{a} + \vec{c}, \vec{b} - \vec{a}]$;

г) смешанное произведение $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$.

8. Найдите модули векторов $\vec{p} = 3\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{q} = 4\vec{a} - 2\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 3\sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 4$, $(\vec{a} \,\widehat{,}\, \vec{b}) = 135^\circ$.

9. Даны векторы $\vec{a} = \{1; -1; 2\}$ и $\vec{b} = \{2; -1; 0\}$. Найдите вектор $\vec{x}$, если известно, что $\vec{x} \,||\, \vec{a}$ и $(\vec{x}, \vec{b}) = 9$.

10. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{2; 1; 4\}$ и $\vec{b} = \{2; -1; 1\}$, образует с осью Oy тупой угол. Найдите его координаты, если известно, что $|\vec{x}| = \sqrt{11}$.

11. Даны вершины пирамиды $A(2; -1; 2)$, $B(1; 2; -1)$, $C(3; 2; 1)$, $D(-4; 2; 5)$. Найдите объём пирамиды и длину её высоты, опущенной на грань ABC.

Вариант № 3

1. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 & 2 \\ -4 & -1 & 2 & 1 \\ 3 & -3 & 2 & 1 \\ 7 & 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}.$$

2. Вычислите произведения матриц $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ и $\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$, если

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \ \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Решите матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = 5 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Решите систему уравнений тремя способами:
а) методом Крамера;
б) матричным методом;
в) методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 7x_2 + 2x_3 = -11, \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 3. \end{cases}$$

5. Найдите общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2. \end{cases}$$

6. Найдите общее решение системы линейных однородных уравнений и запишите её фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$

7. Даны три вектора $\vec{a} = \{2; -1; -2\}$, $\vec{b} = \{1; 2; 1\}$, $\vec{c} = \{5; 0; -6\}$. Найдите:

а) вектор $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}$, его модуль, направляющие косинусы, орт $\vec{d}_0$;

б) скалярное произведение $(\vec{a} + \vec{c}, \vec{b} - \vec{a})$;

в) векторное произведение $[\vec{a} + \vec{c}, \vec{b} - \vec{a}]$;

г) смешанное произведение $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$.

8. Найдите модули векторов $\vec{p} = 2\vec{a} + 4\vec{b}$ и $\vec{q} = 3\vec{a} - \vec{b}$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$, $(\vec{a}, \hat{\ } \vec{b}) = 150^\circ$.

9. Даны векторы $\vec{a} = \{3; -1; 5\}$ и $\vec{b} = \{1; 2; -3\}$. Найдите вектор $\vec{x}$, если известно, что $\vec{x} \,||\, \vec{a}$ и $(\vec{x}, \vec{b}) = -4$.

10. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{2; 3; -1\}$ и $\vec{b} = \{1; -1; 2\}$, образует с осью Oy острый угол. Найдите его координаты, если известно, что $|\vec{x}| = \sqrt{12}$.

11. Даны вершины пирамиды $A(-2; -1; -1)$, $B(0; 3; 2)$, $C(3; 1; -4)$, $D(-4; 7; 3)$. Найдите объём пирамиды и длину её высоты, опущенной на грань ABC.

Вариант № 4

1. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 8 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 0 & 3 \end{vmatrix}.$$

2. Вычислите произведения матриц $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ и $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$, если

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -1 \\ 0 & 8 & 2 \end{pmatrix}, \ \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

3. Решите матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} = -2 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Решите систему уравнений тремя способами:
а) методом Крамера;
б) матричным методом;
в) методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8, \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -1, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

5. Найдите общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 + 5x_5 = -1, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 2x_4 - x_5 = -2, \\ x_1 - 5x_2 - 2x_3 + 2x_4 - 4x_5 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 3. \end{cases}$$

6. Найдите общее решение системы линейных однородных уравнений и запишите её фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 - 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases}$$

7. Даны три вектора $\vec{a} = \{1; 2; 3\}$, $\vec{b} = \{-1; 0; 4\}$, $\vec{c} = \{-2; 0; -1\}$.
Найдите:
а) вектор $\vec{d} = 3\vec{a} - 3\vec{b} + 2\vec{c}$, его модуль, направляющие косинусы, орт $\vec{d}_0$;
б) скалярное произведение $(\vec{a} + \vec{c}, \vec{b} - \vec{a})$;
в) векторное произведение $[\vec{a} + \vec{c}, \vec{b} - \vec{a}]$;
г) смешанное произведение $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$.

8. Найдите модули векторов $\vec{p} = -\vec{a} + 4\vec{b}$ и $\vec{q} = 3\vec{a} - 4\vec{b}$, если $|\vec{a}| = \sqrt{6}$, $|\vec{b}| = \sqrt{2}$, $(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = 30^\circ$.

9. Даны векторы $\vec{a} = \{3; -1; 5\}$ и $\vec{b} = \{1; 2; -3\}$. Найдите вектор $\vec{x}$, если известно, что $\vec{x} \parallel \vec{a}$ и $(\vec{x}, \vec{b}) = 14$.

10. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{0; -3; -2\}$ и $\vec{b} = \{2; 0; 3\}$, образует с осью Oy острый угол. Найдите его координаты, если известно, что $|\vec{x}| = 6$.

11. Даны вершины пирамиды $A(1; 5; -7)$, $B(-3; 6; 3)$, $C(-2; 7; 3)$, $D(1; -1; 2)$. Найдите объём пирамиды и длину её высоты, опущенной на грань ABC.

Вариант № 5

1. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 5 \\ 0 & 7 & 4 & -8 \\ 2 & 6 & 7 & -3 \\ 15 & 0 & 8 & 19 \end{vmatrix}.$$

2. Вычислите произведения матриц $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ и $\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$, если

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 2 & 5 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}.$$

3. Решите матричное уравнение:

$$\mathbf{X}\cdot\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}+3\cdot\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}=3\cdot\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

4. Решите систему уравнений тремя способами:
а) методом Крамера;
б) матричным методом;
в) методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 8, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ x_1 + 3x_2 + 6x_3 = 11. \end{cases}$$

5. Найдите общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1+5x_2-4x_3+5x_4-13x_5=-5, \\ x_1+2x_2-3x_3+4x_4-7x_5=-3, \\ x_1+3x_2-2x_3+2x_4-4x_5=-1, \\ x_1+x_2-5x_3+7x_4-8x_5=-4. \end{cases}$$

6. Найдите общее решение системы линейных однородных уравнений и запишите её фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} x_1-3x_2+4x_3+3x_4=0, \\ 3x_1-8x_2+x_3+2x_4=0, \\ 2x_1-5x_2-3x_3-x_4=0. \end{cases}$$

7. Даны три вектора $\vec{a}=\{4;0;-1\}$, $\vec{b}=\{5;-2;2\}$, $\vec{c}=\{0;-2;-1\}$. Найдите:

а) вектор $\vec{d}=3\vec{a}-\vec{b}-\vec{c}$, его модуль, направляющие косинусы, орт $\vec{d}_0$;

б) скалярное произведение $(\vec{a}+\vec{c},\vec{b}-\vec{a})$;

в) векторное произведение $[\vec{a}+\vec{c},\vec{b}-\vec{a}]$;

г) смешанное произведение $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$.

8. Найдите модули векторов $\vec{p}=2\vec{a}-3\vec{b}$ и $\vec{q}=\vec{a}+2\vec{b}$, если $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=5$, $(\vec{a},\hat{\ }\vec{b})=120^\circ$.

9. Даны векторы $\vec{a}=\{-2;-4;-1\}$ и $\vec{b}=\{3;0;5\}$. Найдите вектор $\vec{x}$, если известно, что $\vec{x}\,||\,\vec{a}$ и $(\vec{x},\vec{b})=-2$.

10. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}=\{4;-2;-3\}$ и $\vec{b}=\{0;1;3\}$, образует с осью Oz тупой угол. Найдите его координаты, если известно, что $|\vec{x}|=26$.

11. Даны вершины пирамиды $A(2;-4;-3)$, $B(5;-6;0)$, $C(-1;3;-3)$, $D(-10;-8;7)$. Найдите объём пирамиды и длину её высоты, опущенной на грань ABC.

Вариант № 6

1. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 1 & 3 \\ 4 & -6 & -2 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 5 \end{vmatrix}.$$

2. Вычислите произведения матриц $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ и $\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$, если

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 0 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

3. Решите матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\cdot\mathbf{X}-2\cdot\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}=3\cdot\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Решите систему уравнений тремя способами:
а) методом Крамера;
б) матричным методом;
в) методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} 2x_1-7x_2+x_3=-4, \\ x_1+x_2-x_3=1, \\ 4x_1-x_2+x_3=4. \end{cases}$$

5. Найдите общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1+x_2-x_3-x_4+x_5=1, \\ x_1-x_2+x_3+x_4-2x_5=0, \\ 3x_1+3x_2-3x_3-3x_4+4x_5=2, \\ 4x_1+5x_2-5x_3-5x_4+7x_5=3. \end{cases}$$

6. Найдите общее решение системы линейных однородных уравнений и запишите её фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$$

7. Даны три вектора $\vec{a} = \{3; 3; -1\}$, $\vec{b} = \{5; 1; -2\}$, $\vec{c} = \{4; 1; 1\}$.
Найдите:
а) вектор $\vec{d} = -3\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}$, его модуль, направляющие косинусы, орт $\vec{d}_0$;
б) скалярное произведение $(\vec{a} + \vec{c}, \vec{b} - \vec{a})$;
в) векторное произведение $[\vec{a} + \vec{c}, \vec{b} - \vec{a}]$;
г) смешанное произведение $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$;

8. Найдите модули векторов $\vec{p} = 2\vec{a} + 4\vec{b}$ и $\vec{q} = \vec{a} - 3\vec{b}$, если $|\vec{a}| = \sqrt{2}$, $|\vec{b}| = \sqrt{6}$, $(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = 30^\circ$.

9. Даны векторы $\vec{a} = \{1; 3; -1\}$ и $\vec{b} = \{2; -1; 3\}$. Найдите вектор $\vec{x}$, если известно, что $\vec{x} \parallel \vec{a}$ и $(\vec{x}, \vec{b}) = 8$.

10. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{1; -3; 4\}$ и $\vec{b} = \{3; 1; -1\}$, образует с осью Ox тупой угол. Найдите его координаты, если известно, что $|\vec{x}| = \sqrt{30}$.

11. Даны вершины пирамиды $A(2; 3; 1)$, $B(4; 1; -2)$, $C(6; 3; 7)$, $D(7; 5; -3)$. Найдите объём пирамиды и длину её высоты, опущенной на грань ABC.

Вариант № 7

1. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 5 & 8 \\ 2 & 3 & -1 & -4 \\ -1 & -3 & -4 & -5 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \end{vmatrix}.$$

2. Вычислите произведения матриц $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ и $\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$, если

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Решите матричное уравнение:

$$\mathbf{X}\cdot\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}+2\cdot\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}=-\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Решите систему уравнений тремя способами:
а) методом Крамера;
б) матричным методом;
в) методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = -2, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5. \end{cases}$$

5. Найдите общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 + 2x_5 = -1, \\ 4x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 + 4x_5 = -2. \end{cases}$$

6. Найдите общее решение системы линейных однородных уравнений и запишите её фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

7. Даны три вектора $\vec{a}=\{0;1;3\}$, $\vec{b}=\{2;2;1\}$, $\vec{c}=\{-4;6;-3\}$.
Найдите:
а) вектор $\vec{d}=2\vec{a}+\vec{b}-2\vec{c}$, его модуль, направляющие косинусы, орт $\vec{d}_0$;
б) скалярное произведение $(\vec{a}+\vec{c},\vec{b}-\vec{a})$;
в) векторное произведение $[\vec{a}+\vec{c},\vec{b}-\vec{a}]$;
г) смешанное произведение $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$.

8. Найдите модули векторов $\vec{p}=2\vec{a}-3\vec{b}$ и $\vec{q}=3\vec{a}+\vec{b}$, если $|\vec{a}|=7$, $|\vec{b}|=2$, $(\widehat{\vec{a},\vec{b}})=60^\circ$.

9. Даны векторы $\vec{a}=\{3;0;4\}$ и $\vec{b}=\{5;-12;-3\}$. Найдите вектор $\vec{x}$, если известно, что $\vec{x}\,||\,\vec{a}$ и $(\vec{x},\vec{b})=-3$.

10. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}=\{2;-1;3\}$ и $\vec{b}=\{-2;2;-4\}$, образует с осью Oy тупой угол. Найдите его координаты, если известно, что $|\vec{x}|=6$.

11. Даны вершины пирамиды $A(1;-1;2)$, $B(2;1;2)$, $C(1;1;4)$, $D(6;-3;8)$. Найдите объём пирамиды и длину её высоты, опущенной на грань ABC.

Вариант № 8

1. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 11 & 15 \\ 1 & 1 & 5 & 2 \\ 2 & -3 & 3 & 2 \\ 1 & -3 & 3 & 4 \end{vmatrix}.$$

2. Вычислите произведения матриц $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ и $\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$, если

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix},\ \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Решите матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}\cdot\mathbf{X} - 5\cdot\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = 3\cdot\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

4. Решите систему уравнений тремя способами:
а) методом Крамера;
б) матричным методом;
в) методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 3, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 1, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 6. \end{cases}$$

5. Найдите общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 + 6x_5 = 2, \\ x_1 - 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 - 5x_5 = -2, \\ 3x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 3x_4 - 4x_5 = -2, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + x_5 = 2. \end{cases}$$

6. Найдите общее решение системы линейных однородных уравнений и запишите её фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases}$$

7. Даны три вектора $\vec{a}=\{1;-2;3\}$, $\vec{b}=\{2;0;-1\}$, $\vec{c}=\{3;-4;2\}$.
Найдите:

а) вектор $\vec{d}=-2\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$, его модуль, направляющие косинусы, орт $\vec{d}_0$;

б) скалярное произведение $(\vec{a}+\vec{c},\vec{b}-\vec{a})$;

в) векторное произведение $[\vec{a}+\vec{c},\vec{b}-\vec{a}]$;

г) смешанное произведение $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$.

8. Найдите модули векторов $\vec{p}=\vec{a}+2\vec{b}$ и $\vec{q}=3\vec{a}-\vec{b}$, если $|\vec{a}|=\sqrt{3}$, $|\vec{b}|=5$, $(\widehat{\vec{a},\vec{b}})=30^\circ$.

9. Даны векторы $\vec{a}=\{2;-3;1\}$ и $\vec{b}=\{-5;7;0\}$. Найдите вектор $\vec{x}$, если известно, что $\vec{x}\,||\,\vec{a}$ и $(\vec{x},\vec{b})=10$.

10. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}=\{3;-1;-2\}$ и $\vec{b}=\{1;2;-1\}$, образует с осью Oz острый угол. Найдите его координаты, если известно, что $|\vec{x}|=\sqrt{3}$.

11. Даны вершины пирамиды $A(1;3;0)$, $B(4;-1;2)$, $C(3;0;1)$, $D(-4;3;5)$. Найдите объём пирамиды и длину её высоты, опущенной на грань ABC.

Вариант № 9

1. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 12 & 1 & 5 & -7 \\ 0 & 3 & 7 & -1 \\ 4 & 5 & 1 & -3 \\ 16 & 7 & 3 & -5 \end{vmatrix}.$$

2. Вычислите произведения матриц $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ и $\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$, если

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 6 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & -2 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & -2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

3. Решите матричное уравнение:

$$\mathbf{X}\cdot\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}-2\cdot\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}=2\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Решите систему уравнений тремя способами:
а) методом Крамера;
б) матричным методом;
в) методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 2, \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 2. \end{cases}$$

5. Найдите общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 - 3x_5 = 2, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 1, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 2, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0. \end{cases}$$

6. Найдите общее решение системы линейных однородных уравнений и запишите её фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 - 3x_4 = 0. \end{cases}$$

7. Даны три вектора $\vec{a}=\{3;3;-1\}$, $\vec{b}=\{1;5;-2\}$, $\vec{c}=\{4;1;1\}$.
Найдите:
а) вектор $\vec{d}=-3\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$, его модуль, направляющие косинусы, орт $\vec{d}_0$;
б) скалярное произведение $(\vec{a}+\vec{c},\vec{b}-\vec{a})$;
в) векторное произведение $[\vec{a}+\vec{c},\vec{b}-\vec{a}]$;
г) смешанное произведение $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$.

8. Найдите модули векторов $\vec{p}=-2\vec{a}+\vec{b}$ и $\vec{q}=3\vec{a}-2\vec{b}$, если $|\vec{a}|=4$, $|\vec{b}|=3$, $(\widehat{\vec{a},\vec{b}})=60^\circ$.

9. Даны векторы $\vec{a}=\{1;5;2\}$ и $\vec{b}=\{-1;1;-1\}$. Найдите вектор $\vec{x}$, если известно, что $\vec{x}\parallel\vec{a}$ и $(\vec{x},\vec{b})=-6$.

10. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}=\{1;-2;0\}$ и $\vec{b}=\{1;3;1\}$, образует с осью Ox острый угол. Найдите его координаты, если известно, что $|\vec{x}|=\sqrt{5}$.

11. Даны вершины пирамиды $A(0;-3;1)$, $B(-4;1;2)$, $C(2;-1;5)$, $D(3;1;-4)$. Найдите объём пирамиды и длину её высоты, опущенной на грань ABC.

Вариант № 10

1. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ -4 & -3 & -7 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & -5 & -5 & -1 \end{vmatrix}.$$

2. Вычислите произведения матриц $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ и $\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$, если

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Решите матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}\cdot\mathbf{X}+2\cdot\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}=-5\cdot\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

4. Решите систему уравнений тремя способами:
а) методом Крамера;
б) матричным методом;
в) методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -1, \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = -3, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$$

5. Найдите общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 + x_5 = -1, \\ x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 - x_5 = 3, \\ x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 = 3, \\ x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = -1. \end{cases}$$

6. Найдите общее решение системы линейных однородных уравнений и запишите её фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 - 5x_4 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 0, \\ 3x_1 - 6x_2 + x_3 - 6x_4 = 0. \end{cases}$$

7. Даны три вектора $\vec{a}=\{2;-8;-1\}$, $\vec{b}=\{4;-6;0\}$, $\vec{c}=\{-2;-5;-1\}$. Найдите:

а) вектор $\vec{d}=2\vec{a}-\vec{b}-3\vec{c}$, его модуль, направляющие косинусы, орт $\vec{d}_0$;

б) скалярное произведение $(\vec{a}+\vec{c},\vec{b}-\vec{a})$;

в) векторное произведение $[\vec{a}+\vec{c},\vec{b}-\vec{a}]$;

г) смешанное произведение $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$.

8. Найдите модули векторов $\vec{p}=5\vec{a}+\vec{b}$ и $\vec{q}=3\vec{a}-2\vec{b}$, если $|\vec{a}|=2\sqrt{3}$, $|\vec{b}|=3$, $(\widehat{\vec{a},\vec{b}})=150^\circ$.

9. Даны векторы $\vec{a}=\{1;-2;1\}$ и $\vec{b}=\{4;0;1\}$. Найдите вектор $\vec{x}$, если известно, что $\vec{x}\,||\,\vec{a}$ и $(\vec{x},\vec{b})=10$.

10. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}=\{-1;2;-1\}$ и $\vec{b}=\{2;-1;2\}$, образует с осью Oz тупой угол. Найдите его координаты, если известно, что $|\vec{x}|=\sqrt{2}$.

11. Даны вершины пирамиды $A(2;1;4)$, $B(-1;5;-2)$, $C(-7;-3;2)$, $D(-6;-3;6)$. Найдите объём пирамиды и длину её высоты, опущенной на грань ABC.

Вариант № 11

1. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & -3 & 4 \\ 1 & -1 & 3 & 6 \\ 3 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}.$$

2. Вычислите произведения матриц $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ и $\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$, если

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

3. Решите матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}\cdot\mathbf{X}+2\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}.$$

4. Решите систему уравнений тремя способами:
а) методом Крамера;
б) матричным методом;
в) методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases}$$

5. Найдите общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 + x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 1, \\ x_1 + x_2 - x_4 + x_5 = -1, \\ -2x_2 + x_3 + 5x_4 + x_5 = 3, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 9x_4 + 3x_5 = 5. \end{cases}$$

6. Найдите общее решение системы линейных однородных уравнений и запишите её фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 - x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 0, \\ -2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$$

7. Даны три вектора $\vec{a}=\{4;2;-1\}$, $\vec{b}=\{5;3;-2\}$, $\vec{c}=\{3;2;-1\}$.
Найдите:
а) вектор $\vec{d}=3\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}$, его модуль, направляющие косинусы, орт $\vec{d}_0$;
б) скалярное произведение $(\vec{a}+\vec{c},\vec{b}-\vec{a})$;
в) векторное произведение $[\vec{a}+\vec{c},\vec{b}-\vec{a}]$;
г) смешанное произведение $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$.

8. Найдите модули векторов $\vec{p}=3\vec{a}+2\vec{b}$ и $\vec{q}=3\vec{a}-2\vec{b}$, если $|\vec{a}|=\sqrt{3}$, $|\vec{b}|=2$, $(\vec{a},\hat{\ }\vec{b})=30^\circ$.

9. Даны векторы $\vec{a}=\{2;3;-1\}$ и $\vec{b}=\{5;0;-12\}$. Найдите вектор $\vec{x}$, если известно, что $\vec{x}\,||\,\vec{a}$ и $(\vec{x},\vec{b})=5$.

10. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}=\{3;-4;4\}$ и $\vec{b}=\{-1;1;2\}$, образует с осью Oy острый угол. Найдите его координаты, если известно, что $|\vec{x}|=14\sqrt{5}$.

11. Даны вершины пирамиды $A(0;0;0)$, $B(2;0;1)$, $C(3;1;2)$, $D(0;1;3)$. Найдите объём пирамиды и длину её высоты, опущенной на грань ABC.

Вариант № 12

1. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{vmatrix}.$$

2. Вычислите произведения матриц $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ и $\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$, если

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & -1 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 10 \\ 2 & 9 \end{pmatrix}.$$

3. Решите матричное уравнение:

$$\mathbf{X}\cdot\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}=5\cdot\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Решите систему уравнений тремя способами:
а) методом Крамера;
б) матричным методом;
в) методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} x_1+x_2+3x_3=1, \\ 2x_1+3x_2+5x_3=2, \\ 3x_1+5x_2+8x_3=3. \end{cases}$$

5. Найдите общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3-x_4-x_5=1, \\ 2x_1+3x_2+2x_3-x_4=3, \\ x_1+x_2+2x_3-x_4-x_5=0, \\ -2x_1-3x_3-x_4+x_5=-4. \end{cases}$$

6. Найдите общее решение системы линейных однородных уравнений и запишите её фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 5x_3 - 7x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + 5x_4 = 0. \end{cases}$$

7. Даны три вектора $\vec{a} = \{1; -2; -3\}$, $\vec{b} = \{1; -5; -4\}$, $\vec{c} = \{-3; -1; 2\}$. Найдите:

а) вектор $\vec{d} = 4\vec{a} - \vec{b} + 5\vec{c}$, его модуль, направляющие косинусы, орт $\vec{d}_0$;

б) скалярное произведение $(\vec{a} + \vec{c}, \vec{b} - \vec{a})$;

в) векторное произведение $[\vec{a} + \vec{c}, \vec{b} - \vec{a}]$;

г) смешанное произведение $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$.

8. Найдите модули векторов $\vec{p} = \vec{a} + 2\vec{b}$ и $\vec{q} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 4$, $(\vec{a}, \hat{\ } \vec{b}) = 120^\circ$.

9. Даны векторы $\vec{a} = \{2; 5; 1\}$ и $\vec{b} = \{1; 2; -3\}$. Найдите вектор $\vec{x}$, если известно, что $\vec{x} \parallel \vec{a}$ и $(\vec{x}, \vec{b}) = -3$.

10. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{0; -1; -2\}$ и $\vec{b} = \{2; 0; 6\}$, образует с осью Ox тупой угол. Найдите его координаты, если известно, что $|\vec{x}| = \sqrt{7}$.

11. Даны вершины пирамиды $A(0; 0; 1)$, $B(2; 3; 5)$, $C(6; 2; 3)$, $D(3; 7; 2)$. Найдите объём пирамиды и длину её высоты, опущенной на грань ABC.

Вариант № 13

1. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} -7 & -3 & 2 & 4 \\ -2 & 0 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ -3 & -2 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

2. Вычислите произведения матриц $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ и $\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$, если

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 0 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Решите матричное уравнение:

$$\mathbf{X}\cdot\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}-2\cdot\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}=5\cdot\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Решите систему уравнений тремя способами:
а) методом Крамера;
б) матричным методом;
в) методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} 3x_1+x_2-2x_3=14, \\ x_1-x_2+x_3=0, \\ 2x_1+3x_2+4x_3=1. \end{cases}$$

5. Найдите общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 1, \\ 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 1, \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 = -1. \end{cases}$$

6. Найдите общее решение системы линейных однородных уравнений и запишите её фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 0, \\ 6x_1 - 12x_2 + 17x_3 - 9x_4 = 0. \end{cases}$$

7. Даны три вектора $\vec{a} = \{0; 1; -1\}$, $\vec{b} = \{2; -3; -1\}$, $\vec{c} = \{2; 5; 3\}$. Найдите:

а) вектор $\vec{d} = 3\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$, его модуль, направляющие косинусы, орт $\vec{d}_0$;

б) скалярное произведение $(\vec{a} + \vec{c}, \vec{b} - \vec{a})$;

в) векторное произведение $[\vec{a} + \vec{c}, \vec{b} - \vec{a}]$;

г) смешанное произведение $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$.

8. Найдите модули векторов $\vec{p} = 5\vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{q} = \vec{a} + 3\vec{b}$, если $|\vec{a}| = \sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 3$, $(\vec{a}\,\widehat{,}\,\vec{b}) = 45^\circ$.

9. Даны векторы $\vec{a} = \{2; 3; -1\}$ и $\vec{b} = \{1; -2; 3\}$. Найдите вектор $\vec{x}$, если известно, что $\vec{x} \parallel \vec{a}$ и $(\vec{x}, \vec{b}) = -14$.

10. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{-3; 1; -1\}$ и $\vec{b} = \{-1; 0; 2\}$, образует с осью Oz острый угол. Найдите его координаты, если известно, что $|\vec{x}| = \sqrt{6}$.

11. Даны вершины пирамиды $A(2; 3; 1)$, $B(4; 1; -2)$, $C(6; 3; 7)$, $D(-1; 2; 4)$. Найдите объём пирамиды и длину её высоты, опущенной на грань ABC.

Вариант № 14

1. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 13 & 2 & 6 & 4 \\ 18 & 3 & 2 & 3 \\ 6 & 0 & -7 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}.$$

2. Вычислите произведения матриц $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ и $\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$, если

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \ \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Решите матричное уравнение:

$$\mathbf{X}\cdot\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} + 2\cdot\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = 4\cdot\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}.$$

4. Решите систему уравнений тремя способами:
а) методом Крамера;
б) матричным методом;
в) методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 19, \\ 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 11, \\ -x_1 + 2x_2 - 7x_3 = 13. \end{cases}$$

5. Найдите общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 9x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 5, \\ x_1 - x_2 - x_4 + 2x_5 = 1, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2. \end{cases}$$

6. Найдите общее решение системы линейных однородных уравнений и запишите её фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$$

7. Даны три вектора $\vec{a} = \{2; -2; 3\}$, $\vec{b} = \{-1; 3; -4\}$, $\vec{c} = \{5; 0; 1\}$. Найдите:

а) вектор $\vec{d} = \vec{a} - 3\vec{b} - 2\vec{c}$, его модуль, направляющие косинусы, орт $\vec{d}_0$;

б) скалярное произведение $(\vec{a} + \vec{c}, \vec{b} - \vec{a})$;

в) векторное произведение $[\vec{a} + \vec{c}, \vec{b} - \vec{a}]$;

г) смешанное произведение $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$.

8. Найдите модули векторов $\vec{p} = 2\vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{q} = 3\vec{a} + 5\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 3\sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 2$, $(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = 135^\circ$.

9. Даны векторы $\vec{a} = \{0; 2; 3\}$ и $\vec{b} = \{-12; 0; 5\}$. Найдите вектор $\vec{x}$, если известно, что $\vec{x} \parallel \vec{a}$ и $(\vec{x}, \vec{b}) = 3$.

10. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{-1; 1; -1\}$ и $\vec{b} = \{1; 2; 1\}$, образует с осью Ox острый угол. Найдите его координаты, если известно, что $|\vec{x}| = \sqrt{2}$.

11. Даны вершины пирамиды $A(1; -5; 4)$, $B(0; -3; 1)$, $C(-2; -4; 3)$, $D(4; 4; -2)$. Найдите объём пирамиды и длину её высоты, опущенной на грань ABC.

Вариант № 15

1. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 0 & 5 & 2 & 0 \\ 8 & 3 & 5 & 4 \\ 7 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

2. Вычислите произведения матриц $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ и $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$, если

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \ \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 3 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}.$$

3. Решите матричное уравнение:

$$\mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ -8 & 9 \end{pmatrix}.$$

4. Решите систему уравнений тремя способами:
а) методом Крамера;
б) матричным методом;
в) методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = 7, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9. \end{cases}$$

5. Найдите общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 4x_3 + 5x_4 - 3x_5 = 5, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 - x_5 = 7, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 4. \end{cases}$$

6. Найдите общее решение системы линейных однородных уравнений и запишите её фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} x_1 - 7x_2 - 2x_3 + 8x_4 = 0, \\ 2x_1 - 9x_2 - 3x_3 + 8x_4 = 0, \\ -x_1 + 9x_2 + 2x_3 - 12x_4 = 0. \end{cases}$$

7. Даны три вектора $\vec{a} = \{-3; 1; 0\}$, $\vec{b} = \{1; -2; 3\}$, $\vec{c} = \{-2; 1; -1\}$. Найдите:

а) вектор $\vec{d} = -3\vec{a} - 2\vec{b} + 7\vec{c}$, его модуль, направляющие косинусы, орт $\vec{d}_0$;

б) скалярное произведение $(\vec{a} + \vec{c}, \vec{b} - \vec{a})$;

в) векторное произведение $[\vec{a} + \vec{c}, \vec{b} - \vec{a}]$;

г) смешанное произведение $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$.

8. Найдите модули векторов $\vec{p} = \vec{a} - 3\vec{b}$ и $\vec{q} = 5\vec{a} + \vec{b}$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = 60^\circ$.

9. Даны векторы $\vec{a} = \{4; -4; -3\}$ и $\vec{b} = \{3; 2; -4\}$. Найдите вектор $\vec{x}$, если известно, что $\vec{x} \parallel \vec{b}$ и $(\vec{x}, \vec{a}) = 3$.

10. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{3; 5; 3\}$ и $\vec{b} = \{-6; -1; 4\}$, образует с осью Oz тупой угол. Найдите его координаты, если известно, что $|\vec{x}| = 2$.

11. Даны вершины пирамиды $A(-1; 1; 1)$, $B(2; 3; 2)$, $C(-1; 1; 3)$, $D(3; 2; 4)$. Найдите объём пирамиды и длину её высоты, опущенной на грань ABC.

Вариант № 16

1. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}.$$

2. Вычислите произведения матриц $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ и $\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$, если

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix},\ \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}.$$

3. Решите матричное уравнение:

$$\mathbf{X}\cdot\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 6 & -1 \end{pmatrix} - 2\cdot\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 13 \\ 15 & 4 \end{pmatrix}.$$

4. Решите систему уравнений тремя способами:
а) методом Крамера;
б) матричным методом;
в) методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$$

5. Найдите общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2, \\ x_2 + 2x_3 + 3x_4 = -2. \end{cases}$$

6. Найдите общее решение системы линейных однородных уравнений и запишите её фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 4x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$$

7. Даны три вектора $\vec{a}=\{4;0;5\}$, $\vec{b}=\{1;2;-3\}$, $\vec{c}=\{0;2;1\}$.
Найдите:

а) вектор $\vec{d}=3\vec{a}-2\vec{b}-\vec{c}$, его модуль, направляющие косинусы, орт $\vec{d}_0$;

б) скалярное произведение $(\vec{a}+\vec{c},\vec{b}-\vec{a})$;

в) векторное произведение $[\vec{a}+\vec{c},\vec{b}-\vec{a}]$;

г) смешанное произведение $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$.

8. Найдите модули векторов $\vec{p}=3\vec{a}+2\vec{b}$ и $\vec{q}=3\vec{a}-2\vec{b}$, если $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=5$, $(\widehat{\vec{a},\vec{b}})=60^\circ$.

9. Даны векторы $\vec{a}=\{2;4;3\}$ и $\vec{b}=\{1;3;0\}$. Найдите вектор $\vec{x}$, если известно, что $\vec{x}\,||\,\vec{a}$ и $(\vec{x},\vec{b})=-4$.

10. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}=\{5;-3;6\}$ и $\vec{b}=\{1;0;7\}$, образует с осью Ox острый угол. Найдите его координаты, если известно, что $|\vec{x}|=1$.

11. Даны вершины пирамиды $A(-1;2;-3)$, $B(4;-1;0)$, $C(2;1;-2)$, $D(-7;0;-1)$. Найдите объём пирамиды и длину её высоты, опущенной на грань ABC.

Вариант № 17

1. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 5 \\ 0 & 7 & 4 & -8 \\ 2 & 6 & 7 & -3 \\ 15 & 0 & 8 & 19 \end{vmatrix}.$$

2. Вычислите произведения матриц $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ и $\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$, если

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -3 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

3. Решите матричное уравнение:

$$\mathbf{X}\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}+5\cdot\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}=2\cdot\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Решите систему уравнений тремя способами:
а) методом Крамера;
б) матричным методом;
в) методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

5. Найдите общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 5x_3 - x_4 - x_5 = -1, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 - x_5 = 2, \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 - 5x_5 = 6, \\ 3x_1 + 4x_2 - 7x_3 + x_4 - 4x_5 = 15. \end{cases}$$

6. Найдите общее решение системы линейных однородных уравнений и запишите её фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 - 5x_3 - 5x_4 = 0. \end{cases}$$

7. Даны три вектора $\vec{a}=\{2;3;-1\}$, $\vec{b}=\{4;5;-2\}$, $\vec{c}=\{-1;0;7\}$. Найдите:

а) вектор $\vec{d}=2\vec{a}-3\vec{b}+2\vec{c}$, его модуль, направляющие косинусы, орт $\vec{d}_0$;

б) скалярное произведение $(\vec{a}+\vec{c},\vec{b}-\vec{a})$;

в) векторное произведение $[\vec{a}+\vec{c},\vec{b}-\vec{a}]$;

г) смешанное произведение $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$.

8. Найдите модули векторов $\vec{p}=-2\vec{a}+5\vec{b}$ и $\vec{q}=3\vec{a}+\vec{b}$, если $|\vec{a}|=\sqrt{3}$, $|\vec{b}|=2$, $(\widehat{\vec{a},\vec{b}})=150^\circ$.

9. Даны векторы $\vec{a}=\{4;1;-2\}$ и $\vec{b}=\{-6;7;7\}$. Найдите вектор $\vec{x}$, если известно, что $\vec{x}\,||\,\vec{a}$ и $(\vec{x},\vec{b})=2$.

10. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}=\{9;3;0\}$ и $\vec{b}=\{4;-1;-2\}$, образует с осью Ox острый угол. Найдите его координаты, если известно, что $|\vec{x}|=2$.

11. Даны вершины пирамиды $A(0;2;1)$, $B(1;-1;3)$, $C(3;-2;0)$, $D(2;-3;4)$. Найдите объём пирамиды и длину её высоты, опущенной на грань ABC.

Вариант №18

1. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 7 \\ 2 & -3 & 1 & 6 \\ 1 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & -4 & 4 & 5 \end{vmatrix}.$$

2. Вычислите произведения матриц $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ и $\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$, если

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix} 12 & 15 \\ 14 & 9 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Решите матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\cdot\mathbf{X}-3\cdot\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}=5\cdot\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Решите систему уравнений тремя способами:
а) методом Крамера;
б) матричным методом;
в) методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 6. \end{cases}$$

5. Найдите общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 1, \\ x_1 + 5x_2 + 8x_3 - 10x_4 + 4x_5 = -7, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 + 4x_2 + 6x_3 - 7x_4 + 3x_5 = -6. \end{cases}$$

6. Найдите общее решение системы линейных однородных уравнений и запишите её фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 - 3x_4 = 0. \end{cases}$$

7. Даны три вектора $\vec{a} = \{1; 1; 3\}$, $\vec{b} = \{-1; 0; 3\}$, $\vec{c} = \{2; 1; 2\}$.
Найдите:
а) вектор $\vec{d} = \vec{a} - 2\vec{b} + 4\vec{c}$, его модуль, направляющие косинусы, орт $\vec{d}_0$;
б) скалярное произведение $(\vec{a} + \vec{c}, \vec{b} - \vec{a})$;
в) векторное произведение $[\vec{a} + \vec{c}, \vec{b} - \vec{a}]$;
г) смешанное произведение $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$.

8. Найдите модули векторов $\vec{p} = -2\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{q} = \vec{a} - 3\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, $(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = 120^\circ$.

9. Даны векторы $\vec{a} = \{3; 4; -3\}$ и $\vec{b} = \{4; -5; -3\}$. Найдите вектор $\vec{x}$, если известно, что $\vec{x} \parallel \vec{b}$ и $(\vec{x}, \vec{a}) = 8$.

10. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{1; 3; 6\}$ и $\vec{b} = \{5; 3; -2\}$, образует с осью Oy тупой угол. Найдите его координаты, если известно, что $|\vec{x}| = 3$.

11. Даны вершины пирамиды $A(1; 1; 1)$, $B(4; 3; 2)$, $C(1; 1; 3)$, $D(5; 2; 4)$. Найдите объём пирамиды и длину её высоты, опущенной на грань ABC.

Вариант № 19

1. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & -2 \\ 2 & 1 & -3 & -2 \\ 5 & 5 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 4 & 5 \end{vmatrix}.$$

2. Вычислите произведения матриц $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ и $\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$, если

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & 5 & -3 \end{pmatrix},\ \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}.$$

3. Решите матричное уравнение:

$$\mathbf{X}\cdot\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} - 2\cdot\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 2\cdot\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Решите систему уравнений тремя способами:
а) методом Крамера;
б) матричным методом;
в) методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8, \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -1, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

5. Найдите общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 - 3x_4 - 4x_5 = -3, \\ 2x_1 - x_3 - 2x_4 - 3x_5 = -3, \\ x_1 - x_2 - x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 - 2x_5 = -3. \end{cases}$$

6. Найдите общее решение системы линейных однородных уравнений и запишите её фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 4x_3 - 4x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$$

7. Даны три вектора $\vec{a}=\{-1;0;5\}$, $\vec{b}=\{1;1;3\}$, $\vec{c}=\{2;-2;4\}$.
Найдите:
а) вектор $\vec{d}=-\vec{a}+2\vec{b}+2\vec{c}$, его модуль, направляющие косинусы, орт $\vec{d}_0$;
б) скалярное произведение $(\vec{a}+\vec{c},\vec{b}-\vec{a})$;
в) векторное произведение $[\vec{a}+\vec{c},\vec{b}-\vec{a}]$;
г) смешанное произведение $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})$.

8. Найдите модули векторов $\vec{p}=\vec{a}-2\vec{b}$ и $\vec{q}=3\vec{a}+2\vec{b}$, если $|\vec{a}|=5\sqrt{2}$, $|\vec{b}|=5$, $(\widehat{\vec{a},\vec{b}})=135^\circ$.

9. Даны векторы $\vec{a}=\{1;-3;4\}$ и $\vec{b}=\{-3;5;1\}$. Найдите вектор $\vec{x}$, если известно, что $\vec{x}\,||\,\vec{a}$ и $(\vec{x},\vec{b})=4$.

10. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}=\{-1;3;-2\}$ и $\vec{b}=\{4;2;1\}$, образует с осью Oz острый угол. Найдите его координаты, если известно, что $|\vec{x}|=\sqrt{6}$.

11. Даны вершины пирамиды $A(1;0;-1)$, $B(4;2;0)$, $C(1;0;1)$, $D(5;1;2)$. Найдите объём пирамиды и длину её высоты, опущенной на грань ABC.

Вариант № 20

1. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} -7 & -2 & -3 & 3 \\ 9 & 3 & 4 & -3 \\ 1 & 1 & 2 & -1 \\ 12 & -4 & -3 & 4 \end{vmatrix}.$$

2. Вычислите произведения матриц $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ и $\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$, если

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 4 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}.$$

3. Решите матричное уравнение:

$$\mathbf{X}\cdot\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}-3\cdot\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}=2\cdot\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Решите систему уравнений тремя способами:
а) методом Крамера;
б) матричным методом;
в) методом Гаусса. Сделайте проверку.

$$\begin{cases} 2x_1+3x_2+x_3=7, \\ x_1-2x_2-x_3=3, \\ 5x_2+2x_3=1. \end{cases}$$

5. Найдите общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1+5x_2-x_3+x_4+x_5=-3, \\ 3x_1+x_2+3x_3+3x_4-3x_5=-3, \\ -x_1+x_3-x_4+3x_5=2, \\ -x_1+2x_2-2x_3-x_4+2x_5=0. \end{cases}$$

6. Найдите общее решение системы линейных однородных уравнений и запишите её фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} 4x_1 - 8x_2 + 17x_3 + 11x_4 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - 6x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$

7. Даны три вектора $\vec{a} = \{5; 0; -1\}$, $\vec{b} = \{-2; 3; 5\}$, $\vec{c} = \{-1; 3; -2\}$. Найдите:

а) вектор $\vec{d} = -\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$, его модуль, направляющие косинусы, орт $\vec{d}_0$;

б) скалярное произведение $(\vec{a} + \vec{c}, \vec{b} - \vec{a})$;

в) векторное произведение $[\vec{a} + \vec{c}, \vec{b} - \vec{a}]$;

г) смешанное произведение $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$.

8. Найдите модули векторов $\vec{p} = 2\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{q} = 5\vec{a} - 2\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2\sqrt{2}$, $(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = 45^\circ$.

9. Даны векторы $\vec{a} = \{2; 4; -1\}$ и $\vec{b} = \{4; 1; 3\}$. Найдите вектор $\vec{x}$, если известно, что $\vec{x} \| \vec{a}$ и $(\vec{x}, \vec{b}) = 4$.

10. Вектор $\vec{x}$, перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{-2; 1; 3\}$ и $\vec{b} = \{-1; 0; 5\}$, образует с осью Ox тупой угол. Найдите его координаты, если известно, что $|\vec{x}| = \sqrt{3}$.

11. Даны вершины пирамиды $A(-3; -5; 6)$, $B(2; 1; -4)$, $C(0; -3; -1)$, $D(-5; 2; -8)$. Найдите объём пирамиды и длину её высоты, опущенной на грань ABC.

Индивидуальное задание № 2

Вариант № 1

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(3;-5)$

а) параллельно прямой $4x-5y+3=0$;

б) перпендикулярно прямой $\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y+5}{2}$;

в) под углом 135° к прямой $y-10=0$;

г) и точку $B(1;4)$.

Постройте все прямые. Для каждой прямой запишите вектор нормали $\vec{N}$, направляющий вектор $\vec{s}$ и угловой коэффициент k.

2. Даны две прямые $l_1: y=3x-4$ и $l_2: \begin{cases} x=-t+2 \\ y=-2t-1 \end{cases}$

Найдите:

а) точку пересечения прямых;

б) косинус угла между прямыми;

в) расстояние от точки $M_0(-5;-2)$ до каждой прямой.

3. Приведите уравнения линий к каноническому виду, назовите и постройте кривые:

а) $x^2+y^2+2x+8y+4=0$;

б) $2x^2+y^2+4x-4=0$;

в) $y=4-\sqrt{6+2x}$;

г) $16x^2-9y^2-72x-32y-272=0$.

4. Постройте линии

а) $\rho=\dfrac{3}{2}(1-\sin\varphi)$;

б) . $\begin{cases} y=t^2, \\ x=\dfrac{1}{4}\left(t^3+t\right). \end{cases}$

5. Постройте фигуру, заданную неравенствами:

а) $\begin{cases} y\ge -1, \\ x^2+y^2\le 9, \\ y-x\le -2 \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x\ge -3y-6, \\ 2x\le -3y+6, \\ x-y-1\le 0 \end{cases}$

6. Составьте уравнение плоскости, которая проходит:

а) через точку $M_0(3;-2;0)$ параллельно двум векторам $\bar{a}_1=\{3;2;-4\}$ и $\bar{a}_2=\{4;-1;-2\}$;

б) через три точки $A(0;2;1)$, $B(1;-1;3)$, $C(3;-2;0)$;

в) через точку $A(4;4;2)$ перпендикулярно прямой $\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{1}$;

г) через точку $M_0(2;3;-3)$ и отсекает на координатных осях равные по величине и по знаку отрезки.

7. Составьте канонические уравнения прямой, проходящей через:

а) точку $M_0(4;-4;0)$ параллельно вектору $\bar{a}=\{0;2;3\}$;

б) две точки $A(-1;2;3)$ и $B(2;-1;1)$;

в) точку $M_0(2;1;-3)$ в направлении, которое составляет с осями координат *Ox* и *Oy* углы $\alpha=60^\circ$ и $\beta=45^\circ$, соответственно;

г) точку $M_0(-1;-2;3)$ перпендикулярно плоскости $x+3y-4z-9=0$.

8. Из общих уравнений прямой $\begin{cases} x-2y+z-1=0, \\ x-3y+z+3=0 \end{cases}$ получите её канонические и параметрические уравнения.

9. Найдите точку пересечения и угол между прямой

$$x=6t+9, y=-2t, z=-t+2$$

и плоскостью $x+3y-z+1=0$.

10. Определите расстояния от точки $M(1;-4;1)$ до плоскости $x-z+5=0$ и до прямой $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-2}{3}$.

Вариант № 2

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(-5;3)$

а) параллельно прямой $4x+5y-1=0$;

б) перпендикулярно прямой $\dfrac{x+3}{-2}=\dfrac{y+1}{7}$;

в) под углом 45° к прямой $y-6=0$;

г) и точку $B(2;-4)$.

Постройте все прямые. Для каждой прямой запишите вектор нормали $\vec{N}$, направляющий вектор $\vec{s}$ и угловой коэффициент k.

2. Даны две прямые $l_1: y=2-3x$ и $l_2: \begin{cases} x=-4t+1 \\ y=2t-3 \end{cases}$

Найдите:

а) точку пересечения прямых;

б) косинус угла между прямыми;

в) расстояние от точки $M_0(-2;4)$ до каждой прямой.

3. Приведите уравнения линий к каноническому виду, назовите и постройте кривые:

а) $x^2+y^2-2x+4y-11=0$;

б) $9x^2+16y^2-36x=0$;

в) $y=4-3\sqrt{x+5}$;

г) $5x^2-4y^2+8y-36=0$.

4. Постройте линии

а) $\rho=5(1+\cos\varphi)$;

б) $\begin{cases} y=\dfrac{1}{4}\left(t^3+t\right), \\ x=-t^2. \end{cases}$

5. Постройте фигуру, заданную неравенствами:

а) $\begin{cases} x\le -1, \\ x^2+y^2\le 9, \\ y-x\ge 2 \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2y\ge -3x-6, \\ 2y\le -3x+4, \\ x-y+2\ge 0 \end{cases}$

6. Составьте уравнение плоскости, которая проходит:
а) через точку $M_0(1; 0; -2)$ параллельно двум векторам $\bar{a}_1 = \{7; 4; 6\}$ и $\bar{a}_2 = \{2; 1; 1\}$;
б) через три точки $A(0; -1; -1)$, $B(-2; 3; 5)$, $C(1; -5; -9)$;
в) через точку $A(5; -1; 2)$ перпендикулярно прямой $\dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y+3}{3} = \dfrac{z-1}{0}$;
г) через точку $M_0(2; 3; 8)$ и отсекает на координатных осях равные по величине и по знаку отрезки.

7. Составьте канонические уравнения прямой, проходящей через:
а) точку $M_0(1; 2; -1)$ параллельно вектору $\bar{a} = \{1; -3; 0\}$;
б) две точки $A(13; 14; 1)$ и $B(14; 15; 2)$;
в) точку $M_0(-1; 2; -2)$ в направлении, которое составляет с осями координат *Ox* и *Oz* углы $\alpha = 60^\circ$ и $\gamma = 45^\circ$, соответственно;
г) точку $M_0(-2; 1; 1)$ перпендикулярно плоскости $2x - y + 5z - 15 = 0$.

8. Из общих уравнений прямой

$$\begin{cases} x + y - z = 0, \\ x - y - 5z - 8 = 0 \end{cases}$$

получите её канонические и параметрические уравнения.

9. Найдите точку пересечения и угол между прямой

$$\begin{cases} x = 4t + 3 \\ y = -4t + 1 \\ z = t - 3 \end{cases}$$

и плоскостью $x + 2y - 4z - 1 = 0$.

10. Определите расстояния от точки $M(2; 1; 0)$ до плоскости $y + z + 2 = 0$ и до прямой $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z}{2}$.

Вариант № 3

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(-1;4)$

а) параллельно прямой $x-5y+2=0$;

б) перпендикулярно прямой $\dfrac{x+3}{-5}=\dfrac{y-2}{3}$;

в) под углом 30° к прямой $y-8=0$;

г) и точку $B(-4;-2)$.

Постройте все прямые. Для каждой прямой запишите вектор нормали $\vec{N}$, направляющий вектор $\vec{s}$ и угловой коэффициент k.

2. Даны две прямые $l_1: y=3x+2$ и $l_2: \begin{cases} x=3t+1 \\ y=-2t+1 \end{cases}$

Найдите:

а) точку пересечения прямых;

б) косинус угла между прямыми;

в) расстояние от точки $M_0(3;1)$ до каждой прямой.

3. Приведите уравнения линий к каноническому виду, назовите и постройте кривые:

а) $x^2+y^2-4x-4y-1=0$;

в) $y=-4-\sqrt{5x-10}$;

б) $9x^2+4y^2-36x-16y+16=0$;

г) $4x^2-9y^2-36y-72=0$.

4. Постройте линии

а) $\rho=\dfrac{3}{2}(1-\cos\varphi)$;

б) $\begin{cases} y=t^2, \\ x=t^3+t. \end{cases}$

5. Постройте фигуру, заданную неравенствами:

а) $\begin{cases} y\ge -2, \\ x^2+y^2\le 9, \\ y-x\le 2 \end{cases}$

б) $\begin{cases} y\ge x-2, \\ y\le x+2, \\ 3x+2y+6\le 0 \end{cases}$

6. Составьте уравнение плоскости, которая проходит:

а) через точку $M_0(-1;1;1)$ параллельно двум векторам $\bar{a}_1=\{1;-2;3\}$ и $\bar{a}_2=\{3;0;-1\}$;

б) через три точки $A(1;3;6)$, $B(2;2;1)$, $C(-1;0;1)$;

в) через точку $A(-4; 6; -3)$ перпендикулярно прямой

$$\frac{x-5}{4}=\frac{y-1}{3}=\frac{z+3}{-2};$$

г) через точку $M_0(5; -3; 1)$ и отсекает на координатных осях равные по величине и по знаку отрезки.

7. Составьте канонические уравнения прямой, проходящей через:
а) точку $M_0(-4; 2; 6)$ параллельно вектору $\bar{a}=\{2; 5; 0\}$;
б) две точки $A(-4; 2; 6)$ и $B(2; -3; 0)$;
в) точку $M_0(-4; 2; 1)$ в направлении, которое составляет с осями координат *Oy* и *Oz* углы $\beta=45^\circ$ и $\gamma=60^\circ$, соответственно;
г) точку $M_0(5; 0; -6)$ перпендикулярно плоскости $2x-5y+z-1=0$.

8. Из общих уравнений прямой

$$\begin{cases} 3x+4y-2z+1=0, \\ 2x-4y+3z+4=0 \end{cases}$$

получите её канонические и параметрические уравнения.

9. Найдите точку пересечения и угол между прямой

$$\begin{cases} x=t-1 \\ y=2t \\ z=-3t+3 \end{cases}$$

и плоскостью $2x+y+z-11=0$.

10. Определите расстояния от точки $M(5; 1; 4)$ до плоскости $x+y+z+10=0$ и до прямой $\dfrac{x-5}{0}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z-5}{1}$.

Вариант № 4

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2;5)$

а) параллельно прямой $x+2y-4=0$;

б) перпендикулярно прямой $\dfrac{x-4}{-2}=\dfrac{y+1}{3}$;

в) под углом 150° к прямой $y-2=0$;

г) и точку $B(6;-2)$.

Постройте все прямые. Для каждой прямой запишите вектор нормали $\vec{N}$, направляющий вектор $\vec{s}$ и угловой коэффициент k.

2. Даны две прямые $l_1: y=7x-5$ и $l_2: \begin{cases} x=t+4 \\ y=-2t-1 \end{cases}$

Найдите:

а) точку пересечения прямых;

б) косинус угла между прямыми;

в) расстояние от точки $M_0(-1;3)$ до каждой прямой.

3. Приведите уравнения линий к каноническому виду, назовите и постройте кривые:

а) $x^2+y^2+4x+2y+4=0$;

б) $5x^2+9y^2-30x+18y+9=0$;

в) $y=-4-\sqrt{5x-10}$;

г) $5x^2-4y^2+16y-36=0$.

4. Постройте линии

а) $\rho=4(1+\sin\varphi)$;

б) $\begin{cases} y=t^2, \\ x=t^3-t. \end{cases}$

5. Постройте фигуру, заданную неравенствами:

а) $\begin{cases} y\le 1, \\ x^2+y^2\le 9, \\ y+x\ge 1 \end{cases}$

б) $\begin{cases} x\ge -1-2y, \\ x\le -1-2y, \\ x-y-2\le 0 \end{cases}$

6. Составьте уравнение плоскости, которая проходит:

а) через точку $M_0(-2;4;1)$ параллельно двум векторам $\bar{a}_1=\{1;2;-3\}$ и $\bar{a}_2=\{2;-1;-1\}$;

б) через три точки $A(1;5;-4)$, $B(-5;-2;0)$, $C(-12;7;-1)$;

в) через точку $A(1;2;-3)$ перпендикулярно прямой $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-4}=\frac{z+2}{-5}$;

г) через точку $M_0(-3;4;-7)$ и отсекает на координатных осях равные по величине и по знаку отрезки.

7. Составьте канонические уравнения прямой, проходящей через:

а) точку $M_0(0;-4;-2)$ параллельно вектору $\overline{a}=\{3;-5;6\}$;

б) две точки $A(1;3;6)$ и $B(2;2;1)$;

в) точку $M_0(-4;6;3)$ в направлении, которое составляет с осями координат *Ox* и *Oy* углы $\alpha=45^\circ$ и $\beta=120^\circ$, соответственно;

г) точку $M_0(-1;0;1)$ перпендикулярно плоскости $6x+5y-4z+4=0$.

8. Из общих уравнений прямой

$$\begin{cases} 2x-6y+14z-1=0, \\ 5x-15y+35z-3=0 \end{cases}$$

получите её канонические и параметрические уравнения.

9. Найдите точку пересечения и угол между прямой

$$\begin{cases} x=t-1 \\ y=t+3 \\ z=t+4 \end{cases}$$

и плоскостью $5x+y-3z+2=0$.

10. Определите расстояния от точки $M(0;4;1)$ до плоскости $2x-4y+3z+4=0$ и до прямой $\frac{x-3}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+5}{0}$.

Вариант № 5

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2;4)$

а) параллельно прямой $2x-3y-3=0$;

б) перпендикулярно прямой $\dfrac{x+5}{3}=\dfrac{y-1}{-1}$;

в) под углом 60° к прямой $y+8=0$;

г) и точку $B(3;-2)$.

Постройте все прямые. Для каждой прямой запишите вектор нормали $\vec{N}$, направляющий вектор $\vec{s}$ и угловой коэффициент k.

2. Даны две прямые $l_1: y=-1-3x$ и $l_2: \begin{cases} x=-3t+2 \\ y=-2t-2 \end{cases}$

Найдите:

а) точку пересечения прямых;

б) косинус угла между прямыми;

в) расстояние от точки $M_0(4;-3)$ до каждой прямой.

3. Приведите уравнения линий к каноническому виду, назовите и постройте кривые:

а) $x^2+y^2-10x+6y+9=0$;

б) $x^2+2y^2+2x-8y+5=0$;

в) $y=-5+\sqrt{-3x-21}$;

г) $3x^2-4y^2-12x+24=0$.

4. Постройте линии

а) $\rho=5(1-\cos\varphi)$;

б) $\begin{cases} y=t^2, \\ x=\dfrac{1}{4}\left(t^3-t\right). \end{cases}$

5. Постройте фигуру, заданную неравенствами:

а) $\begin{cases} y\le 1, \\ x^2+y^2\le 9, \\ y-x\le 2 \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x\ge -3y-6, \\ 2x\le -3y+6, \\ x-y-2\ge 0 \end{cases}$

6. Составьте уравнение плоскости, которая проходит:

а) через точку $M_0(-3;-5;6)$ параллельно двум векторам $\bar{a}_1=\{3;4;-1\}$ и $\bar{a}_2=\{2;-1;1\}$;

б) через три точки $A(-1;-2;-4)$, $B(3;0;-1)$, $C(-2;3;5)$;

в) через точку $A(2;1;-4)$ перпендикулярно прямой $\frac{x+2}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{1}$;

г) через точку $M_0(-1;2;4)$ и отсекает на координатных осях равные по величине и по знаку отрезки.

7. Составьте канонические уравнения прямой, проходящей через:
а) точку $M_0(-4;0;5)$ параллельно вектору $\bar{a}=\{1;3;5\}$;
б) две точки $A(1;-1;1)$ и $B(-2;0;3)$;
в) точку $M_0(-2;4;2)$ в направлении, которое составляет с осями координат *Ox* и *Oz* углы $\alpha=120^\circ$ и $\gamma=45^\circ$, соответственно;
г) точку $M_0(-2;0;3)$ перпендикулярно плоскости $3x+4y+3z+1=0$.

8. Из общих уравнений прямой

$$\begin{cases}4x+y+z+2=0,\\2x-y-3z-8=0\end{cases}$$

получите её канонические и параметрические уравнения.

9. Найдите точку пересечения и угол между прямой

$$\begin{cases}x=-t-3\\y=-3t-1\\z=2t-10\end{cases}$$

и плоскостью $x-y+z+4=0$.

10. Определите расстояния от точки $M(2;5;4)$ до плоскости $2x+y-z-8=0$ и до прямой $\frac{x}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{2}$.

Вариант № 6

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(7;-1)$

а) параллельно прямой $x+2y+2=0$;

б) перпендикулярно прямой $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+3}{3}$;

в) под углом 135° к прямой $y-11=0$;

г) и точку $B(4;-3)$.

Постройте все прямые. Для каждой прямой запишите вектор нормали $\vec{N}$, направляющий вектор $\vec{s}$ и угловой коэффициент k.

2. Даны две прямые $l_1: y=2-5x$ и $l_2:\begin{cases} x=-t+2 \\ y=3t-2 \end{cases}$

Найдите:

а) точку пересечения прямых;

б) косинус угла между прямыми;

в) расстояние от точки $M_0(1;-3)$ до каждой прямой.

3. Приведите уравнения линий к каноническому виду, назовите и постройте кривые:

а) $x^2+y^2+4x-6y+12=0$;

б) $x^2-2x-6y-17=0$;

в) $y=-7+\dfrac{2}{5}\sqrt{16+6x-x^2}$;

г) $5x^2-4y^2+10x-15=0$.

4. Постройте линии

а); $\rho=4(1-\cos\varphi)$

б) $\begin{cases} y=t^2, \\ x=\dfrac{1}{3}(t^3-3t). \end{cases}$

5. Постройте фигуру, заданную неравенствами:

а) $\begin{cases} x\le 1, \\ x^2+y^2\le 9, \\ x-y\ge 2 \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2y\ge 3x-3, \\ 2y\le 3x+6, \\ x+y+3\le 0 \end{cases}$

6. Составьте уравнение плоскости, которая проходит:

а) через точку $M_0(1;-3;-2)$ параллельно двум векторам $\bar{a}_1=\{3;-5;-6\}$ и $\bar{a}_2=\{1;0;1\}$;

б) через три точки $A(0;-1;-1)$, $B(-2;3;5)$, $C(1;-5;-9)$;
в) через точку $A(-1;-1;2)$ перпендикулярно прямой
$\dfrac{x+2}{-3}=\dfrac{y+3}{0}=\dfrac{z-1}{1}$;
г) через точку $M_0(7;-5;1)$ и отсекает на координатных осях равные по величине и по знаку отрезки.

7. Составьте канонические уравнения прямой, проходящей через:
а) точку $M_0(1;-2;3)$ параллельно вектору $\overline{a}=\{4;-1;5\}$;
б) две точки $A(-2;2;-1)$ и $B(0;3;2)$;
в) точку $M_0(3;1;-4)$ в направлении, которое составляет с осями координат *Oy* и *Oz* углы $\beta=60^\circ$ и $\gamma=120^\circ$, соответственно;
г) точку $M_0(1;8;-5)$ перпендикулярно плоскости $x-y+2z-20=0$.

8. Из общих уравнений прямой

$$\begin{cases}2x-2y+z-6=0,\\ 3x-2y+2z-7=0\end{cases}$$

получите её канонические и параметрические уравнения.

9. Найдите точку пересечения и угол между прямой

$$\begin{cases}x=-2t-1\\ y=4t+3\\ z=3t\end{cases}$$

и плоскостью $3x+2y-z-2=0$.

10. Определите расстояния от точки $M(5;4;0)$ до плоскости $4x-y+3z-6=0$ и до прямой $\dfrac{x}{-3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

Вариант № 7

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(4;-3)$

а) параллельно прямой $5x+y+3=0$;

б) перпендикулярно прямой $\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-4}{3}$;

в) под углом 155° к прямой $y+11=0$;

г) и точку $B(3;-3)$.

Постройте все прямые. Для каждой прямой запишите вектор нормали $\vec{N}$, направляющий вектор $\vec{s}$ и угловой коэффициент k.

2. Даны две прямые $l_1: y=3x-2$ и $l_2: \begin{cases} x=5t-1 \\ y=-3t+4 \end{cases}$

Найдите:

а) точку пересечения прямых;

б) косинус угла между прямыми;

в) расстояние от точки $M_0(2;1)$ до каждой прямой.

3. Приведите уравнения линий к каноническому виду, назовите и постройте кривые:

а) $x^2+y^2-2x+6y+6=0$;

в) $x=3+2\sqrt{1-y}$;

б) $x^2+9y^2-2x-54y+73=0$;

г) $9x^2-4y^2+18x+8y-31=0$.

4. Постройте линии

а) $\rho=\dfrac{3}{2}(1+\cos\varphi)$;

б) $\begin{cases} y=-t^2, \\ x=\dfrac{1}{4}\left(t^3+t\right). \end{cases}$

5. Постройте фигуру, заданную неравенствами:

а) $\begin{cases} y\le -1, \\ x^2+y^2\le 9, \\ y-x\ge -2 \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2y\ge -3x-6, \\ 2y\le -3x+4, \\ x-y-2\ge 0 \end{cases}$

6. Составьте уравнение плоскости, которая проходит:

а) через точку $M_0(-1;-5;1)$ параллельно двум векторам $\bar{a}_1=\{0;-1;3\}$ и $\bar{a}_2=\{3;2;-2\}$;

б) через три точки $A(-3;4;-7)$, $B(1;5;-4)$, $C(-5;-2;0)$;

в) через точку $A(-3;5;-2)$ перпендикулярно прямой
$\dfrac{x-5}{-3}=\dfrac{y+6}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$;
г) через точку $M_0(2;3;4)$ и отсекает на координатных осях равные по величине и по знаку отрезки.

7. Составьте канонические уравнения прямой, проходящей через:
а) точку $M_0(5;0;-3)$ параллельно вектору $\overline{a}=\{1;-2;0\}$;
б) две точки $A(1;3;5)$ и $B(0;2;1)$;
в) точку $M_0(0;3;-5)$ в направлении, которое составляет с осями координат *Ox* и *Oy* углы $\alpha=120^\circ$ и $\beta=60^\circ$, соответственно;
г) точку $M_0(3;-2;5)$ перпендикулярно плоскости $x-y-3z+2=0$.

8. Из общих уравнений прямой

$$\begin{cases} 4x+y+z+2=0, \\ 2x-y-3z-8=0 \end{cases}$$

получите её канонические и параметрические уравнения.

9. Найдите точку пересечения и угол между прямой

$$\begin{cases} x=3t+4 \\ y=2t+1 \\ z=-2t \end{cases}$$

и плоскостью $2x-y-3z-8=0$.

10. Определите расстояния от точки $M(2;0;7)$ до плоскости $3x+y-5z-12=0$ и до прямой $\dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$.

Вариант № 8

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2;-3)$

а) параллельно прямой $2x-3y+5=0$;

б) перпендикулярно прямой $\dfrac{x-5}{4}=\dfrac{y+4}{-1}$;

в) под углом 120° к прямой $y+4=0$;

г) и точку $B(-3;5)$.

Постройте все прямые. Для каждой прямой запишите вектор нормали $\vec{N}$, направляющий вектор $\vec{s}$ и угловой коэффициент k.

2. Даны две прямые $l_1: y=-5+3x$ и $l_2: \begin{cases} x=2t+5 \\ y=-t-1 \end{cases}$

Найдите:

а) точку пересечения прямых;

б) косинус угла между прямыми;

в) расстояние от точки $M_0(3;3)$ до каждой прямой.

3. Приведите уравнения линий к каноническому виду, назовите и постройте кривые:

а) $x^2+y^2-6x-4y-3=0$;

в) $2y=6-\sqrt{x+8}$;

б) $4x^2+3y^2-8x+12y-32=0$;

г) $9x^2-16y^2+90x+32y-367=0$.

4. Постройте линии

а) $\rho=\dfrac{3}{2}(1+\sin\varphi)$;

б) $\begin{cases} y=-t^2, \\ x=\dfrac{1}{4}\left(t^3-t\right). \end{cases}$

5. Постройте фигуру, заданную неравенствами:

а) $\begin{cases} y\ge 1, \\ x^2+y^2\le 9, \\ y-x\ge 2 \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x\ge 3y-6, \\ 2x\le 3y+6, \\ x-y-1\ge 0 \end{cases}$

6. Составьте уравнение плоскости, которая проходит:

а) через точку $M_0(2;-1;3)$ параллельно двум векторам $\bar{a}_1=\{-3;1;4\}$ и $\bar{a}_2=\{2;4;-2\}$;

б) через три точки $A(0;1;2)$, $B(-2;3;4)$, $C(5;1;5)$;

в) через точку $A(1;2;1)$ перпендикулярно прямой $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z}{-4}$;

г) через точку $M_0(-2;0;1)$ и отсекает на координатных осях равные по величине и по знаку отрезки.

7. Составьте канонические уравнения прямой, проходящей через:

а) точку $M_0(2;-1;0)$ параллельно вектору $\bar{a}=\{-3;2;1\}$;

б) две точки $A(-2;0;1)$ и $B(1;2;3)$;

в) точку $M_0(-3;6;-13)$ в направлении, которое составляет с осями координат *Ox* и *Oz* углы $\alpha=120^\circ$ и $\beta=60^\circ$, соответственно;

г) точку $M_0(2;-1;5)$ перпендикулярно плоскости $2x-y+3z+23=0$.

8. Из общих уравнений прямой

$$\begin{cases}6x-5y+3z+8=0,\\6x+5y-4z+4=0\end{cases}$$

получите её канонические и параметрические уравнения.

9. Найдите точку пересечения и угол между прямой

$$\begin{cases}x=2t+1\\y=t\\z=-1\end{cases}$$

и плоскостью $3x-y+4z-2=0$.

10. Определите расстояния от точки $M(7;9;7)$ до плоскости $x-2z+4=0$ и до прямой $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z}{2}$.

Вариант № 9

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(-5;1)$
а) параллельно прямой $2x+3y+1=0$;
б) перпендикулярно прямой $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-1}{-2}$;
в) под углом 30° к прямой $y+7=0$;
г) и точку $B(2;3)$.

Постройте все прямые. Для каждой прямой запишите вектор нормали $\vec{N}$, направляющий вектор $\vec{s}$ и угловой коэффициент k.

2. Даны две прямые $l_1: y=5-2x$ и $l_2: \begin{cases} x=3t+2 \\ y=2t+1 \end{cases}$

Найдите:
а) точку пересечения прямых;
б) косинус угла между прямыми;
в) расстояние от точки $M_0(-5;1)$ до каждой прямой.

3. Приведите уравнения линий к каноническому виду, назовите и постройте кривые:
а) $x^2+y^2-12x+2y+12=0$;
б) $x=-2-3\sqrt{-5-6y-y^2}$;
в) $5y^2-4x^2+16x-36=0$;
г) $y=2y^2+8x+1$.

4. Постройте линии:
а) $\rho=2(1+\cos\varphi)$;
б) $\begin{cases} y=\dfrac{1}{3}(t^3-3t), \\ x=t^2. \end{cases}$

5. Постройте фигуру, заданную неравенствами:
а) $\begin{cases} x\le 1, \\ x^2+y^2\le 4, \\ y-x\le 1 \end{cases}$
б) $\begin{cases} y\ge 1-x, \\ y\le 3-x, \\ x-y+1\ge 0 \end{cases}$

6. Составьте уравнение плоскости, которая проходит:
а) через точку $M_0(0;3;2)$ параллельно двум векторам $\bar{a}_1=\{-1;3;2\}$ и $\bar{a}_2=\{-2;2;-1\}$;

б) через три точки $A(-3;4;-2)$, $B(1;-3;-1)$, $C(-1;-2;-4)$;

в) через точку $A(4;-2;6)$ перпендикулярно прямой $\dfrac{x-7}{3}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-3}{2}$;

г) через точку $M_0(-1;-2;4)$ и отсекает на координатных осях равные по величине и по знаку отрезки.

7. Составьте канонические уравнения прямой, проходящей через:

а) точку $M_0(1;2;4)$ параллельно вектору $\overline{a}=\{2;0;4\}$;

б) две точки $A(1;1;3)$ и $B(-5;3;-7)$;

в) точку $M_0(1;1;0)$ в направлении, которое составляет с осями координат Oy и Oz углы $\beta=120^\circ$ и $\gamma=135^\circ$, соответственно;

г) точку $M_0(1;-1;1)$ перпендикулярно плоскости $2x+y-2z-1=0$.

8. Из общих уравнений прямой

$$\begin{cases}3x+4y+3z+1=0,\\2x-4y+2z-4=0\end{cases}$$

получите её канонические и параметрические уравнения.

9. Найдите точку пересечения и угол между прямой

$$\begin{cases}x=2t+5\\y=-2t+3\\z=2t+2\end{cases}$$

и плоскостью $3x+y-5z-2=0$.

10. Определите расстояния от точки $M(8;4;-9)$ до плоскости $2y-3z+4=0$ и до прямой $\dfrac{x-5}{8}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-7}{3}$.

Вариант № 10

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(1;-2)$

а) параллельно прямой $3x-y-2=0$;

б) перпендикулярно прямой $\dfrac{x-4}{-2}=\dfrac{y+3}{1}$;

в) под углом 30° к прямой $y-4=0$;

г) и точку $B(2;5)$.

Постройте все прямые. Для каждой прямой запишите вектор нормали $\vec{N}$, направляющий вектор $\vec{s}$ и угловой коэффициент k.

2. Даны две прямые $l_1: y=4-5x$ и $l_2: \begin{cases} x=3t-7 \\ y=-5t+8 \end{cases}$

Найдите:

а) точку пересечения прямых;

б) косинус угла между прямыми;

в) расстояние от точки $M_0(-1;5)$ до каждой прямой.

3. Приведите уравнения линий к каноническому виду, назовите и постройте кривые:

а) $x^2+y^2-2x-4y+1=0$;

б) $x=3+\sqrt{-6(y-2)}$;

в) $4y^2-9x^2+18x+16y+43=0$;

г) $9y^2+4x^2-18y-27=0$.

4. Постройте линии:

а) $\rho=3(1+\sin\varphi)$;

б) $\begin{cases} y=t^3+t, \\ x=-t^2. \end{cases}$

5. Постройте фигуру, заданную неравенствами:

а) $\begin{cases} y\le 1, \\ x^2+y^2\le 4, \\ y+x\ge 1 \end{cases}$

б) $\begin{cases} x\ge 2y-2, \\ x\le 2y+1, \\ x+y-2\le 0 \end{cases}$

6. Составьте уравнение плоскости, которая проходит:

а) через точку $M_0(1;5;-3)$ параллельно двум векторам $\bar{a}_1=\{-3;2;1\}$ и $\bar{a}_2=\{2;0;4\}$;

б) через три точки $A(1;3;6)$, $B(2;2;1)$, $C(-1;0;1)$;

в) через точку $A(-4; 6; -3)$ перпендикулярно прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$;

г) через точку $M_0(-5; -3; 2)$ и отсекает на координатных осях равные по величине и по знаку отрезки.

7. Составьте канонические уравнения прямой, проходящей через:

а) точку $M_0(1; 3; -2)$ параллельно вектору $\bar{a} = \{1; -4; 3\}$;

б) две точки $A(1; 3; 0)$ и $B(4; -1; 2)$;

в) точку $M_0(-6; 0; 3)$ в направлении, которое составляет с осями координат *Ox* и *Oy* углы $\alpha = 60^\circ$ и $\beta = 135^\circ$, соответственно;

г) точку $M_0(-2; 1; 3)$ перпендикулярно плоскости $x - 5y + 6z + 8 = 0$.

8. Из общих уравнений прямой

$$\begin{cases} 5x + 2y - 2z - 4 = 0, \\ x + 2y + 2 = 0 \end{cases}$$

получите её канонические и параметрические уравнения.

9. Найдите точку пересечения и угол между прямой

$$\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = -t + 1 \\ z = t + 2 \end{cases}$$

и плоскостью $x + 2y - 3z - 4 = 0$.

10. Определите расстояния от точки $M(2; 0; 6)$ до плоскости $6x + 5y - 4z + 4 = 0$ и до прямой $\frac{x+3}{6} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+10}{0}$.

Вариант № 11

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(-4;3)$

а) параллельно прямой $3x+y-8=0$;

б) перпендикулярно прямой $\dfrac{x+2}{7}=\dfrac{y-3}{1}$;

в) под углом 135° к прямой $y-7=0$;

г) и точку $B(4;-1)$.

Постройте все прямые. Для каждой прямой запишите вектор нормали $\vec{N}$, направляющий вектор $\vec{s}$ и угловой коэффициент k.

2. Даны две прямые $l_1: y=-5x+7$ и $l_2: \begin{cases} x=2t-3 \\ y=2-3t \end{cases}$

Найдите:

а) точку пересечения прямых;

б) косинус угла между прямыми;

в) расстояние от точки $M_0(2;3)$ до каждой прямой.

3. Приведите уравнения линий к каноническому виду, назовите и постройте кривые:

а) $x^2+y^2+12x-4y+24=0$;

б) $3x^2+6x+4y^2-8y+3=0$;

в) $y=1-\sqrt{7-3x}$;

г) $y^2-x^2-x-y-1=0$.

4. Постройте линии

а) $\rho=3(1-\sin\varphi)$;

б) $\begin{cases} y=t^3-t, \\ x=t^2. \end{cases}$

5. Постройте фигуру, заданную неравенствами:

а) $\begin{cases} y\ge 1, \\ x^2+y^2\le 4, \\ x-y\ge 1 \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3y\ge -2x, \\ 3y\le 6-2x, \\ x-y-2\le 0 \end{cases}$

6. Составьте уравнения плоскостей, которые проходят:

а) через точку $M_0(3;-2;4)$ параллельно двум векторам $\vec{a}_1=\{-3;7;1\}$, $\vec{a}_2=\{2;-3;4\}$;

б) через три точки $A(1;1;2), B(2;-1;2), C(4;1;4)$;

в) через точку $A(1;-5;2)$ перпендикулярно прямой $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{-4}$;
г) через точку $M_0(2;-1;3)$ и отсекает на координатных осях равные по величине и по знаку отрезки.

7. Составьте канонические уравнения прямых, которые проходят через:
а) точку $M_0(2;4;-5)$ параллельно вектору $\vec{a}=\{3;2;-2\}$;
б) две точки $A(1;-5;2)$, $B(-5;1;0)$;
в) точку $M_0(2;3;-4)$ в направлении, которое составляет с осями координат OX и OY углы 120° и 45° соответственно;
г) точку $M_0(1;-3;-1)$ перпендикулярно плоскости $x-5y+2z-1=0$.

8. Из общих уравнений прямой

$$\begin{cases} x+3y+5z+1=0 \\ 2x-y-3z+4=0 \end{cases}$$

получите её канонические и параметрические уравнения.

9. Найдите точку пересечения и угол между прямой
$x=2t+3,\ y=t-2,\ z=t+3$ и плоскостью $2x-6y+14z-1=0.$

10. Определите расстояния от точки $M_1(5;-1;0)$ до плоскости
$3y-2z+4=0$ и до прямой $x=3,\ y=2t+4,\ z=t-2$.

Вариант № 12

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(2;1)$

а) параллельно прямой $2x+y-2=0$;

б) перпендикулярно прямой $\frac{x-1}{-3}=\frac{y-2}{1}$;

в) под углом 60° к прямой $y-5=0$;

г) и точку $B(-2;3)$.

Постройте все прямые. Для каждой прямой запишите вектор нормали $\vec{N}$, направляющий вектор $\vec{s}$ и угловой коэффициент k.

2. Даны две прямые $l_1: y=4-2x$ и $l_2: \begin{cases} x=4t-2 \\ y=t+2 \end{cases}$

Найдите:

а) точку пересечения прямых;

б) косинус угла между прямыми;

в) расстояние от точки $M_0(2;2)$ до каждой прямой.

3. Приведите уравнения линий к каноническому виду, назовите и постройте кривые:

а) $x^2+y^2+2x-4y-20=0$;

б) $x^2-y^2+12x-14y+85=0$;

в) $x=-2-2\sqrt{4-y^2}$;

г) $2y^2+8y-x+1=0$.

4. Постройте линии

а) $\rho=2(1-\cos\varphi)$;

б) $\begin{cases} y=\frac{1}{3}(t^3+3t), \\ x=t^2. \end{cases}$

5. Постройте фигуру, заданную неравенствами:

а) $\begin{cases} x\le -1, \\ x^2+y^2\le 4, \\ y-x\ge 1 \end{cases}$ *б*) $\begin{cases} y\ge 2x-2, \\ y\le 2x+1, \\ x+y-2\le 0 \end{cases}$

6. Составьте уравнения плоскостей, которые проходят:

а) через точку $M_0(-3;-1;7)$ и прямую $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-2}{1}$;

б) через три точки $A(1;-1;3), B(2;-5;1), C(-1;4;-1)$;

в) через точку $A(2;-3;-7)$ перпендикулярно прямой $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{2}$;

г) через точку $M_0(3;7;6)$ и отсекает на координатных осях равные по величине и по знаку отрезки.

7. Составьте канонические уравнения прямых, которые проходят:
а) через точку $M_0(1;-2;7)$ параллельно вектору $\vec{a}=\{5;1;-3\}$;
б) через две точки $A(-2;5;-3), B(3;-1;4)$;
в) через точку $M_0(1;-2;7)$ в направлении, которое составляет с осями координат OY и OZ углы 60° и 30° соответственно;
г) через точку $M_0(3;-2;4)$ перпендикулярно плоскости
$3x-2y-z-12=0$

8. Из общих уравнений прямой $\begin{cases} x-2y+z-4=0 \\ 2x+2y-z-8=0 \end{cases}$
получите её канонические и параметрические уравнения.

9. Найдите точку пересечения и угол между прямой
$x=t+2,\ y=-2t+1,\ z=3t+1$ и плоскостью $x-4y+2z+14=0$.

10. Определите расстояния от точки $M_1(0;-5;-4)$ до плоскости
$x+4y+3z+4=0$ и до прямой $x=5t-3,\ y=t+2,\ z=1$.

Вариант № 13

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2;3)$

а) параллельно прямой $2x-3y+2=0$;

б) перпендикулярно прямой $\dfrac{x+4}{-1}=\dfrac{y-2}{5}$;

в) под углом 120° к прямой $y+1=0$;

г) и точку $B(3;-1)$.

Постройте все прямые. Для каждой прямой запишите вектор нормали $\vec{N}$, направляющий вектор $\vec{s}$ и угловой коэффициент k.

2. Даны две прямые $l_1: y=1-3x$ и $l_2: \begin{cases} x=3t-1 \\ y=5-2t \end{cases}$

Найдите:

а) точку пересечения прямых;

б) косинус угла между прямыми;

в) расстояние от точки $M_0(5;2)$ до каждой прямой.

3. Приведите уравнения линий к каноническому виду, назовите и постройте кривые:

а) $x^2+y^2+8x-2y+8=0$;

б) $x^2-y^2-6x+4y-4=0$;

в) $x=-4-3\sqrt{y+5}$;

г) $16y^2+9x^2-18x=0$.

4. Постройте линии, заданные в полярных координатах

а) $\rho=4(1-\sin\varphi)$;

б) $\begin{cases} y=-t^2, \\ x=\dfrac{1}{3}(t^3-3t). \end{cases}$

5. Постройте фигуру, заданную неравенствами:

а) $\begin{cases} y\ge 1, \\ x^2+y^2\le 9, \\ y+x\ge 1 \end{cases}$

б) $\begin{cases} y\ge 1-2x, \\ y\le 5-2x, \\ y-x-1\ge 0 \end{cases}$

6. Составьте уравнения плоскостей, которые проходят:

а) через точку $M_0(0;2;-6)$ перпендикулярно двум плоскостям $x-y+2z-1=0,\ \ -x+y-z-3=0$;

б) через три точки $A(-1;3;5), B(2;-3;-7), C(2;-3;-5)$;

в) через точку $A(7;-2;4)$ перпендикулярно прямой $\frac{x-2}{3}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z-5}{2}$;

г) через точку $M_0(1;-2;4)$ и отсекает на координатных осях равные по величине и по знаку отрезки.

7. Составьте канонические уравнения прямых, которые проходят:

а) через точку $M_0(-6;1;3)$ параллельно вектору $\vec{a}=\{-2;8;0\}$;

б) через две точки $A(9;1;-4), B(6;-4;-9)$;

в) через точку $M_0(-6;1;3)$ в направлении, которое составляет с осями координат OX и OZ углы 120° и 60° соответственно;

г) через точку $M_0(5;0;-2)$ перпендикулярно плоскости $4x+y+7z-2=0$.

8. Из общих уравнений прямой $\begin{cases} x-y-z-2=0 \\ x-2y+z+4=0 \end{cases}$ получите её канонические и параметрические уравнения.

9. Найдите точку пересечения и угол между прямой $x=-4t+1, y=3t-1, z=2t$ и плоскостью $4x+2y-3z-18=0.$

10. Определите расстояния от точки $M_1(2;-2;-3)$ до плоскости $y+z+2=0$ и до прямой $x=t+1, y=-t+5, z=t$

Вариант № 14

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(5;0)$

а) параллельно прямой $3x-2y+4=0$;

б) перпендикулярно прямой $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-3}$;

в) под углом 45° к прямой $y-3=0$;

г) и точку $B(-1;1)$.

Постройте все прямые. Для каждой прямой запишите вектор нормали $\vec{N}$, направляющий вектор $\vec{s}$ и угловой коэффициент k.

2. Даны две прямые $l_1: y=2x-5$ и $l_2:\begin{cases} x=3-2t \\ y=5t+1 \end{cases}$

Найдите:

а) точку пересечения прямых;

б) косинус угла между прямыми;

в) расстояние от точки $M_0(-1;2)$ до каждой прямой.

3. Приведите уравнения линий к каноническому виду, назовите и постройте кривые:

а) $x^2+y^2+8x-4y+16=0$;

б) $4x^2-24x+3y^2+24=0$;

в) $y=-3+\sqrt{5x-2}$;

г) $9x^2-16y^2-36x+32y-5=0$.

4. Постройте линии

а) $\rho=2(1+\sin\varphi)$;

б) $\begin{cases} y=\dfrac{1}{3}(t^3+3t), \\ x=-t^2. \end{cases}$

5. Постройте фигуру, заданную неравенствами:

а) $\begin{cases} x\le 1, \\ x^2+y^2\le 4, \\ y+x\ge 1 \end{cases}$

б) $\begin{cases} y\ge x+1, \\ y\le x+3, \\ x+y-2\ge 0 \end{cases}$

6. Составьте уравнения плоскостей, которые проходят:

а) через точку $M_0(2;3;-5)$ параллельно двум векторам $\vec{a}_1=\{-3;1;-1\}$, $\vec{a}_2=\{7;2;-3\}$;

б) через три точки $A(-1;2;4), B(-3;2;1), C(4;6;3)$;

в) через точку $A(4;0;2)$ перпендикулярно прямой $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-3}{-5}=\dfrac{z-1}{3}$;

г) через точку $M_0(7;-3;0)$ и отсекает на координатных осях равные по величине и по знаку отрезки.

7. Составьте канонические уравнения прямых, которые проходят:
а) через точку $M_0(4;0;3)$ параллельно вектору $\vec{a}=\{7;-1;-4\}$;
б) через две точки $A(1;-2;-3), B(7;3;1)$;
в) через точку $M_0(4;2;-1)$ в направлении, которое составляет с осями координат OX и OY углы 120° и 45° соответственно;
г) через точку $M_0(5;-2;1)$ перпендикулярно плоскости $y+2z-11=0$.

8. Из общих уравнений прямой $\begin{cases}3x+y-z-6=0\\3x-y+z=0\end{cases}$

получите её канонические и параметрические уравнения.

9. Найдите точку пересечения и угол между прямой
$x=3t+5,\ y=-t-3,\ z=-5t+1$ и плоскостью $x-y+4z+4=0.$

10. Определите расстояния от точки $M_1(0;2;1)$ до плоскости
$4x-5y-z-7=0$ и до прямой $x=3t-2,\ y=t+4,\ z=5t-5$.

Вариант № 15

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(3;-1)$

а) параллельно прямой $5x-y-2=0$;

б) перпендикулярно прямой $\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y+4}{4}$;

в) под углом 150° к прямой $y+5=0$;

г) и точку $B(-1;2)$.

Постройте все прямые. Для каждой прямой запишите вектор нормали $\vec{N}$, направляющий вектор $\vec{s}$ и угловой коэффициент k.

2. Даны две прямые $l_1: y=-1-2x$ и $l_2:\begin{cases}x=1+t\\ y=1-4t\end{cases}$

Найдите:

а) точку пересечения прямых;

б) косинус угла между прямыми;

в) расстояние от точки $M_0(2;-2)$ до каждой прямой.

3. Приведите уравнения линий к каноническому виду, назовите и постройте кривые:

а) $x^2+y^2+4x-12=0$;

б) $x^2-y^2+12x-14y+85=0$;

в) $x=-2-\sqrt{16-y^2}$;

г) $y=2x^2+8x+1$.

4. Постройте линии

а) $\rho=3(1-\cos\varphi)$;

б) $\begin{cases}y=t^2,\\ x=\dfrac{1}{3}(t^3+3t).\end{cases}$

5. Постройте фигуру, заданную неравенствами:

а) $\begin{cases}x\ge 1,\\ x^2+y^2\le 9,\\ y+x\ge 2\end{cases}$

б) $\begin{cases}x\ge 2y-2,\\ x\le 2y+1,\\ x+y-2\ge 0\end{cases}$

6. Составьте уравнения плоскостей, которые проходят через:

а) две параллельные прямые $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-2}{-4}$ и $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+5}{-4}$;

б) три точки $A(4;1;5), B(1;-3;5), C(0;-5;8)$;
в) точку $A(-1;4;2)$ перпендикулярно прямой
$x=5t+9; \quad y=3t; \quad z=-2t+6$;
г) точку $M_0(2;-1;5)$ и отсекает на координатных осях равные по величине и по знаку отрезки.

7. Составьте канонические уравнения прямых, которые проходят:
а) через точку $M_0(3;-5;6)$ параллельно вектору $\vec{a}=\{1;-7;-4\}$;
б) через две точки $A(-4;-1;2), B(1;7;5)$;
в) через точку $M_0(-5;2;-4)$ в направлении, которое составляет с осями координат OX и OZ углы 30° и 60° соответственно;
г) через точку $M_0(5;-1;-6)$ перпендикулярно плоскости $4x-6y+z-7=0$.

8. Из общих уравнений прямой $\begin{cases} 4x+y+z+2=0 \\ 2x+y-3z-8=0 \end{cases}$
получите её канонические и параметрические уравнения.

9. Найдите точку пересечения и угол между прямой
$x=-4t-1, y=6t-3, z=-5t+1$ и плоскостью $3x-2y-5z=0$.

10. Определите расстояния от точки $M_1(2;-1;1)$ до плоскости
$2x+10y-1=0$ и до прямой $x=2, y=-t+2, z=t+3$.

Вариант № 16

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(-1;-2)$

а) параллельно прямой $5x-2y+3=0$;

б) перпендикулярно прямой $\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y-3}{-4}$;

в) под углом 150° к прямой $y-3=0$;

г) и точку $B(5;-2)$.

Постройте все прямые. Для каждой прямой запишите вектор нормали $\vec{N}$, направляющий вектор $\vec{s}$ и угловой коэффициент k.

2. Даны две прямые $l_1: y=5x-2$ и $l_2: \begin{cases} x=2t+1 \\ y=-3t-1 \end{cases}$

Найдите:

а) точку пересечения прямых;

б) косинус угла между прямыми;

в) расстояние от точки $M_0(1;5)$ до каждой прямой.

3. Приведите уравнения линий к каноническому виду, назовите и постройте кривые:

а) $x^2+y^2-8x-2y+13=0$;

б) $x^2+9y^2-2x-36y+28=0$;

в) $x=1+2\sqrt{y^2+4y+5}$;

г) $y^2+2y-4x+5=0$.

4. Постройте линии

а) $\rho=4(1+\cos\varphi)$;

б) $\begin{cases} y=\dfrac{1}{4}\left(t^3-t\right), \\ x=t^2. \end{cases}$

5. Постройте фигуру, заданную неравенствами:

а) $\begin{cases} x\ge 1, \\ x^2+y^2\le 9, \\ x-y\ge -2 \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x\ge 3y-3, \\ 2x\le 3y+6, \\ x+y+3\ge 0 \end{cases}$

6. Составьте уравнения плоскостей, которые проходят:

а) через точку $M_0(6;-2;1)$ параллельно двум векторам $\vec{a}_1=\{4;1;-2\}, \vec{a}_2=\{5;-5;-1\}$;

б) через три точки $A(1;1;1), B(2;3;-4), C(1;-1;2)$;

в) через точку $A(-3;5;8)$ перпендикулярно прямой $\dfrac{x-4}{7}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z}{1}$;

г) через точку $M_0(4;-1;7)$ и отсекает на координатных осях равные по величине и по знаку отрезки.

7. Составьте канонические уравнения прямых, которые проходят:
а) через точку $M_0(3;7;-9)$ параллельно вектору $\vec{a}=\{0;1;-8\}$;
б) через две точки $A(3;-2;1), B(4;-3;-2)$;
в) через точку $M_0(1;5;-7)$ в направлении, которое составляет с осями координат OX и OY углы 45° и 60° соответственно;
г) через точку $M_0(0;-2;-6)$ перпендикулярно плоскости $7x+z+2=0$.

8. Из общих уравнений прямой $\begin{cases}2x+y+z-2=0\\2x-y-3z+6=0\end{cases}$
получите её канонические и параметрические уравнения.

9. Найдите точку пересечения и угол между прямой
$x=7t+2,\ y=-2t-4,\ z=3t+6$ и плоскостью $-x-y+2z-17=0$.

10. Определите расстояния от точки $M_1(3;-3;-1)$ до плоскости
$2x+4y-3=0$ и до прямой $x=2t-3,\ y=t+1,\ z=6t-1$.

Вариант № 17

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(3;-2)$

а) параллельно прямой $-x+3y+2=0$;

б) перпендикулярно прямой $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y+1}{5}$;

в) под углом 120° к прямой $y+12=0$;

г) и точку $B(5;-1)$.

Постройте все прямые. Для каждой прямой запишите вектор нормали $\vec{N}$, направляющий вектор $\vec{s}$ и угловой коэффициент k.

2. Даны две прямые $l_1: y=3x-1$ и $l_2: \begin{cases} x=3t-1 \\ y=5-2t \end{cases}$

Найдите:

а) точку пересечения прямых;

б) косинус угла между прямыми;

в) расстояние от точки $M_0(-2;-1)$ до каждой прямой.

3. Приведите уравнения линий к каноническому виду, назовите и постройте кривые:

а) $x^2+y^2+6x+10y+18=0$;

б) $x^2-y^2-6x+4y-4=0$;

в) $x=-4-3\sqrt{y+5}$;

г) $16y^2+9x^2-18x=0$.

4. Постройте линии

а) $\rho=2(1-\sin\varphi)$;

б) $\begin{cases} y=\dfrac{1}{3}(t^3-3t), \\ x=-t^2. \end{cases}$

5. Постройте фигуру, заданную неравенствами:

а) $\begin{cases} x\ge 1, \\ x^2+y^2\le 4, \\ y+x\ge 1 \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2y\ge -3x, \\ 2y\le 6-3x, \\ x-y-1\le 0 \end{cases}$

6. Составьте уравнения плоскостей, которые проходят:

а) через точку $M_0(-4;-2;5)$ перпендикулярно двум плоскостям $2x-2y+z-1=0,\quad 4x-3y+2z=0$;

б) через три точки $A(3;4;1), B(-1;1;0), C(-2;0;1)$;

в) через точку $A(4;-3;2)$ перпендикулярно прямой $\dfrac{x+5}{-2}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z+1}{9}$;

г) через точку $M_0(6;-3;9)$ и отсекает на координатных осях равные по величине и по знаку отрезки.

7. Составьте канонические уравнения прямых, которые проходят:
а) через точку $M_0(1;-3;8)$ параллельно вектору $\vec{a}=\{5;0;-7\}$;
б) через две точки $A(-3;5;1), B(2;1;4)$;
в) через точку $M_0(1;-3;-7)$ в направлении, которое составляет с осями координат OX и OY углы 120° и 60°, соответственно;
г) через точку $M_0(5;-2;4)$ перпендикулярно плоскости $x-y+3z-4=0$.

8. Из общих уравнений прямой $\begin{cases} x+5y-z-5=0 \\ 2x-5y+2z+5=0 \end{cases}$
получите её канонические и параметрические уравнения.

9. Найдите точку пересечения и угол между прямой
$x=8t+2, y=3t-1, z=6t$ и плоскостью $4x-2y+z+10=0.$

10. Определите расстояния от точки $M_1(1;2;-3)$ до плоскости
$3x-y+2z+1=0$ и до прямой $x=t-3, y=2, z=-5t-7$

Вариант № 18

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2;2)$

а) параллельно прямой $3x-2y+4=0$;

б) перпендикулярно прямой $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+3}{3}$;

в) под углом 60° к прямой $y-1=0$;

г) и точку $B(1;-2)$.

Постройте все прямые. Для каждой прямой запишите вектор нормали $\vec{N}$, направляющий вектор $\vec{s}$ и угловой коэффициент k.

2. Даны две прямые $l_1: y=3x-2$ и $l_2: \begin{cases} x=-2t-3 \\ y=-t-1 \end{cases}$

Найдите:

а) точку пересечения прямых;

б) косинус угла между прямыми;

в) расстояние от точки $M_0(2;1)$ до каждой прямой.

3. Приведите уравнения линий к каноническому виду, назовите и постройте кривые:

а) $x^2+y^2-6x-8y+24=0$;

б) $2x^2+y^2-12x-8y+32=0$;

в) $x=-2-\sqrt{2y+8}$;

г) $4x^2-3y^2-8x+12y+4=0$.

4. Постройте линии

а) $\rho=5(1+\sin\varphi)$;

б) $\begin{cases} y=\dfrac{1}{4}\left(t^3+t\right), \\ x=t^2. \end{cases}$

5. Постройте фигуру, заданную неравенствами:

а) $\begin{cases} x\le 1, \\ x^2+y^2\le 9, \\ x-y\le 2 \end{cases}$

б) $\begin{cases} x\ge y+1, \\ x\le y+3, \\ x+2y-2\ge 0 \end{cases}$

6. Составьте уравнения плоскостей, которые проходят:

а) через точку $M_0(2;-1;9)$ и прямую $x=4t+3;\ \ y=-2t+2;\ \ 5t$;

б) через три точки $A(1;2;-3), B(1;0;1), C(-2;-1;6)$;

в)через точку $A(3;-2;-9)$ перпендикулярно прямой $\dfrac{x-7}{4}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z+2}{-1}$;

г) через точку $M_0(-5;4;6)$ и отсекает на координатных осях равные по величине и по знаку отрезки.

7. Составьте канонические уравнения прямых, которые проходят:

а) через точку $M_0(4;-6;5)$ параллельно вектору $\vec{a}=\{1;-5;0\}$;

б) через две точки $A(2;-7;1), B(3;-4;2)$;

в) через точку $M_0(1;-4;6)$ в направлении, которое составляет с осями координат OY и OZ углы 45° и 120° соответственно;

г) через точку $M_0(3;-2;1)$ перпендикулярно плоскости $5x-3y+4z+2=0$.

8. Из общих уравнений прямой $\begin{cases}6x-5y-4z-2=0\\x+7y-z-5=0\end{cases}$

получите её канонические и параметрические уравнения.

9. Найдите точку пересечения и угол между прямой

$x=4t+2,\ y=-t-5,\ z=5t+1$ и плоскостью $3x-2y+2z+6=0$.

10. Определите расстояния от точки $M_1(7;-4;2)$ до плоскости

$x+5y+2z+6=0$ и до прямой $x=2t-3,\ y=-3t+1,\ z=-2$.

Вариант № 19

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(1;5)$

а) параллельно прямой $4x-y+1=0$;

б) перпендикулярно прямой $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{-5}$;

в) под углом 45° к прямой $y+6=0$;

г) и точку $B(2;2)$.

Постройте все прямые. Для каждой прямой запишите вектор нормали $\vec{N}$, направляющий вектор $\vec{s}$ и угловой коэффициент k.

2. Даны две прямые $l_1: y=2x+5$ и $l_2: \begin{cases} x=-3+2t \\ y=1-5t \end{cases}$

Найдите:

а) точку пересечения прямых;

б) косинус угла между прямыми;

в) расстояние от точки $M_0(-3;2)$ до каждой прямой.

3. Приведите уравнения линий к каноническому виду, назовите и постройте кривые:

а) $x^2+y^2-4x+6y-3=0$;

б) $4x^2-6x+3y^2=0$;

в) $y=-3+\sqrt{5x-2}$;

г) $9x^2-16y^2-36x+32y+20=0$.

4. Постройте линии

а) $\rho=3(1-\cos\varphi)$;

б) $\begin{cases} y=-t^2, \\ x=\dfrac{1}{3}(t^3+3t). \end{cases}$

5. Постройте фигуру, заданную неравенствами:

а) $\begin{cases} x\le 1, \\ x^2+y^2\le 9, \\ y+x\ge 2 \end{cases}$

б) $\begin{cases} y\ge 1-2x, \\ y\le 5-2x, \\ y-x-1\le 0 \end{cases}$

6. Составьте уравнения плоскостей, которые проходят:

а) через точку $M_0(-7;1;-4)$ параллельно двум векторам $\vec{a}_1=\{5;6;-3\}, \vec{a}_2=\{3;-5;-1\}$;

б) через три точки $A(1;2;0), B(3;0;-3), C(5;2;6)$;

в)через точку $A(-5;4;-8)$ перпендикулярно прямой $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{6}=\dfrac{z-2}{3}$;

г) через точку $M_0(12;-7;-1)$ и отсекает на координатных осях равные по величине и по знаку отрезки.

7. Составьте канонические уравнения прямых, которые проходят:
а) через точку $M_0(-2;3;-4)$ параллельно вектору $\vec{a}=\{1;-5;-8\}$;
б) через две точки $A(7;-1;3), B(4;1;-2)$;
в) через точку $M_0(3;-1;0)$ в направлении, которое составляет с осями координат OX и OZ углы 30° и 60° соответственно;
г) через точку $M_0(2;-6;4)$ перпендикулярно плоскости $2x+3y+5z-3=0$.

8. Из общих уравнений прямой $\begin{cases}8x-y-3z-1=0\\ x+y+z+10=0\end{cases}$
получите её канонические и параметрические уравнения.

9. Найдите точку пересечения и угол между прямой
$x=t+5,\ y=3t-6,\ z=t+2$ и плоскостью $5x-4y-5z-3=0$.

10. Определите расстояния от точки $M_1(4;-1;2)$ до плоскости
$x-3y-3z+4=0$ и до прямой $x=-t-2,\ y=t+5,\ z=2t+3$.

Вариант № 20

1. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(2;-8)$

а) параллельно прямой $x+4y-1=0$;

б) перпендикулярно прямой $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-4}{2}$;

в) под углом 30° к прямой $y+3=0$;

г) и точку $B(3;-5)$.

Постройте все прямые. Для каждой прямой запишите вектор нормали $\vec{N}$, направляющий вектор $\vec{s}$ и угловой коэффициент k.

2. Даны две прямые $l_1 : y=3-5x$ и $l_2 : \begin{cases} x=3t+4 \\ y=-2t-1 \end{cases}$

Найдите:

а) точку пересечения прямых;

б) косинус угла между прямыми;

в) расстояние от точки $M_0(-2;3)$ до каждой прямой.

3. Приведите уравнения линий к каноническому виду, назовите и постройте кривые:

а) $x^2+y^2+6x-4y+4=0$;

б) $6x^2+4y^2-6y-9=0$;

в) $y=3+2\sqrt{1-x}$;

г) $25x^2-4y^2+50x-24y+89=0$.

4. Постройте линии

а) $\rho=5(1-\sin\varphi)$;

б) $\begin{cases} y=\dfrac{1}{4}\left(t^3-t\right), \\ x=-t^2. \end{cases}$

5. Постройте фигуру, заданную неравенствами:

а) $\begin{cases} x\ge -1, \\ x^2+y^2\le 9, \\ y-x\le 2 \end{cases}$

б) $\begin{cases} y\le x+2, \\ y\ge x-2, \\ 3x+2y+6\ge 0 \end{cases}$

6. Составьте уравнения плоскостей, которые проходят:

а) через две параллельные прямые $x=t-1;\ \ y=2t+5;\ \ z=3t+2$ и $x=t+3;\ \ y=2t-2;\ \ z=3t+6$;

б) через три точки $A(1;5;-7), B(-3;6;3), C(-2;7;3)$;

в) через точку $A(1;-1;2)$ перпендикулярно прямой $\frac{x-2}{3}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-4}{5}$;

г) через точку $M_0(5;-3;2)$ и отсекает на координатных осях равные по величине и по знаку отрезки.

7. Составьте канонические уравнения прямых, которые проходят:
а) через точку $M_0(3;-5;6)$ параллельно вектору $\vec{a}=\{2;1;-7\}$;
б) через две точки $A(-1;3;4), B(2;-4;3)$;
в) через точку $M_0(5;0;-1)$ в направлении, которое составляет с осями координат OY и OZ углы 60° и 135° соответственно;
г) через точку $M_0(-1;5;-3)$ перпендикулярно плоскости $7x-y+4z+4=0$

8. Из общих уравнений прямой $\begin{cases} x+5y+2z+11=0 \\ x-y-z-1=0 \end{cases}$
получите её канонические и параметрические уравнения.

9. Найдите точку пересечения и угол между прямой
$x=-5t+2, y=7t-4, z=2t+6$ и плоскостью $x-2y+4z-1=0.$

10. Определите расстояния от точки $M_1(-5;-3;2)$ до плоскости
$x+y-2z+2=0$ и до прямой $x=1, y=-3t+5, z=2t-7$.