

8.9. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ К ГЛ. 8

*ИДЗ-8.1*

Найти неопределенные интегралы (в заданиях 1—5 результаты интегрирования проверить дифференцированием).

1

- |   |  |
|---|--|
| 1.1. $\int \frac{3 + \sqrt[3]{x^2} - 2x}{\sqrt{x}} dx.$                 | 1.2. $\int \frac{2x^2 + 3\sqrt{x} - 1}{2x} dx.$                        |
| 1.3. $\int \frac{3\sqrt{x} + 4x^2 - 5}{2x^2} dx.$                       | 1.4. $\int \frac{2\sqrt{x} - x^2 + 3}{\sqrt[3]{x}} dx.$                |
| 1.5. $\int \frac{\sqrt[4]{x} - 2x + 5}{x^2} dx.$                        | 1.6. $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}} dx.$                   |
| 1.7. $\int \left( \sqrt[3]{x} - \frac{2\sqrt[4]{x}}{x} + 3 \right) dx.$ | 1.8. $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x^5} + 1}{\sqrt{x}} dx.$                 |
| 1.9. $\int \frac{3x^2 - \sqrt[5]{x} + 2}{x} dx.$                        | 1.10. $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x} + 4}{x^2} dx.$                       |
| 1.11. $\int \frac{\sqrt[6]{x^5} - 5x^2 + 3}{x} dx.$                     | 1.12. $\int \left( x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x^3}} + 1 \right) dx.$   |
| 1.13. $\int \left( x^2 - \frac{\sqrt[6]{x}}{x} - 3 \right) dx.$         | 1.14. $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2x^5 + 3}{x} dx.$                    |
| 1.15. $\int \left( \frac{\sqrt[3]{x}}{x} + 2x^3 - 4 \right) dx.$        | 1.16. $\int \frac{\sqrt{x^3} - 3x^4 + 2}{x} dx.$                       |
| 1.17. $\int \left( 2x^3 - 3\sqrt{x^5} + \frac{4}{x} \right) dx.$        | 1.18. $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x^5} + 5}{x^2} dx.$                     |
| 1.19. $\int \frac{3x^2 - \sqrt{x^3} + 7}{x^3} dx.$                      | 1.20. $\int \frac{3x^4 - \sqrt[3]{x^2} + 1}{x^2} dx.$                  |
| 1.21. $\int \left( \sqrt[5]{x^2} - \frac{2}{x^3} + 4 \right) dx.$       | 1.22. $\int \frac{\sqrt{x} - 2x^3 + 6}{x} dx.$                         |
| 1.23. $\int \frac{\sqrt[5]{x} - 2x^3 + 4}{x^2} dx.$                     | 1.24. $\int \left( \sqrt{x} - \frac{3x^2}{\sqrt{x^3}} + 2 \right) dx.$ |

$$\begin{array}{ll}
1.25. \int \left( \sqrt[5]{x} - \frac{4}{x^5} + 2 \right) dx. & 1.26. \int \frac{\sqrt[7]{x^6} - 2x^2 + 3}{x} dx. \\
1.27. \int \left( \frac{\sqrt[3]{x}}{x} - \frac{2}{x^3} + 1 \right) dx. & 1.28. \int \left( \frac{2x^2}{\sqrt{x}} - \frac{5}{x} + 6 \right) dx. \\
1.29. \int \left( \frac{\sqrt[3]{x^2}}{x} - \frac{7}{x^3} + 5 \right) dx. & 1.30. \int \left( \frac{5x^2}{\sqrt{x}} - \sqrt[3]{x^2} + 2 \right) dx.
\end{array}$$

## 2.

$$\begin{array}{ll}
2.1. \int \sqrt{3+x} dx. & 2.2. \int \sqrt[3]{1+x} dx. \\
2.3. \int \sqrt[3]{(1+x)^2} dx. & 2.4. \int \frac{dx}{\sqrt{1+x}}. \\
2.5. \int \frac{dx}{\sqrt{(1-x)^3}}. & 2.6. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{2+x}}. \\
2.7. \int (1-4x)^7 dx. & 2.8. \int (1+4x)^5 dx. \\
2.9. \int (1-3x)^4 dx. & 2.10. \int \sqrt{1+3x} dx. \\
2.11. \int \sqrt{5-4x} dx. & 2.12. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{5+3x}}. \\
2.13. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(1-4x)^5}}. & 2.14. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(3-4x)^2}}. \\
2.15. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{2-5x}}. & 2.16. \int \sqrt[5]{3-2x} dx. \\
2.17. \int \sqrt[4]{1+3x} dx. & 2.18. \int \sqrt[3]{1+3x} dx. \\
2.19. \int \frac{dx}{\sqrt{(3-x)^5}}. & 2.20. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{3+x}}. \\
2.21. \int \frac{dx}{(2+x)^3}. & 2.22. \int \sqrt[3]{5-2x} dx. \\
2.23. \int \sqrt{5-4x} dx. & 2.24. \int \sqrt[5]{(6-5x)^2} dx. \\
2.25. \int \sqrt[4]{2-5x} dx. & 2.26. \int \sqrt[3]{4-2x} dx. \\
2.27. \int \sqrt{3-4x} dx. & 2.28. \int \sqrt[5]{3+2x} dx. \\
2.29. \int \sqrt[4]{(3+5x)^3} dx. & 2.30. \int \sqrt[3]{(2-x)^2} dx.
\end{array}$$

## 3

- |                              |                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| 3.1. $\int \frac{dx}{3-x}$   | 3.2. $\int \frac{dx}{3x+9}$  | 3.3. $\int \frac{dx}{2-3x}$  |
| 3.4. $\int \frac{dx}{1-4x}$  | 3.5. $\int \frac{dx}{2+3x}$  | 3.6. $\int \frac{dx}{2-5x}$  |
| 3.7. $\int \frac{dx}{3x-2}$  | 3.8. $\int \frac{dx}{2x+3}$  | 3.9. $\int \frac{dx}{3x-4}$  |
| 3.10. $\int \frac{dx}{4-3x}$ | 3.11. $\int \frac{dx}{3x+4}$ | 3.12. $\int \frac{dx}{4x-2}$ |
| 3.13. $\int \frac{dx}{5-3x}$ | 3.14. $\int \frac{dx}{4-7x}$ | 3.15. $\int \frac{dx}{5x-3}$ |
| 3.16. $\int \frac{dx}{3-2x}$ | 3.17. $\int \frac{dx}{5+3x}$ | 3.18. $\int \frac{dx}{3-5x}$ |
| 3.19. $\int \frac{dx}{5+4x}$ | 3.20. $\int \frac{dx}{6-3x}$ | 3.21. $\int \frac{dx}{6+5x}$ |
| 3.22. $\int \frac{dx}{1-7x}$ | 3.23. $\int \frac{dx}{1+6x}$ | 3.24. $\int \frac{dx}{2+7x}$ |
| 3.25. $\int \frac{dx}{7-3x}$ | 3.26. $\int \frac{dx}{5-2x}$ | 3.27. $\int \frac{dx}{2x+7}$ |
| 3.28. $\int \frac{dx}{2x+9}$ | 3.29. $\int \frac{dx}{7x-3}$ | 3.30. $\int \frac{dx}{6x+1}$ |

## 4

- |                            |                           |
|----------------------------|---------------------------|
| 4.1. $\int \sin(2-3x)dx$   | 4.2. $\int \sin(3-2x)dx$  |
| 4.3. $\int \sin(5-3x)dx$   | 4.4. $\int \cos(2+3x)dx$  |
| 4.5. $\int \cos(3+2x)dx$   | 4.6. $\int \sin(4-2x)dx$  |
| 4.7. $\int \cos(5-2x)dx$   | 4.8. $\int \cos(7x+3)dx$  |
| 4.9. $\int \sin(8x-3)dx$   | 4.10. $\int \sin(3+4x)dx$ |
| 4.11. $\int \sin(3-4x)dx$  | 4.12. $\int \cos(4x+3)dx$ |
| 4.13. $\int \cos(3-4x)dx$  | 4.14. $\int \cos(2+5x)dx$ |
| 4.15. $\int \cos(3x+5)dx$  | 4.16. $\int \sin(5x-3)dx$ |
| 4.17. $\int \sin(5-3x)dx$  | 4.18. $\int \sin(3x+6)dx$ |
| 4.19. $\int \cos(5x-8)dx$  | 4.20. $\int \cos(3x-7)dx$ |
| 4.21. $\int \cos(5x-6)dx$  | 4.22. $\int \sin(7x+1)dx$ |
| 4.23. $\int \cos(7x+3)dx$  | 4.24. $\int \sin(7-4x)dx$ |
| 4.25. $\int \cos(3x-7)dx$  | 4.26. $\int \sin(8x-5)dx$ |
| 4.27. $\int \cos(8x-4)dx$  | 4.28. $\int \sin(9x-1)dx$ |
| 4.29. $\int \cos(10x-3)dx$ | 4.30. $\int \sin(9x+7)dx$ |

## 5

$$\begin{array}{lll}
5.1. \int \frac{\sqrt{3}dx}{9x^2 - 3} & 5.2. \int \frac{dx}{\sqrt{9x^2 + 3}} & 5.3. \int \frac{dx}{9x^2 + 3} \\
5.4. \int \frac{9dx}{\sqrt{9x^2 - 3}} & 5.5. \int \frac{dx}{\sqrt{3 - 9x^2}} & 5.6. \int \frac{dx}{7x^2 - 4} \\
5.7. \int \frac{3dx}{\sqrt{7x^2 - 4}} & 5.8. \int \frac{dx}{5x^2 + 3} & 5.9. \int \frac{dx}{5x^2 - 3} \\
5.10. \int \frac{dx}{\sqrt{3 - 5x^2}} & 5.11. \int \frac{dx}{\sqrt{5x^2 + 3}} & 5.12. \int \frac{dx}{\sqrt{4 - 7x^2}} \\
5.13. \int \frac{\sqrt{5}dx}{\sqrt{3 - 4x^2}} & 5.14. \int \frac{dx}{\sqrt{2x^2 - 9}} & 5.15. \int \frac{dx}{2x^2 + 7} \\
5.16. \int \frac{dx}{\sqrt{3x^2 + 1}} & 5.17. \int \frac{dx}{3x^2 + 2} & 5.18. \int \frac{\sqrt{2}dx}{\sqrt{7 - 2x^2}} \\
5.19. \int \frac{\sqrt{14}dx}{2x^2 - 7} & 5.20. \int \frac{dx}{8x^2 + 9} & 5.21. \int \frac{dx}{3x^2 - 2} \\
5.22. \int \frac{dx}{4x^2 + 3} & 5.23. \int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 + 3}} & 5.24. \int \frac{dx}{\sqrt{3 - 4x^2}} \\
5.25. \int \frac{dx}{\sqrt{9 - 8x^2}} & 5.26. \int \frac{dx}{4x^2 - 3} & 5.27. \int \frac{dx}{8x^2 - 9} \\
5.28. \int \frac{dx}{4x^2 + 7} & 5.29. \int \frac{2dx}{4 + 3x^2} & 5.30. \int \frac{2dx}{\sqrt{4x^2 - 3}}
\end{array}$$

## 6

$$\begin{array}{lll}
6.1. \int \frac{2xdx}{\sqrt{5 - 4x^2}} & 6.2. \int \frac{xdx}{\sqrt{5 - 3x^2}} & 6.3. \int \frac{3xdx}{4x^2 + 1} \\
6.4. \int \frac{4xdx}{\sqrt{3 - 4x^2}} & 6.5. \int \frac{2xdx}{\sqrt{8x^2 - 9}} & 6.6. \int \frac{4xdx}{\sqrt{4x^2 + 3}} \\
6.7. \int \frac{xdx}{\sqrt{9 - 8x^2}} & 6.8. \int \frac{\sqrt{3}xdx}{\sqrt{3x^2 - 2}} & 6.9. \int \frac{2xdx}{\sqrt{3x^2 - 2}} \\
6.10. \int \frac{2xdx}{\sqrt{7 - 2x^2}} & 6.11. \int \frac{xdx}{2x^2 - 7} & 6.12. \int \frac{xdx}{3x^2 + 8}
\end{array}$$

6.13. $\int \frac{2xdx}{3x^2 - 7}$	6.14. $\int \frac{2xdx}{\sqrt{2x^2 + 5}}$	6.15. $\int \frac{xdx}{\sqrt{7 - 3x^2}}$
6.16. $\int \frac{xdx}{2x^2 + 9}$	6.17. $\int \frac{5xdx}{\sqrt{3 - 5x^2}}$	6.18. $\int \frac{xdx}{\sqrt{3x^2 + 8}}$
6.19. $\int \frac{5xdx}{\sqrt{5x^2 + 3}}$	6.20. $\int \frac{xdx}{3x^2 - 6}$	6.21. $\int \frac{xdx}{5x^2 + 1}$
6.22. $\int \frac{5xdx}{5x^2 - 3}$	6.23. $\int \frac{xdx}{2x^2 - 7}$	6.24. $\int \frac{9xdx}{\sqrt{1 - 9x^2}}$
6.25. $\int \frac{3xdx}{9x^2 + 2}$	6.26. $\int \frac{5xdx}{\sqrt{7x^2 - 1}}$	6.27. $\int \frac{3xdx}{\sqrt{9x^2 + 5}}$
6.28. $\int \frac{2xdx}{5x^2 - 3}$	6.29. $\int \frac{xdx}{3x^2 - 2}$	6.30. $\int \frac{7xdx}{7x^2 + 1}$

**7**

7.1. $\int \frac{dx}{\sqrt{2 - 5x^2}}$	7.2. $\int \frac{dx}{2x^2 - 5}$	7.3. $\int \frac{dx}{\sqrt{7x^2 - 3}}$
7.4. $\int \frac{dx}{5x^2 + 2}$	7.5. $\int \frac{dx}{2x^2 + 3}$	7.6. $\int \frac{dx}{\sqrt{5x^2 + 1}}$
7.7. $\int \frac{dx}{2x^2 + 9}$	7.8. $\int \frac{dx}{\sqrt{9 - 2x^2}}$	7.9. $\int \frac{dx}{\sqrt{9x^2 + 2}}$
7.10. $\int \frac{dx}{5x^2 - 4}$	7.11. $\int \frac{dx}{3x^2 - 7}$	7.12. $\int \frac{dx}{3x^2 + 7}$
7.13. $\int \frac{dx}{6x^2 - 7}$	7.14. $\int \frac{dx}{7x^2 + 6}$	7.15. $\int \frac{dx}{\sqrt{7 - 3x^2}}$
7.16. $\int \frac{dx}{6x^2 + 1}$	7.17. $\int \frac{dx}{\sqrt{5x^2 - 1}}$	7.18. $\int \frac{dx}{3x^2 - 5}$
7.19. $\int \frac{dx}{\sqrt{2 - 3x^2}}$	7.20. $\int \frac{dx}{\sqrt{8 - 3x^2}}$	7.21. $\int \frac{dx}{\sqrt{3x^2 + 8}}$
7.22. $\int \frac{dx}{\sqrt{3x^2 + 2}}$	7.23. $\int \frac{dx}{2x^2 + 7}$	7.24. $\int \frac{dx}{4x^2 - 3}$
7.25. $\int \frac{dx}{3x^2 + 4}$	7.26. $\int \frac{dx}{\sqrt{8x^2 - 9}}$	7.27. $\int \frac{dx}{\sqrt{5 - 4x^2}}$

$$7.28. \int \frac{dx}{\sqrt{1-3x^2}}. \quad 7.29. \int \frac{dx}{\sqrt{4x^2+5}}. \quad 7.30. \int \frac{dx}{3x^2-2}.$$

8

$$\begin{array}{lll} 8.1. \int e^{2x-7} dx. & 8.2. \int e^{3+5x} dx. & 8.3. \int e^{2-3x} dx. \\ 8.4. \int e^{2x+1} dx. & 8.5. \int e^{7x-2} dx. & 8.6. \int e^{5x-7} dx. \\ 8.7. \int e^{5x+7} dx. & 8.8. \int e^{7-2x} dx. & 8.9. \int e^{3-4x} dx. \\ 8.10. \int e^{10x+2} dx. & 8.11. \int e^{2x-10} dx. & 8.12. \int e^{4x+3} dx. \\ 8.13. \int e^{4x+5} dx. & 8.14. \int e^{6x-1} dx. & 8.15. \int e^{5-2x} dx. \\ 8.16. \int e^{4-3x} dx. & 8.17. \int e^{3-5x} dx. & 8.18. \int e^{1-4x} dx. \\ 8.19. \int e^{2-5x} dx. & 8.20. \int e^{6x-4} dx. & 8.21. \int e^{8x+1} dx. \\ 8.22. \int e^{2-6x} dx. & 8.23. \int e^{2-4x} dx. & 8.24. \int e^{3-6x} dx. \\ 8.25. \int e^{4-5x} dx. & 8.26. \int e^{5-x} dx. & 8.27. \int e^{7+3x} dx. \\ 8.28. \int e^{2x+3} dx. & 8.29. \int e^{8x+1} dx. & 8.30. \int e^{4-7x} dx. \end{array}$$

9

$$\begin{array}{ll} 9.1. \int \frac{dx}{(2x+1) \sqrt[3]{\ln^2(2x+1)}}. & 9.2. \int \frac{\sqrt[3]{\ln^2(1-x)}}{x-1} dx. \\ 9.3. \int \frac{dx}{(1-x) \sqrt[3]{\ln^2(1-x)}}. & 9.4. \int \frac{dx}{(1-x) \sqrt{\ln^3(1-x)}}. \\ 9.5. \int \frac{\ln^3(1-x)}{x-1} dx. & 9.6. \int \frac{\sqrt{\ln(2x-1)}}{2x-1} dx. \\ 9.7. \int \frac{\sqrt[3]{\ln(3x+1)}}{3x+1} dx. & 9.8. \int \frac{dx}{(x+1) \ln^2(x+1)}. \\ 9.9. \int \frac{dx}{(x+1) \sqrt[3]{\ln(x+1)}}. & 9.10. \int \frac{\sqrt[5]{\ln^2(x+1)}}{x+1} dx. \\ 9.11. \int \frac{\sqrt{\ln^5(x+1)}}{x+1} dx. & 9.12. \int \frac{\sqrt[7]{\ln^2(x+1)}}{x+1} dx. \\ 9.13. \int \frac{\sqrt{\ln^3(x+1)}}{x+1} dx. & 9.14. \int \frac{dx}{(x+1) \sqrt[5]{\ln(x+1)}}. \\ 9.15. \int \frac{\sqrt{\ln^7(x+1)}}{x+1} dx. & 9.16. \int \frac{dx}{(x+2) \sqrt{\ln(x+2)}}. \end{array}$$

$$9.17. \int \frac{\ln^4(3x+1)}{3x+1} dx.$$

$$9.19. \int \frac{dx}{(x+5)\ln^3(x+5)}.$$

$$9.21. \int \frac{\sqrt[3]{\ln(x+4)}}{x+4} dx.$$

$$9.23. \int \frac{\sqrt{\ln^3(x+3)}}{x+3} dx.$$

$$9.25. \int \frac{dx}{(x+3)\ln^4(x+3)}.$$

$$9.27. \int \frac{\sqrt{\ln^3(x+6)}}{x+6} dx.$$

$$9.29. \int \frac{\ln^6(x+9)}{x+9} dx.$$

$$9.18. \int \frac{dx}{(x-3)\ln^4(x-3)}.$$

$$9.20. \int \frac{\ln^3(x-5)}{x-5} dx.$$

$$9.22. \int \frac{\ln^5(x-7)}{x-7} dx.$$

$$9.24. \int \frac{\sqrt[3]{\ln^4(x-5)}}{x-5} dx.$$

$$9.26. \int \frac{\ln^5(x-8)}{x-8} dx.$$

$$9.28. \int \frac{dx}{(x-4)\ln^5(x-4)}.$$

$$9.30. \int \frac{\ln(3x+5)}{3x+5} dx.$$

## 10

$$10.1. \int \sin^4 2x \cos 2x dx.$$

$$10.3. \int \frac{\sin 3x}{\cos^4 3x} dx.$$

$$10.5. \int \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx.$$

$$10.7. \int \frac{\cos x dx}{\sin x + 2}.$$

$$10.9. \int \frac{\sin x dx}{\sqrt{\cos x + 3}}.$$

$$10.11. \int \frac{\cos x dx}{\sqrt{(\sin x - 4)^3}}.$$

$$10.13. \int \frac{\sin 5x}{\sqrt{\cos 5x}} dx.$$

$$10.15. \int \sin^3 4x \cos 4x dx.$$

$$10.17. \int \sqrt{\cos^3 2x} \sin 2x dx.$$

$$10.19. \int \sin^3 5x \cos 5x dx.$$

$$10.2. \int \frac{\cos 2x}{\sin^3 2x} dx.$$

$$10.4. \int \frac{\sin x}{\sqrt[3]{\cos x}} dx.$$

$$10.6. \int \cos^7 2x \sin 2x dx.$$

$$10.8. \int \frac{\cos x dx}{3 - \sin x}.$$

$$10.10. \int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{\cos x + 1}}.$$

$$10.12. \int \frac{\sin 3x}{\cos^2 3x} dx.$$

$$10.14. \int \frac{\cos 4x}{\sin^3 4x} dx.$$

$$10.16. \int \sqrt[3]{\cos 2x} \sin 2x dx.$$

$$10.18. \int \frac{\sin 4x}{\sqrt[3]{\cos^2 4x}} dx.$$

$$10.20. \int \frac{\cos 5x}{\sqrt{\sin^3 5x}} dx.$$

$$\begin{array}{ll}
10.21. \int \frac{\sin 5x}{\cos^4 5x} dx. & 10.22. \int \sqrt{\cos 7x} \sin 7x dx. \\
10.23. \int \sin^6 3x \cos 3x dx. & 10.24. \int \frac{\cos 6x}{\sin^7 6x} dx. \\
10.25. \int \sqrt{\cos^3 2x} \sin 2x dx. & 10.26. \int \sin^4 8x \cos 8x dx. \\
10.27. \int \sin^5 4x \cos 4x dx. & 10.28. \int \frac{\sin 4x}{\sqrt[3]{\cos 4x}} dx. \\
10.29. \int \frac{\sin 2x}{\sqrt[3]{\cos^4 2x}} dx. & 10.30. \int \frac{\cos 6x}{\sin^4 6x} dx.
\end{array}$$

11

$$\begin{array}{ll}
11.1. \int \frac{\sqrt{\operatorname{tg}^3 x}}{\cos^2 x} dx. & 11.2. \int \frac{dx}{\cos^2 x \sqrt{\operatorname{tg}^3 x}}. \\
11.3. \int \frac{dx}{\sin^2 x \operatorname{ctg}^4 x}. & 11.4. \int \frac{\operatorname{ctg}^5 2x}{\sin^2 2x} dx. \\
11.5. \int \frac{\operatorname{tg}^3 4x}{\cos^2 4x} dx. & 11.6. \int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} 5x}}{\cos^2 5x} dx. \\
11.7. \int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{ctg}^2 x}}{\sin^2 x} dx. & 11.8. \int \frac{dx}{\sin^2 x \operatorname{ctg}^3 x}. \\
11.9. \int \frac{dx}{\cos^2 3x \operatorname{tg}^4 3x}. & 11.10. \int \frac{\sqrt{\operatorname{ctg} 7x}}{\sin^2 7x} dx. \\
11.11. \int \frac{\sqrt[5]{\operatorname{ctg} 3x}}{\sin^2 3x} dx. & 11.12. \int \frac{\operatorname{tg}^4 7x}{\cos^2 7x} dx. \\
11.13. \int \frac{\operatorname{ctg}^5 6x}{\sin^2 6x} dx. & 11.14. \int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{tg}^5 4x}}{\cos^2 4x} dx. \\
11.15. \int \frac{\operatorname{ctg}^4 3x}{\sin^2 3x} dx. & 11.16. \int \frac{dx}{\cos^2 4x \sqrt{\operatorname{tg} 4x}}. \\
11.17. \int \frac{dx}{\sin^2 3x \operatorname{ctg}^3 3x}. & 11.18. \int \frac{\operatorname{tg} 6x}{\cos^2 6x} dx. \\
11.19. \int \frac{dx}{\sin^2 x \operatorname{ctg}^3 x}. & 11.20. \int \frac{\sqrt{\operatorname{ctg} 4x}}{\sin^2 4x} dx. \\
11.21. \int \frac{\operatorname{ctg}^5 4x}{\sin^2 4x} dx. & 11.22. \int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} 7x}}{\cos^2 7x} dx.
\end{array}$$



$$11.23. \int \frac{\sqrt[5]{\operatorname{tg}^2 3x}}{\cos^2 3x} dx.$$

$$11.25. \int \frac{dx}{\sin^2 x \sqrt[5]{\operatorname{ctg}^4 x}}.$$

$$11.27. \int \frac{\operatorname{tg}^6 2x}{\cos^2 2x} dx.$$

$$11.29. \int \frac{\sqrt[5]{\operatorname{ctg}^2 x}}{\sin^2 x} dx.$$

$$11.24. \int \frac{\sqrt{\operatorname{ctg}^3 5x}}{\sin^2 5x} dx.$$

$$11.26. \int \frac{dx}{\cos^2 x \sqrt[5]{\operatorname{tg}^2 x}}.$$

$$11.28. \int \frac{\sqrt{\operatorname{ctg}^5 x}}{\sin^2 x} dx.$$

$$11.30. \int \frac{\operatorname{tg}^7 3x}{\cos^2 3x} dx.$$

## 12

$$12.1. \int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg}^6 3x}}{1+9x^2} dx.$$

$$12.3. \int \frac{\arccos^2 3x}{\sqrt{1-9x^2}} dx.$$

$$12.5. \int \frac{\sqrt[3]{\arccos^2 x}}{\sqrt{1+x^2}} dx.$$

$$12.7. \int \frac{\arccos^3 x}{\sqrt{1-9x^2}} dx.$$

$$12.9. \int \frac{\arcsin^5 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx.$$

$$12.11. \int \frac{\arccos^3 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx.$$

$$12.13. \int \frac{\arccos 4x}{\sqrt{1-16x^2}} dx.$$

$$12.15. \int \frac{\arcsin^3 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx.$$

$$12.17. \int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{arctg} 2x}}{1+4x^2} dx.$$

$$12.19. \int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg}^3 x}}{1+x^2} dx.$$

$$12.2. \int \frac{\sqrt[3]{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$12.4. \int \frac{\arccos \operatorname{tg}^3 2x}{1+4x^2} dx.$$

$$12.6. \int \frac{dx}{(1+x^2) \operatorname{arctg}^3 x}.$$

$$12.8. \int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{arctg}^2 x}}{1+x^2} dx.$$

$$12.10. \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin^4 x}.$$

$$12.12. \int \frac{\operatorname{arctg}^7 3x}{1+9x^2} dx.$$

$$12.14. \int \frac{\arcsin^4 x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$12.16. \int \frac{dx}{(1+x^2) \operatorname{arctg}^7 x}.$$

$$12.18. \int \frac{\arccos^6 3x}{1+9x^2} dx.$$

$$12.20. \int \frac{dx}{(1+x^2) \sqrt{\operatorname{arctg} x}}.$$

$$\begin{array}{ll}
12.21. \int \frac{dx}{(1+x^2) \operatorname{arctg}^5 x} & 12.22. \int \frac{\arccos^7 x dx}{\sqrt{1-x^2}} \\
12.23. \int \frac{\sqrt[3]{\arccos 2x}}{\sqrt{1-4x^2}} dx & 12.24. \int \frac{\operatorname{arctg}^4 5x}{1+25x^2} dx \\
12.25. \int \frac{\arcsin^2 5x}{\sqrt{1-25x^2}} dx & 12.26. \int \frac{dx}{\sqrt{1-25x^2} \arcsin 5x} \\
12.27. \int \frac{\operatorname{arctg}^8 3x}{1+9x^2} dx & 12.28. \int \frac{\arccos^2 7x}{\sqrt{1-49x^2}} dx \\
12.29. \int \frac{\sqrt[5]{\operatorname{arctg}^3 x}}{1+x^2} dx & 12.30. \int \frac{\operatorname{arctg}^4 8x}{1+64x^2} dx
\end{array}$$

### 13

$$\begin{array}{lll}
13.1. \int \frac{xdx}{e^{3x^2+4}} & 13.2. \int \frac{xdx}{e^{x^2+3}} & 13.3. \int \frac{x^2 dx}{e^{x^3+1}} \\
13.4. \int e^{\cos x} \sin x dx & 13.5. \int e^{2x^3-1} x^2 dx & \\
13.6. \int \frac{\sin x}{e^{\cos x}} dx & 13.7. \int e^{7x^2+2} x dx & \\
13.8. \int e^{3-x^2} x dx & 13.9. \int e^{4x^2+5} x dx & \\
13.10. \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} e^{\arcsin x}} & 13.11. \int e^{5x^2-3} x dx & \\
13.12. \int e^{1-4x^2} x dx & 13.13. \int e^{3x^2+4} x dx & \\
13.14. \int e^{\sin x+1} \cos x dx & 13.15. \int e^{4-x^2} x dx & \\
13.16. \int e^{\operatorname{tg} x} \frac{1}{\cos^2 x} dx & 13.17. \int e^{3 \cos x+2} \sin x dx & \\
13.18. \int e^{4 \sin x-1} \cos x dx & 13.19. \int e^{5x^2-3} x dx & \\
13.20. \int e^{5-2x^2} x dx & 13.21. \int e^{4-3x^2} x dx & \\
13.22. \int e^{\cos 2x} \sin 2x dx & 13.23. \int e^{1-6x^2} x dx & \\
13.24. \int e^{x^3+1} x^2 dx & 13.25. \int \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2} dx & \\
13.26. \int e^{3x^3} x^2 dx & 13.27. \int \frac{x^4 dx}{e^{x^5+1}} & \\
13.28. \int \frac{xdx}{e^{x^2-3}} & 13.29. \int \frac{xdx}{e^{2x^2+1}} & 13.30. \int e^{4-5x^2} x dx
\end{array}$$

14.1.  $\int \frac{x-1}{7x^2+4} dx.$

14.3.  $\int \frac{2x+1}{5x^2+1} dx.$

14.5.  $\int \frac{3x-2}{2x^2+7} dx.$

14.7.  $\int \frac{5+x}{3x^2+1} dx.$

14.9.  $\int \frac{2x-3}{\sqrt{x^2+9}} dx.$

14.11.  $\int \frac{x-1}{5-2x^2} dx.$

14.13.  $\int \frac{2x+3}{5x^2+2} dx.$

14.15.  $\int \frac{x-3}{1-4x^2} dx.$

14.17.  $\int \frac{5x-2}{x^2+9} dx.$

14.19.  $\int \frac{1-2x}{\sqrt{3x^2+2}} dx.$

14.21.  $\int \frac{2x-3}{\sqrt{4-x^2}} dx.$

14.23.  $\int \frac{3x+4}{5-2x^2} dx.$

14.25.  $\int \frac{5x+2}{\sqrt{x^2+9}} dx.$

14.27.  $\int \frac{x-5}{8-4x^2} dx.$

14.29.  $\int \frac{3x+2}{\sqrt{2x^2-1}} dx.$

14.2.  $\int \frac{1-2x}{5x^2-1} dx.$

14.4.  $\int \frac{x+3}{\sqrt{x^2+4}} dx.$

14.6.  $\int \frac{5-x}{3x^2+1} dx.$

14.8.  $\int \frac{2x-5}{\sqrt{7x^2+3}} dx.$

14.10.  $\int \frac{3x-2}{3x^2+1} dx.$

14.12.  $\int \frac{2x+3}{1-3x^2} dx.$

14.14.  $\int \frac{x-3}{4x^2+1} dx.$

14.16.  $\int \frac{3x-1}{4-x^2} dx.$

14.18.  $\int \frac{2x+5}{\sqrt{5x^2+1}} dx.$

14.20.  $\int \frac{2x-4}{x^2+16} dx.$

14.22.  $\int \frac{2x-1}{\sqrt{5-3x^2}} dx.$

14.24.  $\int \frac{3x-3}{\sqrt{1-x^2}} dx.$

14.26.  $\int \frac{3-2x}{x^2-8} dx.$

14.28.  $\int \frac{x+4}{7x^2+3} dx.$

14.30.  $\int \frac{x-5}{\sqrt{4-9x^2}} dx.$

### Решение типового варианта

Найти неопределенные интегралы (в заданиях 1—5 результаты интегрирования проверить дифференцированием).

$$1. \int \frac{3 - 2x^4 + \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[4]{x}} dx.$$

► Разделив числитель подынтегральной функции на знаменатель и используя второе и третье правила интегрирования, а также таблицу основных неопределенных интегралов, получим

$$\begin{aligned} \int \frac{3 - 2x^4 + \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[4]{x}} dx &= 3 \int x^{-1/4} dx - 2 \int x^{15/4} dx + \int x^{5/12} dx = \\ &= 4x^{3/4} - \frac{8}{19}x^{19/4} + \frac{12}{17}x^{17/12} + C = 4\sqrt[4]{x^3} - \frac{8}{19}\sqrt[4]{x^{19}} + \\ &\quad + \frac{12}{17}\sqrt[12]{x^{17}} + C. \end{aligned}$$

Проверим полученный результат:

$$\begin{aligned} \left(4x^{3/4} - \frac{8}{19}x^{19/4} + \frac{12}{17}x^{17/12} + C\right)' &= 4 \cdot \frac{3}{4}x^{-1/4} - \frac{8}{19} \times \\ &\times \frac{19}{4}x^{15/4} + \frac{12}{17} \frac{17}{12}x^{5/12} = 3x^{-1/4} - 2x^{15/4} + x^{5/12}. \blacktriangleleft \end{aligned}$$

$$2. \int \frac{dx}{\sqrt[5]{(4-8x)^2}}.$$

$$\begin{aligned} \blacktriangleright \int \frac{dx}{\sqrt[5]{(4-8x)^2}} &= \int (4-8x)^{-2/5} dx = -\frac{5}{8 \cdot 3} (4-8x)^{3/5} + \\ &+ C = -\frac{5}{24} \sqrt[5]{(4-8x)^3} + C. \end{aligned}$$

Выполним проверку результата:

$$\begin{aligned} \left(-\frac{5}{24}(4-8x)^{3/5} + C\right)' &= -\frac{5}{24} \frac{3}{5} (4-8x)^{-2/5} (-8) = \\ &= (4-8x)^{-2/5}. \blacktriangleleft \end{aligned}$$

$$3. \int \frac{dx}{6-7x}.$$

$$\blacktriangleright \int \frac{dx}{6-7x} = -\frac{1}{7} \ln |6-7x| + C.$$

Проверим полученный результат:

$$\left(-\frac{1}{7} \ln |6 - 7x| + C\right)' = -\frac{1}{7} \frac{1}{6 - 7x} \cdot (-7) = \frac{1}{6 - 7x}. \blacktriangleleft$$

4.  $\int \cos(2 - 5x) dx$ .

►  $\int \cos(2 - 5x) dx = -\frac{1}{5} \sin(2 - 5x) + C$ .

Выполним проверку результата:

$$\begin{aligned} \left(-\frac{1}{5} \sin(2 - 5x) + C\right)' &= -\frac{1}{5} \cos(2 - 5x) \cdot (-5) = \\ &= \cos(2 - 5x). \blacktriangleleft \end{aligned}$$

5.  $\int \frac{3dx}{\sqrt{4x^2 - 3}}$ .

►  $\int \frac{3dx}{\sqrt{4x^2 - 3}} = \frac{3}{2} \int \frac{2dx}{\sqrt{(2x)^2 - (\sqrt{3})^2}} = \frac{3}{2} \ln |2x - \sqrt{4x^2 - 3}| + C$ .

Проверим полученный результат:

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{2} \ln |2x - \sqrt{4x^2 - 3}| + C\right)' &= \frac{3}{2} \left( \frac{2 + \frac{8x}{2\sqrt{4x^2 - 3}}}{2x - \sqrt{4x^2 - 3}} \right) = \\ &= \frac{3}{2} \frac{2(\sqrt{4x^2 - 3} + 2x)}{(2x + \sqrt{4x^2 - 3})\sqrt{4x^2 - 3}} = \frac{3}{\sqrt{4x^2 - 3}}. \blacktriangleleft \end{aligned}$$

6.  $\int \frac{7xdx}{3x^2 + 4}$ .

► Преобразуем подынтегральную функцию таким образом, чтобы в числителе получилась производная знаменателя:

$$\int \frac{7xdx}{3x^2 + 4} = \frac{7}{6} \int \frac{6xdx}{3x^2 + 4} = \frac{7}{6} \ln(3x^2 + 4) + C. \blacktriangleleft$$

7.  $\int \frac{dx}{\sqrt{6 - 5x^2}}$ .

►  $\int \frac{dx}{\sqrt{6 - 5x^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \int \frac{d(\sqrt{5}x)}{\sqrt{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5}x)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \arcsin \frac{\sqrt{5}x}{\sqrt{6}} + C. \blacktriangleleft$

8.  $\int e^{5-4x} dx$ .

►  $\int e^{5-4x} dx = -\frac{1}{4} \int e^{5-4x} d(5 - 4x) = -\frac{1}{4} e^{5-4x} + C. \blacktriangleleft$

$$9. \int \frac{\sqrt[7]{\ln^3(x+2)}}{x+2} dx.$$

$$\begin{aligned} \blacktriangleright \int \frac{\sqrt[7]{\ln^3(x+2)}}{x+2} dx &= \int \ln^{3/7}(x+2) d(\ln(x+2)) = \\ &= \frac{7}{10} \ln^{10/7}(x+2) + C = \frac{7}{10} \sqrt[7]{\ln^{10}(x+2)} + C. \quad \blacktriangleleft \end{aligned}$$

$$10. \int \frac{\cos 3x dx}{\sqrt[5]{\sin 3x - 4}}.$$

$$\begin{aligned} \blacktriangleright \int \frac{\cos 3x}{\sqrt[5]{\sin 3x - 4}} dx &= \frac{1}{3} \int (\sin 3x - 4)^{-1/5} 3 \cos 3x dx = \\ &= \frac{1}{3} \int (\sin 3x - 4)^{-1/5} d(\sin 3x - 4) = \frac{1}{3} \frac{5}{4} (\sin 3x - 4)^{4/5} + \\ &+ C = \frac{5}{12} \sqrt[5]{(\sin 3x - 4)^4} + C. \quad \blacktriangleleft \end{aligned}$$

$$11. \int \frac{dx}{\sin^2 4x \sqrt[3]{\operatorname{ctg}^2 4x}}.$$

$$\begin{aligned} \blacktriangleright \int \frac{dx}{\sin^2 4x \sqrt[3]{\operatorname{ctg}^2 4x}} &= -\frac{1}{4} \int \operatorname{ctg}^{-2/3} 4x \left( -\frac{4}{\sin^2 4x} dx \right) = \\ &= -\frac{1}{4} \int \operatorname{ctg}^{-2/3} 4x d(\operatorname{ctg} 4x) = -\frac{3}{4} \operatorname{ctg}^{1/3} 4x + C = \\ &= -\frac{3}{4} \sqrt[3]{\operatorname{ctg} 4x} + C. \quad \blacktriangleleft \end{aligned}$$

$$12. \int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{arctg}^5 2x}}{1+4x^2} dx.$$

$$\begin{aligned} \blacktriangleright \int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{arctg}^5 2x}}{1+4x^2} dx &= -\frac{1}{2} \int \operatorname{arctg}^{5/3} 2x \left( -\frac{2}{1+4x^2} \right) dx = \\ &= -\frac{1}{2} \int \operatorname{arctg}^{5/3} 2x d(\operatorname{arctg} 2x) = -\frac{1}{2} \frac{3}{8} \operatorname{arctg}^{8/3} 2x + \\ &+ C = -\frac{3}{16} \sqrt[3]{\operatorname{arctg}^8 2x} + C. \quad \blacktriangleleft \end{aligned}$$

$$13. \int e^{3 \cos x + 2} \sin x dx.$$

$$\begin{aligned} \blacktriangleright \int e^{3 \cos x + 2} \sin x dx &= -\frac{1}{3} \int e^{3 \cos x + 2} d(3 \cos x + 2) = \\ &= -\frac{1}{3} e^{3 \cos x + 2} + C. \quad \blacktriangleleft \end{aligned}$$

$$14. \int \frac{3x+10}{6x^2-4} dx.$$

$$\begin{aligned} \blacktriangleright \int \frac{3x+10}{6x^2-4} dx &= \int \frac{3x dx}{6x^2-4} + 10 \int \frac{dx}{6x^2-4} = \frac{1}{4} \int \frac{12x dx}{6x^2-4} + \\ &+ \frac{10}{\sqrt{6}} \int \frac{dx}{(\sqrt{6}x)^2 - 2^2} = \frac{1}{4} \ln |6x^2 - 4| + \frac{5}{2\sqrt{6}} \ln \left| \frac{\sqrt{6}x - 2}{\sqrt{6}x + 2} \right| + C. \blacktriangleleft \end{aligned}$$

### ИДЗ-8.2

Найти неопределенные интегралы.

1

$$1.1. \int \frac{2-3x}{x^2+2} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \sqrt{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{3}{2} \ln |x^2 + 2| + C.)$$

$$1.2. \int \frac{3-5x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$(\text{Ответ: } 3 \arcsin x + 5\sqrt{1-x^2} + C.)$$

$$1.3. \int \frac{8-13x}{\sqrt{x^2-1}} dx.$$

$$(\text{Ответ: } 8 \ln |x + \sqrt{x^2-1}| - 13\sqrt{x^2-1} + C.)$$

$$1.4. \int \frac{6x+1}{2x^2-1} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{3}{2} \ln |2x^2 - 1| + \frac{\sqrt{2}}{4} \ln \left| \frac{\sqrt{2}x - 1}{\sqrt{2}x + 1} \right| + C.)$$

$$1.5. \int \frac{x-2}{\sqrt{2-x^2}} dx.$$

$$(\text{Ответ: } -\sqrt{2-x^2} - 2 \arcsin \frac{x}{\sqrt{2}} + C.)$$

$$1.6. \int \frac{3-7x}{\sqrt{1-4x^2}} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{3}{2} \arcsin 2x + \frac{7}{4} \sqrt{1-4x^2} + C.)$$

$$1.7. \int \frac{5-3x}{\sqrt{2x^2+1}} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{5}{\sqrt{2}} \ln |\sqrt{2}x + \sqrt{2x^2+1}| - \frac{3}{2} \sqrt{2x^2+1} + C.)$$

$$1.8. \int \frac{1+x}{\sqrt{2-x^2}} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \arcsin \frac{x}{\sqrt{2}} - \sqrt{2-x^2} + C.)$$

$$1.9. \int \frac{3x+2}{2x^2+1} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{3}{4} \ln |2x^2+1| + \sqrt{2} \operatorname{arctg} \sqrt{2}x + C.)$$

$$1.10. \int \frac{1-5x}{1+25x^2} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{1}{5} \operatorname{arctg} 5x - \frac{1}{10} \ln |1+25x^2| + C.)$$

$$1.11. \int \frac{4x-3}{3x^2-4} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{2}{3} \ln |3x^2-4| - \frac{\sqrt{3}}{4} \ln \left| \frac{\sqrt{3}x-2}{\sqrt{3}x+2} \right| + C.)$$

$$1.12. \int \frac{5x+1}{\sqrt{x^2-6}} dx.$$

$$(\text{Ответ: } 5\sqrt{x^2-6} + \ln |x + \sqrt{x^2-6}| + C.)$$

$$1.13. \int \frac{x-3}{9x^2+7} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{1}{18} \ln |9x^2+7| - \frac{1}{\sqrt{7}} \operatorname{arctg} \frac{3x}{\sqrt{7}} + C.)$$

$$1.14. \int \frac{5-3x}{\sqrt{4-3x^2}} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{5}{\sqrt{3}} \arcsin \frac{\sqrt{3}x}{2} + \sqrt{4-3x^2} + C.)$$



$$1.15. \int \frac{4-2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx.$$

$$(Ответ: 2 \arcsin 2x + \frac{1}{2} \sqrt{1-4x^2} + C.)$$

$$1.16. \int \frac{5-x}{2+x^2} dx.$$

$$(Ответ: \frac{5}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} \ln |2+x^2| + C.)$$

$$1.17. \int \frac{1+3x}{\sqrt{1+4x^2}} dx.$$

$$(Ответ: \frac{1}{2} \ln |2x + \sqrt{1+4x^2}| + \frac{3}{4} \sqrt{1+4x^2} + C.)$$

$$1.18. \int \frac{5-4x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$(Ответ: 5 \arcsin x + 4\sqrt{1-x^2} + C.)$$

$$1.19. \int \frac{5x-1}{\sqrt{x^2-3}} dx.$$

$$(Ответ: 5\sqrt{x^2-3} - \ln |x + \sqrt{x^2-3}| + C.)$$

$$1.20. \int \frac{1-3x}{4x^2-1} dx.$$

$$(Ответ: \frac{1}{4} \ln \left| \frac{2x-1}{2x+1} \right| - \frac{3}{8} \ln |4x^2-1| + C.)$$

$$1.21. \int \frac{x-5}{3-2x^2} dx. (Ответ: -\frac{1}{4} \ln |3-2x^2| +$$

$$+ \frac{5}{2\sqrt{6}} \ln \left| \frac{\sqrt{2x}-\sqrt{3}}{\sqrt{2x}+\sqrt{3}} \right| + C.)$$

$$1.22. \int \frac{x+4}{\sqrt{9-x^2}} dx.$$

$$(Ответ: -\sqrt{9-x^2} + 4 \arcsin \frac{x}{3} + C.)$$

$$1.23. \int \frac{2x-7}{x^2-5} dx.$$

$$(Ответ: \ln |x^2-5| - \frac{7}{2\sqrt{5}} \ln \left| \frac{x-\sqrt{5}}{x+\sqrt{5}} \right| + C.)$$

$$1.24. \int \frac{7x-2}{\sqrt{x^2-1}} dx.$$

$$(\text{Ответ: } 7\sqrt{x^2-1} - 2 \ln |x + \sqrt{x^2-1}| + C.)$$

$$1.25. \int \frac{1+3x}{\sqrt{x^2+1}} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \ln |x + \sqrt{x^2+1}| + 3\sqrt{x^2+1} + C.)$$

$$1.26. \int \frac{x-5}{x^2+7} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{1}{2} \ln |x^2+7| - \frac{5}{\sqrt{7}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{7}} + C.)$$

$$1.27. \int \frac{3-7x}{1+x^2} dx.$$

$$(\text{Ответ: } 3 \operatorname{arctg} x - \frac{7}{2} \ln |1+x^2| + C.)$$

$$1.28. \int \frac{8-2x}{1+3x^2} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{8}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \sqrt{3}x - \frac{1}{3} \ln |1+3x^2| + C.)$$

$$1.29. \int \frac{3x+7}{\sqrt{x^2+4}} dx.$$

$$(\text{Ответ: } 3\sqrt{x^2+4} + 7 \ln |x + \sqrt{x^2+4}| + C.)$$

$$1.30. \int \frac{2x-1}{\sqrt{3x^2-4}} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{2}{3}\sqrt{3x^2-4} - \frac{1}{\sqrt{3}} \ln |\sqrt{3}x + \sqrt{3x^2-4}| + C.)$$

## 2

$$2.1. \int \frac{\sin 2x}{1+3 \cos 2x} dx.$$

$$(\text{Ответ: } -\frac{1}{6} \ln |1+3 \cos 2x| + C.)$$

$$2.2. \int \frac{3x^3}{1-x^4} dx.$$

$$(\text{Ответ: } -\frac{3}{4} \ln |1-x^4| + C.)$$

$$2.3. \int \frac{\sin 3x}{3 - \cos 3x} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{1}{3} \ln |3 - \cos 3x| + C.)$$

$$2.4. \int \frac{e^x dx}{2e^x + 3}.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{1}{2} \ln |2e^x + 3| + C.)$$

$$2.5. \int \frac{\sin 2x}{\cos^2 x - 4} dx.$$

$$(\text{Ответ: } -\ln |\cos^2 x - 4| + C.)$$

$$2.6. \int \frac{e^x dx}{4 - 3e^x}.$$

$$(\text{Ответ: } -\frac{1}{3} \ln |4 - 3e^x| + C.)$$

$$2.7. \int \frac{x^2 dx}{7 - 5x^3}.$$

$$(\text{Ответ: } -\frac{1}{15} \ln |7 - 5x^3| + C.)$$

$$2.8. \int \frac{\sin 2x}{3 \sin^2 x + 4} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{1}{3} \ln |3 \sin^2 x + 4| + C.)$$

$$2.9. \int \frac{e^{2x}}{5 + e^{2x}} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{1}{2} \ln |5 + e^{2x}| + C.)$$

$$2.10. \int \frac{4x^3}{7 + 2x^4} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{1}{2} \ln |7 + 2x^4| + C.)$$

$$2.11. \int \frac{4x - 5}{2x^2 - 5x + 17} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \ln |2x^2 - 5x + 17| + C.)$$

$$2.12. \int \frac{7x^3}{2x^4 - 5} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{7}{8} \ln |2x^4 - 5| + C.)$$

$$2.13. \int \frac{\cos 3x}{\sqrt{\sin 3x - 2}} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{2}{3} \sqrt{\sin 3x - 2} + C.)$$

$$2.14. \int \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos^2 x}} dx. (\text{Ответ: } -2\sqrt{1 + \cos^2 x} + C.)$$

$$2.15. \int \frac{\sin x}{1 + 3 \cos x} dx.$$

$$(\text{Ответ: } -\frac{1}{3} \ln |1 + 3 \cos x| + C.)$$

$$2.16. \int \frac{\sin 2x}{4 - \sin^2 x} dx.$$

$$(\text{Ответ: } -\ln |4 - \sin^2 x| + C.)$$

$$2.17. \int \frac{e^{3x}}{e^{3x} - 5} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{1}{3} \ln |e^{3x} - 5| + C.)$$

$$2.18. \int \frac{x^2}{7 + 3x^3} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{1}{9} \ln |7 + 3x^3| + C.)$$

$$2.19. \int \frac{3x + 3}{x^2 + 2x} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{3}{2} \ln |x^2 + 2x| + C.)$$

$$2.20. \int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^{2x} + 3}} dx.$$

$$(\text{Ответ: } \sqrt{e^{2x} + 3} + C.)$$

$$2.21. \int \frac{3x^2 + 1}{x^3 + x - 10} dx. (\text{Ответ: } \ln |x^3 + x - 10| + C.)$$

$$2.22. \int \frac{x^5}{3x^6 - 7} dx. (\text{Ответ: } \frac{1}{18} \ln |3x^6 - 7| + C.)$$

$$2.23. \int \frac{x^4 dx}{\sqrt{x^5 + 3}}. (\text{Ответ: } \frac{2}{5} \sqrt{x^5 + 3} + C.)$$

$$2.24. \int \frac{3x^2 - 2}{\sqrt{2x^3 - 4x}} dx. \text{ (Ответ: } \sqrt{2x^3 - 4x} + C \text{)}$$

$$2.25. \int \frac{\cos 7x}{\sqrt{5 - \sin 7x}} dx.$$

$$\text{(Ответ: } -\frac{2}{7}\sqrt{5 - \sin 7x} + C \text{)}$$

$$2.26. \int \frac{\sin 4x}{\sqrt{\cos 4x + 3}} dx. \text{ (Ответ: } -\frac{1}{2}\sqrt{\cos 4x + 3} + C \text{)}$$

$$2.27. \int \frac{12x^2 + 5x^4}{4x^3 + x^5} dx. \text{ (Ответ: } \ln |4x^3 + x^5| + C \text{)}$$

$$2.28. \int \frac{4e^{2x}}{\sqrt{1 - e^{2x}}} dx. \text{ (Ответ: } -4\sqrt{1 - e^{2x}} + C \text{)}$$

$$2.29. \int \frac{\sin 2x}{\sqrt{6 - \cos^2 x}} dx. \text{ (Ответ: } 2\sqrt{6 - \cos^2 x} + C \text{)}$$

$$2.30. \int \frac{7x}{\sqrt{5x^2 - 4}} dx. \text{ (Ответ: } \frac{7}{5}\sqrt{5x^2 - 4} + C \text{)}$$

### 3

$$3.1. \int \frac{1 - 2x - x^3}{1 + x^2} dx.$$

$$\text{(Ответ: } -\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \ln |x^2 + 1| + \operatorname{arctg} x + C \text{)}$$

$$3.2. \int \frac{7 - x^2}{1 - x} dx. \text{ (Ответ: } \frac{x^2}{2} + x - 6 \ln |1 - x| + C \text{)}$$

$$3.3. \int \frac{x^3 + 2}{x^2 - 1} dx.$$

$$\text{(Ответ: } \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \ln |x^2 - 1| + \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C \text{)}$$

$$3.4. \int \frac{8x^3 - 1}{2x + 1} dx.$$

$$\text{(Ответ: } \frac{4}{3}x^3 - x^2 + x - \ln |2x + 1| + C \text{)}$$

$$3.5. \int \frac{x^5 - 2}{x^2 - 4} dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{1}{4}x^4 + 2x^2 + 8 \ln |x^2 - 4| - \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C. \right)$$

$$3.6. \int \frac{2x^4 - 3}{x^2 + 1} dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{2}{3}x^3 - 2x - \operatorname{arctg} x + C. \right)$$

$$3.7. \int \frac{x^3 - 1}{2x + 1} dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{8}x - \frac{9}{16} \ln |2x + 1| + C. \right)$$

$$3.8. \int \frac{x^5}{1 - x^3} dx. \left( \text{Ответ: } -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3} \ln |1 - x^3| + C. \right)$$

$$3.9. \int \frac{x^2}{x^2 + 3} dx. \left( \text{Ответ: } x - \sqrt{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{3}} + C. \right)$$

$$3.10. \int \frac{6x^3 + x^2 - 2x + 1}{2x - 1} dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } x^3 + x^2 + \frac{1}{2} \ln |2x - 1| + C. \right)$$

$$3.11. \int \frac{x^4}{x^2 - 3} dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{x^3}{3} + 3x + \frac{9}{2\sqrt{3}} \ln \left| \frac{x - \sqrt{3}}{x + \sqrt{3}} \right| + C. \right)$$

$$3.12. \int \frac{x^3 + 5x}{x^2 + 1} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{x^2}{2} + 2 \ln |x^2 + 1| + C. \right)$$

$$3.13. \int \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 4} dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } x - \frac{5}{2} \ln |x^2 - 4| + \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C. \right)$$

$$3.14. \int \frac{x^3 - 1}{x + 3} dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 9x - 28 \ln |x + 3| + C. \right)$$

$$3.15. \int \frac{x^3}{x^2 - 1} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2} \ln |x^2 - 1| + C. \right)$$

$$3.16. \int \frac{x^4 + 1}{x^2 + 1} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{3}x^3 - x + 2 \operatorname{arctg} x + C. \right)$$

$$3.17. \int \frac{x^4 - 2x^2 - 1}{x^2 + 1} dx.$$

$$(Ответ: \frac{x^3}{3} - 3x + 2 \operatorname{arctg} x + C.)$$

$$3.18. \int \frac{x^4 + 2}{x^2 - 4} dx. (Ответ: \frac{x^3}{3} + 4x + \frac{9}{2} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C.)$$

$$3.19. \int \frac{x^3 - 3}{x + 5} dx.$$

$$(Ответ: \frac{x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + 25x - 128 \ln |x + 5| + C.)$$

$$3.20. \int \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} dx.$$

$$(Ответ: \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} \ln |x^2 + 1| + \operatorname{arctg} x + C.)$$

$$3.21. \int \frac{1 - 2x^4}{x^2 + 1} dx. (Ответ: -\frac{2}{3}x^3 + 2x - \operatorname{arctg} x + C.)$$

$$3.22. \int \frac{2x^3 - 3}{x - 2} dx.$$

$$(Ответ: \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + 8x + 13 \ln |x - 2| + C.)$$

$$3.23. \int \frac{2x^2 + 5}{x + 1} dx. (Ответ: 2x + 3 \operatorname{arctg} x + C.)$$

$$3.24. \int \frac{x^3 + 3x + 1}{x^2 + 2} dx.$$

$$(Ответ: \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \ln |x^2 + 2| + \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}} + C.)$$

$$3.25. \int \frac{x^2 + x}{2 - x} dx. (Ответ: -\frac{x^2}{2} - 3x - 6 \ln |x - 2| + C.)$$

$$3.26. \int \frac{2x^2 + 5}{x - 7} dx.$$

$$(Ответ: x^2 + 14x + 103 \ln |x - 7| + C.)$$

$$3.27. \int \frac{2x^3 + 3}{x - 1} dx.$$

$$(Ответ: \frac{2}{3}x^3 + x^2 + 2x + 5 \ln |x - 1| + C.)$$

$$3.28. \int \frac{1-x^4}{x^2+4} dx$$

$$(Ответ: -\frac{x^3}{3} + 4x - \frac{15}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C.)$$

$$3.29. \int \frac{x^2+4}{x-3} dx. (Ответ: \frac{x^2}{2} + 3x + 13 \ln |x-3| + C.)$$

$$3.30. \int \frac{2x^2+3}{2x^2-1} dx.$$

$$(Ответ: x + \sqrt{2} \ln \left| \frac{\sqrt{2}x-1}{\sqrt{2}x+1} \right| + C.)$$

4

$$4.1. \int \sin^2(1-x) dx. (Ответ: \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \sin 2(1-x) + C.)$$

$$4.2. \int \sin^3(1-x) dx.$$

$$(Ответ: \cos(1-x) - \frac{1}{3} \cos^3(1-x) + C.)$$

$$4.3. \int \left(1 - 2 \sin \frac{x}{5}\right)^2 dx.$$

$$(Ответ: 3x + 20 \cos \frac{x}{5} - 5 \sin \frac{2x}{5} + C.)$$

$$4.4. \int \cos^3 5x \sin 5x dx. (Ответ: -\frac{1}{20} \cos^4 5x + C.)$$

$$4.5. \int \cos^3(1-x) dx.$$

$$(Ответ: -\sin(1-x) + \frac{1}{3} \sin^3(1-x) + C.)$$

$$4.6. \int (3 - \sin 2x)^2 dx.$$

$$(Ответ: \frac{19}{2}x + 3 \cos 2x - \frac{1}{8} \sin 4x + C.)$$

$$4.7. \int \sin^2 \frac{3x}{2} dx. (Ответ: \frac{1}{2}x - \frac{1}{6} \sin 3x + C.)$$

$$4.8. \int (\cos x + 3)^2 dx. (Ответ: \frac{19}{2}x + 6 \sin x + \frac{1}{4} \sin 2x + C.)$$

$$4.9. \int \cos^3(x+3) dx. (Ответ: \sin(x+3) - \frac{1}{3} \sin^3(x+3) + C.)$$



$$4.10. \int \sin^3 \frac{4x}{5} dx. \left( \text{Ответ: } -\frac{5}{4} \cos \frac{4x}{5} + \frac{5}{12} \cos^3 \frac{4x}{5} + C. \right)$$

$$4.11. \int (1 - \cos x)^2 dx. \left( \text{Ответ: } \frac{3}{2} x - 2 \sin x + \frac{1}{4} \sin 2x + C. \right)$$

$$4.12. \int \sin^2 (2x - 1) dx. \left( \text{Ответ: } \frac{x}{2} - \frac{1}{8} \sin(4x - 2) + C. \right)$$

$$4.13. \int \sin^3 6x dx. \left( \text{Ответ: } -\frac{1}{6} \cos 6x + \frac{1}{18} \cos^3 6x + C. \right)$$

$$4.14. \int \sin^2 0,5x dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{2} x - \frac{1}{2} \sin x + C. \right)$$

$$4.15. \int \sin^2 \left( \frac{x}{2} + 1 \right) dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{2} x - \frac{1}{2} \sin (x + 2) + C. \right)$$

$$4.16. \int \cos^2 2x dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{2} x + \frac{1}{8} \sin 4x + C. \right)$$

$$4.17. \int \left( 1 + 2 \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx. \left( \text{Ответ: } 3x + 8 \sin \frac{x}{2} + 2 \sin x + C. \right)$$

$$4.18. \int \cos^2 3x dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{2} x + \frac{1}{12} \sin 6x + C. \right)$$

$$4.19. \int \sin^4 2x dx. \left( \text{Ответ: } \frac{3}{8} x - \frac{1}{8} \sin 4x + \frac{1}{64} \sin 8x + C. \right)$$

$$4.20. \int \sin^2 3x dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{2} x - \frac{1}{12} \sin 6x + C. \right)$$

$$4.21. \int (1 - \cos 3x)^2 dx. \left( \text{Ответ: } \frac{3}{2} x - \frac{2}{3} \sin 3x + \frac{1}{12} \sin 6x + C. \right)$$

$$4.22. \int \cos^2 \frac{2x}{5} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{2} x + \frac{5}{8} \sin \frac{4x}{5} + C. \right)$$

$$4.23. \int \sin^3 5x dx. \left( \text{Ответ: } -\frac{1}{5} \cos 5x + \frac{1}{15} \cos^3 5x + C. \right)$$

$$4.24. \int \sin^4 x dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{3}{8} x - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{32} \sin 4x + C. \right)$$

$$4.25. \int \cos^4 x dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{3}{8} x + \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{32} \sin 4x + C. \right)$$

$$4.26. \int \cos^3 4x dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{1}{4} \sin 4x - \frac{1}{12} \sin^3 4x + C. \right)$$

$$4.27. \int \cos^2 7x dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{2} x + \frac{1}{28} \sin 14x + C. \right)$$

$$4.28. \int (\sin x - 5)^2 dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{51}{2} x - \frac{1}{4} \sin 2x + 10 \cos x + C. \right)$$

$$4.29. \int \sin^3 4x dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } -\frac{1}{4} \cos 4x + \frac{1}{12} \cos^3 4x + C. \right)$$

$$4.30. \int \sin^2 \frac{3x}{4} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{2} x - \frac{1}{3} \sin \frac{3x}{2} + C. \right)$$

## 5

$$5.1. \int \operatorname{tg}^2 x dx. \left( \text{Ответ: } \operatorname{tg} x - x + C. \right)$$

$$5.2. \int \operatorname{ctg}^3 (x - 6) dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } -\frac{1}{2} \operatorname{ctg}^2 (x - 6) - \ln |\sin (x - 6)| + C. \right)$$

$$5.3. \int \operatorname{tg}^4 3x dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{1}{9} \operatorname{tg}^3 3x - \frac{1}{3} \operatorname{tg} 3x + x + C. \right)$$

$$5.4. \int \operatorname{tg}^2 7x dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{7} \operatorname{tg} 7x - x + C. \right)$$

$$5.5. \int \operatorname{tg}^5 x dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{1}{4} \operatorname{tg}^4 x - \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x - \ln |\cos x| + C. \right)$$

$$5.6. \int x \operatorname{tg}^2 x^2 dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{2} \operatorname{tg} x^2 - \frac{1}{2} x^2 + C. \right)$$

$$5.7. \int \operatorname{ctg}^3 x dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } -\frac{1}{2} \operatorname{ctg}^2 x - \ln |\sin x| + C. \right)$$

$$5.8. \int \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} dx. \left( \text{Ответ: } 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} - x + C. \right)$$

$$5.9. \int \operatorname{tg}^3 \frac{x}{2} dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} + 2 \ln \left| \cos \frac{x}{2} \right| + C. \right)$$

$$5.10. \int \operatorname{tg}^2 4x dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{4} \operatorname{tg} 4x - x + C. \right)$$

$$5.11. \int \operatorname{ctg}^3 x dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } -\frac{1}{2} \operatorname{ctg}^2 x - \ln |\sin x| + C. \right)$$

$$5.12. \int \operatorname{ctg}^2 5x dx. \left( \text{Ответ: } -\frac{1}{5} \operatorname{ctg} 5x - x + C. \right)$$

$$5.13. \int \operatorname{tg}^3 \frac{x}{3} dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{3}{2} \operatorname{tg}^2 \frac{x}{3} + 3 \ln \left| \cos \frac{x}{3} \right| + C. \right)$$

$$5.14. \int (1 - \operatorname{tg} 2x)^2 dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \ln |\cos 2x| + \frac{1}{2} \operatorname{tg} 2x + C. \right)$$

$$5.15. \int \operatorname{tg}^5 2x dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{1}{8} \operatorname{tg}^4 2x - \frac{1}{4} \operatorname{tg}^2 2x - \frac{1}{2} \ln |\cos 2x| + C. \right)$$

$$5.16. \int (2x + \operatorname{tg}^2 7x) dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } x^2 + \frac{1}{7} \operatorname{tg} 7x - x + C. \right)$$

$$5.17. \int \operatorname{tg}^4 \frac{2x}{3} dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{1}{2} \operatorname{tg}^3 \frac{2x}{3} - \frac{3}{2} \operatorname{tg} \frac{2x}{3} + x + C. \right)$$

$$5.18. \int (\operatorname{tg} 2x + \operatorname{ctg} 2x)^2 dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{1}{2} \operatorname{tg} 2x - \frac{1}{2} \operatorname{ctg} 2x + C. \right)$$

$$5.19. \int (1 - \operatorname{ctg} x)^2 dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } -2 \ln |\sin x| - \operatorname{ctg} x + C. \right)$$

$$5.20. \int \operatorname{ctg}^3 3x dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } -\frac{1}{6} \operatorname{ctg}^2 3x - \frac{1}{3} \ln |\sin 3x| + C. \right)$$

$$5.21. \int \operatorname{ctg}^4 x dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } -\frac{1}{3} \operatorname{ctg}^3 x + \operatorname{ctg} x + x + C. \right)$$

$$5.22. \int \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} dx. \left( \text{Ответ: } 6 \operatorname{tg} \frac{x}{6} - x + C. \right)$$

$$5.23. \int \operatorname{tg}^4 (x-6) dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 (x-6) - \operatorname{tg} (x-6) + x + C. \right)$$

$$5.24. \int \operatorname{tg}^3 4x dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{1}{8} \operatorname{tg}^2 4x + \frac{1}{4} \ln |\cos 4x| + C. \right)$$

$$5.25. \int \operatorname{tg}^4 \frac{x}{4} dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{4}{3} \operatorname{tg}^3 \frac{x}{4} - 4 \operatorname{tg} \frac{x}{4} + x + C. \right)$$

$$5.26. \int \operatorname{tg}^4 (x+5) dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{\operatorname{tg}^3 (x+5)}{3} - \operatorname{tg} (x+5) + x + C. \right)$$

$$5.27. \int \operatorname{tg}^3 (x-3) dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 (x-3) + \ln |\cos (x-3)| + C. \right)$$

$$5.28. \int \operatorname{tg}^2 (5x+1) dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{1}{5} \operatorname{tg} (5x+1) - x + C. \right)$$

$$5.29. \int \operatorname{tg}^2 \frac{7x}{4} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{4}{7} \operatorname{tg} \frac{7x}{4} - x + C. \right)$$

$$5.30. \int \operatorname{tg}^5 4x dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{1}{46} \operatorname{tg}^4 4x - \frac{1}{8} \operatorname{tg}^2 4x + bx + C. \right)$$

## 6

$$6.1. \int \sin 3x \cos x dx.$$

$$\left( \text{Ответ: } -\frac{1}{8} \cos 4x - \frac{1}{4} \cos 2x + C. \right)$$

$$6.2. \int \sin^5 2x \cos 2x dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{12} \sin^6 2x + C. \right)$$

$$6.3. \int \sin^2 3x \cos 3x dx. \quad (\text{Ответ: } \frac{1}{9} \sin^3 3x + C.)$$

$$6.4. \int \cos^3 5x \sin 5x dx. \quad (\text{Ответ: } -\frac{1}{20} \cos^4 5x + C.)$$

$$6.5. \int \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{4} dx.$$

$$(\text{Ответ: } -\frac{2}{3} \cos \frac{3x}{4} - 2 \cos \frac{x}{4} + C.)$$

$$6.6. \int \cos x \sin 9x dx.$$

$$(\text{Ответ: } -\frac{1}{20} \cos 10x - \frac{1}{16} \cos 8x + C.)$$

$$6.7. \int \sin^4 2x \cos 2x dx.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{1}{10} \sin^5 2x + C.)$$

$$6.8. \int \sin \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2} dx.$$

$$(\text{Ответ: } -\frac{1}{4} \cos 2x + \frac{1}{2} \cos x + C.)$$

$$6.9. \int \cos^5 x \sin x dx. \quad (\text{Ответ: } -\frac{1}{6} \cos^6 x + C.)$$

$$6.10. \int \cos 2x \cos 3x dx.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{1}{10} \sin 5x + \frac{1}{2} \sin x + C.)$$

$$6.11. \int \sin 5x \sin 7x dx.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{1}{4} \sin 2x - \frac{1}{24} \sin 12x + C.)$$

$$6.12. \int \sin 4x \cos 2x dx.$$

$$(\text{Ответ: } -\frac{1}{12} \cos 6x - \frac{1}{4} \cos 2x + C.)$$

$$6.13. \int \cos^3 4x \sin 4x dx. \quad (\text{Ответ: } -\frac{1}{16} \cos^4 4x + C.)$$

$$6.14. \int \cos^{-3} 2x \sin 2x dx. \quad (\text{Ответ: } \frac{1}{4} \cos^{-2} 2x + C.)$$

$$6.15. \int \cos x \sin 9x dx.$$

$$(\text{Ответ: } -\frac{1}{20} \cos 10x - \frac{1}{16} \cos 8x + C.)$$

$$6.16. \int \sin 4x \cos 2x dx.$$

$$(\text{Ответ: } -\frac{1}{2} \cos 6x - \frac{1}{4} \cos 2x + C.)$$

- 6.17.  $\int \sin 3x \cos 2x dx$ .  
 (Ответ:  $-\frac{1}{10} \cos 5x - \frac{1}{2} \cos x + C$ .)
- 6.18.  $\int \sin^3 7x \cos 7x dx$ . (Ответ:  $\frac{1}{28} \sin^4 7x + C$ .)
- 6.19.  $\int \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$ . (Ответ:  $\frac{1}{2} \cos^{-2} x + C$ .)
- 6.20.  $\int \frac{\cos 2x dx}{\sin^4 2x}$ . (Ответ:  $\frac{1}{6 \sin^3 2x} + C$ .)
- 6.21.  $\int \cos 2x \cos 5x dx$ .  
 (Ответ:  $\frac{1}{6} \sin 3x + \frac{1}{14} \sin 7x + C$ .)
- 6.22.  $\int \sin^2 2x \cos x dx$ .  
 (Ответ:  $\frac{4}{3} \sin^3 x - \frac{4}{5} \sin^5 x + C$ .)
- 6.23.  $\int \frac{\cos x}{\sin^4 x} dx$ . (Ответ:  $-\frac{1}{3 \sin^3 x} + C$ .)
- 6.24.  $\int \sin 2x \sin 3x dx$ .  
 (Ответ:  $\frac{1}{2} \sin x - \frac{1}{10} \sin 5x + C$ .)
- 6.25.  $\int \sin x \cos^3 x dx$ . (Ответ:  $-\frac{\cos^4 x}{4} + C$ .)
- 6.26.  $\int \sin 5x \cos x dx$ .  
 (Ответ:  $\frac{1}{12} \cos 6x - \frac{1}{8} \cos 4x + C$ .)
- 6.27.  $\int \sin x \cos 4x dx$ .  
 (Ответ:  $-\frac{1}{10} \cos 5x + \frac{1}{6} \cos 3x + C$ .)
- 6.28.  $\int \cos 3x \cos x dx$ .  
 (Ответ:  $\frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{8} \sin 4x + C$ .)
- 6.29.  $\int \cos^4 2x \sin 2x dx$ . (Ответ:  $-\frac{1}{10} \cos^5 2x + C$ .)
- 6.30.  $\int \cos 7x \cos 5x dx$ .  
 (Ответ:  $\frac{1}{4} \sin 2x - \frac{1}{24} \sin 12x + C$ .)

$$7.1. \int \frac{dx}{4x^2 - 5x + 4}.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{2}{\sqrt{39}} \operatorname{arctg} \frac{8x-5}{\sqrt{39}} + C. \right)$$

$$7.2. \int \frac{dx}{x^2 - 4x + 10}.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{1}{\sqrt{6}} \operatorname{arctg} \frac{x+2}{\sqrt{6}} + C. \right)$$

$$7.3. \int \frac{dx}{2x^2 - 7x + 1}.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{1}{\sqrt{41}} \ln \left| \frac{4x-7-\sqrt{41}}{4x-7+\sqrt{41}} \right| + C. \right)$$

$$7.4. \int \frac{dx}{2x^2 + x - 6}. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{7} \ln \left| \frac{2x-3}{2x+4} \right| + C. \right)$$

$$7.5. \int \frac{dx}{5x^2 + 2x + 7}. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{\sqrt{34}} \operatorname{arctg} \frac{5x+1}{\sqrt{34}} + C. \right)$$

$$7.6. \int \frac{dx}{2x^2 - 2x + 1}. \left( \text{Ответ: } \operatorname{arctg} (2x-1) + C. \right)$$

$$7.7. \int \frac{dx}{2x^2 - 11x + 2}.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{1}{\sqrt{105}} \ln \left| \frac{4x-11-\sqrt{105}}{4x-11+\sqrt{105}} \right| + C. \right)$$

$$7.8. \int \frac{dx}{2x^2 + x + 2}. \left( \text{Ответ: } \frac{2}{\sqrt{15}} \operatorname{arctg} \frac{4x+1}{\sqrt{15}} + C. \right)$$

$$7.9. \int \frac{dx}{3x^2 - 12x + 3}.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{1}{6\sqrt{3}} \ln \left| \frac{x-2-\sqrt{3}}{x-2+\sqrt{3}} \right| + C. \right)$$

$$7.10. \int \frac{dx}{2x^2 + 3x}. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x}{x+3/2} \right| + C. \right)$$

$$7.11. \int \frac{dx}{x^2 - 5x + 6}. \left( \text{Ответ: } \ln \left| \frac{x-3}{x-2} \right| + C. \right)$$

$$7.12. \int \frac{dx}{2x-3-4x^2}.$$

$$\left( \text{Ответ: } -\frac{1}{\sqrt{11}} \operatorname{arctg} \frac{4x-1}{\sqrt{11}} + C. \right)$$

$$7.13. \int \frac{dx}{3x^2-8x-3}. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{10} \ln \left| \frac{3x-9}{3x+1} \right| + C. \right)$$

$$7.14. \int \frac{dx}{8-2x-x^2}. \left( \text{Ответ: } -\frac{1}{6} \ln \left| \frac{x-2}{x+4} \right| + C. \right)$$

$$7.15. \int \frac{dx}{5x-x^2-6}. \left( \text{Ответ: } -\ln \left| \frac{x-3}{x-2} \right| + C. \right)$$

$$7.16. \int \frac{dx}{x^2+4x+25}. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{\sqrt{21}} \operatorname{arctg} \frac{x+2}{\sqrt{21}} + C. \right)$$

$$7.17. \int \frac{dx}{2x^2-8x+30}. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{2\sqrt{11}} \operatorname{arctg} \frac{x-2}{\sqrt{11}} + C. \right)$$

$$7.18. \int \frac{dx}{3x^2-9x+6}. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + C. \right)$$

$$7.19. \int \frac{dx}{2x^2-2x+5}. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{2x-1}{3} + C. \right)$$

$$7.20. \int \frac{dx}{2x^2-3x-2}. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{5} \ln \left| \frac{2x-4}{2x+1} \right| + C. \right)$$

$$7.21. \int \frac{dx}{2x^2-6x+1}.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{1}{2\sqrt{7}} \ln \left| \frac{2x-3-\sqrt{7}}{2x-3+\sqrt{7}} \right| + C. \right)$$

$$7.22. \int \frac{dx}{2x^2-3x+2}. \left( \text{Ответ: } \frac{2}{\sqrt{7}} \operatorname{arctg} \frac{4x-3}{\sqrt{7}} + C. \right)$$

$$7.23. \int \frac{dx}{x^2+7x+11}.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{1}{\sqrt{5}} \ln \left| \frac{2x+7-\sqrt{5}}{2x+7+\sqrt{5}} \right| + C. \right)$$

$$7.24. \int \frac{dx}{2x^2-3x+1}. \left( \text{Ответ: } \ln \left| \frac{2x-2}{2x-1} \right| + C. \right)$$

$$7.25. \int \frac{dx}{5x^2-10x+25}. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{10} \operatorname{arctg} \frac{x-1}{2} + C. \right)$$



$$7.26. \int \frac{dx}{2x^2 + 6x + 3}.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{dx}{2\sqrt{3}} \ln \left| \frac{2x+3-\sqrt{3}}{2x+3+\sqrt{3}} \right| + C. \right)$$

$$7.27. \int \frac{dx}{x^2 - 6x + 8}. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-4}{x-2} \right| + C. \right)$$

$$7.28. \int \frac{dx}{1 - 2x - 3x^2}. \left( \text{Ответ: } -\frac{1}{4} \ln \left| \frac{3x-1}{3x+3} \right| + C. \right)$$

$$7.29. \int \frac{dx}{2x^2 + 3x + 6}. \left( \text{Ответ: } \frac{2}{\sqrt{39}} \operatorname{arctg} \frac{4x+3}{\sqrt{39}} + C. \right)$$

$$7.30. \int \frac{dx}{3x^2 + 5x + 1}.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{1}{\sqrt{13}} \ln \left| \frac{6x+5-\sqrt{13}}{6x+5+\sqrt{13}} \right| + C. \right)$$

8

$$8.1. \int \frac{dx}{\sqrt{4 + 8x - x^2}}. \left( \text{Ответ: } \arcsin \frac{x-4}{\sqrt{20}} + C. \right)$$

$$8.2. \int \frac{dx}{\sqrt{3x^2 - 4x + 1}}.$$

$$\left( \text{Ответ: } \frac{1}{\sqrt{3}} \ln \left| x - \frac{2}{3} + \sqrt{x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}} \right| + C. \right)$$

$$8.3. \int \frac{dx}{\sqrt{2 - 3x - 2x^2}}. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{\sqrt{2}} \arcsin \frac{4x+3}{5} + C. \right)$$

$$8.4. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 6x + 8}}.$$

$$\left( \text{Ответ: } \ln |x + 3 + \sqrt{x^2 + 6x + 8}| + C. \right)$$

$$8.5. \int \frac{dx}{\sqrt{2 + 8x - 2x^2}}. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{\sqrt{2}} \arcsin \frac{x-2}{\sqrt{5}} + C. \right)$$

$$8.6. \int \frac{dx}{\sqrt{3 + 2x - 2x^2}}. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{\sqrt{2}} \arcsin \frac{2x-1}{\sqrt{7}} + C. \right)$$

$$8.7. \int \frac{dx}{\sqrt{2 - 2x - 3x^2}}. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{\sqrt{3}} \arcsin \frac{3x+1}{\sqrt{7}} + C. \right)$$

$$8.8. \int \frac{dx}{\sqrt{1+x-x^2}}. \quad (\text{Ответ: } \arcsin \frac{2x-1}{\sqrt{5}} + C.)$$

$$8.9. \int \frac{dx}{\sqrt{5x^2-10x+4}}.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{1}{\sqrt{5}} \ln|x-1+\sqrt{x^2-2x+\frac{4}{5}}| + C.)$$

$$8.10. \int \frac{dx}{\sqrt{2x+3-x^2}}. \quad (\text{Ответ: } \arcsin \frac{x-1}{2} + C.)$$

$$8.11. \int \frac{dx}{\sqrt{4x^2-8x+3}}.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{1}{2} \ln|x-1+\sqrt{x^2-2x+\frac{3}{4}}| + C.)$$

$$8.12. \int \frac{dx}{\sqrt{1+2x-x^2}}. \quad (\text{Ответ: } \arcsin \frac{x-1}{\sqrt{2}} + C.)$$

$$8.13. \int \frac{dx}{\sqrt{4x^2-x+4}}.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{1}{2} \ln|x-\frac{1}{8}+\sqrt{x^2-\frac{1}{4}x+1}| + C.)$$

$$8.14. \int \frac{dx}{\sqrt{2+4x-3x^2}}. \quad (\text{Ответ: } \frac{1}{\sqrt{3}} \arcsin \frac{3x-2}{\sqrt{10}} + C.)$$

$$8.15. \int \frac{dx}{\sqrt{4x^2+2x+4}}.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{1}{2} \ln|x+\frac{1}{4}+\sqrt{x^2+\frac{1}{2}x+1}| + C.)$$

$$8.16. \int \frac{dx}{\sqrt{3x+2-2x^2}}. \quad (\text{Ответ: } \frac{1}{\sqrt{2}} \arcsin \frac{4x-3}{5} + C.)$$

$$8.17. \int \frac{dx}{\sqrt{2x^2-8x+1}}.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{1}{\sqrt{2}} \ln|x-2+\sqrt{x^2-4x+\frac{1}{2}}| + C.)$$

$$8.18. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-5x+6}}.$$

$$(\text{Ответ: } \ln|x-\frac{5}{2}+\sqrt{x^2-5x+6}| + C.)$$

$$8.19. \int \frac{dx}{\sqrt{3x-2x^2}}. \quad (\text{Ответ: } \frac{1}{\sqrt{2}} \arcsin \frac{4x-3}{3} + C.)$$

$$8.20. \int \frac{dx}{\sqrt{2x^2-x+3}}.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \left| x - \frac{1}{4} + \sqrt{x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}} \right| + C.)$$

$$8.21. \int \frac{dx}{\sqrt{2-x-2x^2}}. \quad (\text{Ответ: } \frac{1}{\sqrt{2}} \arcsin \frac{4x+1}{\sqrt{17}} + C.)$$

$$8.22. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+3x-1}}.$$

$$(\text{Ответ: } \ln \left| x + \frac{3}{2} + \sqrt{x^2+3x-1} \right| + C.)$$

$$8.23. \int \frac{dx}{\sqrt{5-7x-3x^2}}. \quad (\text{Ответ: } \frac{1}{\sqrt{3}} \arcsin \frac{6x+7}{\sqrt{109}} + C.)$$

$$8.24. \int \frac{dx}{\sqrt{3x^2-x+5}}.$$

$$(\text{Ответ: } \frac{1}{\sqrt{3}} \ln \left| x - \frac{1}{4} + \sqrt{x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}} \right| + C.)$$

$$8.25. \int \frac{dx}{\sqrt{1-x-x^2}}. \quad (\text{Ответ: } \arcsin \frac{2x+1}{\sqrt{5}} + C.)$$

$$8.26. \int \frac{dx}{\sqrt{1-2x-x^2}}. \quad (\text{Ответ: } \arcsin \frac{x+1}{\sqrt{2}} + C.)$$

$$8.27. \int \frac{dx}{\sqrt{4-3x-x^2}}. \quad (\text{Ответ: } \arcsin \frac{2x+3}{5} + C.)$$

$$8.28. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+5x+1}}.$$

$$(\text{Ответ: } \ln \left| x + \frac{5}{2} + \sqrt{x^2+5x+1} \right| + C.)$$

$$8.29. \int \frac{dx}{\sqrt{3-x-x^2}}. \quad (\text{Ответ: } \arcsin \frac{2x+1}{\sqrt{13}} + C.)$$

$$8.30. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+1}}.$$

$$(\text{Ответ: } \ln \left| x + 2 + \sqrt{x^2+4x+1} \right| + C.)$$

$$9.1. \int \frac{x+1}{2x^2+3x-4} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{4} \ln |2x^2+3x-4| + \frac{1}{4\sqrt{41}} \ln \left| \frac{4x+3-\sqrt{41}}{4x+3+\sqrt{41}} \right| + C. \right)$$

$$9.2. \int \frac{x+6}{3x^2+x+1} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{6} \ln |3x^2+x+1| + \frac{35}{3\sqrt{11}} \operatorname{arctg} \frac{6x+1}{\sqrt{11}} + C. \right)$$

$$9.3. \int \frac{2x-1}{3x^2-2x+6} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{3} \ln |3x^2-2x+6| - \frac{1}{3\sqrt{17}} \operatorname{arctg} \frac{3x-1}{\sqrt{17}} + C. \right)$$

$$9.4. \int \frac{xdx}{2x^2+x+5}. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{4} \ln |2x^2+x+5| - \frac{1}{2\sqrt{39}} \operatorname{arctg} \frac{4x+1}{\sqrt{39}} + C. \right)$$

$$9.5. \int \frac{x+5}{x^2+x-2} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{2} \ln |x^2+x-2| + \frac{3}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+2} \right| + C. \right)$$

$$9.6. \int \frac{3x-2}{5x^2-3x+2} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{3}{10} \ln |5x^2-3x+2| - \frac{11}{5\sqrt{31}} \operatorname{arctg} \frac{10x-3}{\sqrt{31}} + C. \right)$$

$$9.7. \int \frac{x+4}{2x^2-6x-8} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{4} \ln |2x^2-6x-8| + \frac{11}{20} \ln \left| \frac{x-4}{x+1} \right| + C. \right)$$

$$9.8. \int \frac{x+4}{2x^2-7x+1} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{4} \ln |2x^2-7x+1| + \frac{23}{4\sqrt{41}} \ln \left| \frac{4x-7-\sqrt{41}}{4x-7+\sqrt{41}} \right| + C. \right)$$

$$9.9. \int \frac{5x-2}{2x^2-5x+2} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{5}{4} \ln |2x^2-5x+2| + \frac{17}{12} \ln \left| \frac{2x-4}{2x-1} \right| + C. \right)$$

$$9.10. \int \frac{4x-1}{4x^2-4x+5} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{2} \ln |4x^2-4x+5| + \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{2x-1}{2} + C. \right)$$

$$9.11. \int \frac{x+1}{2x^2+x+1} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{4} \ln |2x^2+x+1| + \right. \\ \left. + \frac{3}{2\sqrt{7}} \operatorname{arctg} \frac{4x+1}{\sqrt{7}} + C. \right)$$

$$9.12. \int \frac{x+1}{3x^2-2x-3} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{6} \ln |3x^2-2x-3| + \right. \\ \left. + \frac{2}{3\sqrt{10}} \ln \left| \frac{3x-1-\sqrt{10}}{3x-1+\sqrt{10}} \right| + C. \right)$$

$$9.13. \int \frac{4x+8}{4x^2+6x-13} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{2} \ln |4x^2+6x-13| + \right. \\ \left. + \frac{5}{2\sqrt{61}} \ln \left| \frac{4x+3-\sqrt{61}}{4x+3+\sqrt{61}} \right| + C. \right)$$

$$9.14. \int \frac{5x+1}{x^2-4x+1} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{5}{2} \ln |x^2-4x+1| + \right. \\ \left. + \frac{11}{2\sqrt{3}} \ln \left| \frac{x-2-\sqrt{3}}{x-2+\sqrt{3}} \right| + C. \right)$$

$$9.15. \int \frac{xdx}{2x^2+2x+5}. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{4} \ln |2x^2+2x+5| - \right. \\ \left. - \frac{1}{6} \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{3} + C. \right)$$

$$9.16. \int \frac{x-3}{x^2-5x+4} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{2} \ln |x^2-5x+4| - \right. \\ \left. - \frac{1}{6} \ln \left| \frac{x-4}{x-1} \right| + C. \right)$$

$$9.17. \int \frac{2x-1}{2x^2+8x-6} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{2} \ln |2x^2+8x- \right. \\ \left. - 6| - \frac{5}{4\sqrt{7}} \ln \left| \frac{x+2-\sqrt{7}}{x+2+\sqrt{7}} \right| + C. \right)$$

- 9.18.  $\int \frac{2-x}{4x^2+16x-12} dx$ . (Ответ:  $-\frac{1}{8} \ln|4x^2+16x-12| + \frac{1}{2\sqrt{7}} \ln\left|\frac{x+2-\sqrt{7}}{x+2+\sqrt{7}}\right| + C$ .)
- 9.19.  $\int \frac{2x-1}{3x^2-6x-9} dx$ . (Ответ:  $\frac{1}{3} \ln|3x^2-6x-9| + \frac{1}{12} \ln\left|\frac{x-3}{x+1}\right| + C$ .)
- 9.20.  $\int \frac{2x-1}{3+x-2x^2} dx$ . (Ответ:  $-\frac{1}{2} \ln|2x^2-x-3| + \frac{1}{10} \ln\left|\frac{2x-3}{2x+2}\right| + C$ .)
- 9.21.  $\int \frac{x-4}{3x^2+x-1} dx$ . (Ответ:  $\frac{1}{6} \ln|3x^2+x-1| - \frac{25}{6\sqrt{13}} \ln\left|\frac{6x+1-\sqrt{13}}{6x+1+\sqrt{13}}\right| + C$ .)
- 9.22.  $\int \frac{3x+1}{x^2-4x-2} dx$ . (Ответ:  $\frac{3}{2} \ln|x^2-4x-2| + \frac{7}{2\sqrt{6}} \ln\left|\frac{x-2-\sqrt{6}}{x-2+\sqrt{6}}\right| + C$ .)
- 9.23.  $\int \frac{x-5}{2x^2+x-4} dx$ . (Ответ:  $\frac{1}{4} \ln|2x^2+x-4| + \frac{21}{4\sqrt{33}} \ln\left|\frac{4x+1-\sqrt{33}}{4x+1+\sqrt{33}}\right| + C$ .)
- 9.24.  $\int \frac{2x+3}{3x^2+2x-7} dx$ . (Ответ:  $\frac{1}{3} \ln|3x^2+2x-7| + \frac{7}{6\sqrt{22}} \ln\left|\frac{3x+1-\sqrt{22}}{3x+1+\sqrt{22}}\right| + C$ .)
- 9.25.  $\int \frac{x-3}{4x^2+2x-3} dx$ . (Ответ:  $\frac{1}{8} \ln|4x^2+2x-3| - \frac{\sqrt{13}}{8} \ln\left|\frac{4x+1-\sqrt{13}}{4x+1+\sqrt{13}}\right| + C$ .)

$$9.26. \int \frac{x+2}{3x^2-x+5} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{6} \ln |3x^2-x+5| + \right. \\ \left. + \frac{13}{3\sqrt{59}} \operatorname{arctg} \frac{6x-1}{\sqrt{59}} + C. \right)$$

$$9.27. \int \frac{3x-2}{x^2+5x-1} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{3}{2} \ln |x^2+5x-1| - \right. \\ \left. - \frac{19}{2\sqrt{29}} \ln \left| \frac{2x+5-\sqrt{29}}{2x+5+\sqrt{29}} \right| + C. \right)$$

$$9.28. \int \frac{x-7}{4x^2+3x-1} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{8} \ln |4x^2+3x-1| - \right. \\ \left. - \frac{59}{40} \ln \left| \frac{8x-2}{8x+8} \right| + C. \right)$$

$$9.29. \int \frac{2x+1}{5x^2+2x+10} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{5} \ln |5x^2+2x-10| + \right. \\ \left. + \frac{3}{5\sqrt{49}} \operatorname{arctg} \frac{5x+1}{\sqrt{49}} + C. \right)$$

$$9.30. \int \frac{x-4}{5x^2-x+7} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{10} \ln |5x^2-x+7| - \right. \\ \left. - \frac{39}{5\sqrt{139}} \operatorname{arctg} \frac{10x-1}{\sqrt{139}} + C. \right)$$

## 10

$$10.1. \int \frac{2x-13}{\sqrt{3x^2-3x-16}} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{2}{3} \sqrt{3x^2-3x-16} - \right. \\ \left. - 4\sqrt{3} \ln \left| x - \frac{1}{2} + \sqrt{x^2-x-\frac{16}{3}} \right| + C. \right)$$

$$10.2. \int \frac{x-3}{\sqrt{2x^2-4x-1}} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{2} \sqrt{2x^2-4x-1} - \right. \\ \left. - \sqrt{2} \ln \left| x - 1 + \sqrt{x^2-2x-\frac{1}{2}} \right| + C. \right)$$

$$10.3. \int \frac{x-1}{\sqrt{3x^2-x+5}} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{3} \sqrt{3x^2-x+5} - \right. \\ \left. - \frac{5}{6\sqrt{3}} \ln \left| x - \frac{1}{6} + \sqrt{x^2-\frac{x}{3}+\frac{5}{3}} \right| + C. \right)$$

- 10.4.  $\int \frac{2x+1}{\sqrt{1+x-3x^2}} dx$ . (Ответ:  $\frac{2}{3}\sqrt{1+x-3x^2} +$   
 $+\frac{4}{3\sqrt{3}} \arcsin \frac{6x-1}{\sqrt{3}} + C$ .)
- 10.5.  $\int \frac{2x+5}{\sqrt{4x^2+8x+9}} dx$ . (Ответ:  $\frac{1}{2}\sqrt{4x^2+8x+9} +$   
 $+\frac{3}{2} \ln|x+1+\sqrt{x^2+2x+\frac{9}{4}}| + C$ .)
- 10.6.  $\int \frac{2x-10}{\sqrt{1+x-x^2}} dx$ . (Ответ:  $-2\sqrt{1+x-x^2} -$   
 $-9 \arcsin \frac{2x-1}{\sqrt{5}} + C$ .)
- 10.7.  $\int \frac{2x-8}{\sqrt{1-x+x^2}} dx$ . (Ответ:  $2\sqrt{1-x+x^2} -$   
 $-7 \ln|x-\frac{1}{2}+\sqrt{x^2-x+1}| + C$ .)
- 10.8.  $\int \frac{3x+4}{\sqrt{x^2+6x+13}} dx$ . (Ответ:  $3\sqrt{x^2+6x+13} -$   
 $-5 \ln|x+3+\sqrt{x^2+6x+13}| + C$ .)
- 10.9.  $\int \frac{3x-1}{\sqrt{2x^2-5x+1}} dx$ . (Ответ:  $\frac{3}{2}\sqrt{2x^2-5x+1} +$   
 $+\frac{11}{4\sqrt{2}} \ln|x-\frac{5}{4}+\sqrt{x^2-\frac{5}{2}x+\frac{1}{2}}| + C$ .)
- 10.10.  $\int \frac{5x+2}{\sqrt{x^2+3x-4}} dx$ . (Ответ:  $5\sqrt{x^2+3x-4} -$   
 $-\frac{11}{2} \ln|x+\frac{3}{2}+\sqrt{x^2+3x-4}| + C$ .)
- 10.11.  $\int \frac{x-4}{\sqrt{2x^2-x+7}} dx$ . (Ответ:  $\frac{1}{2}\sqrt{2x^2-x+7} -$   
 $-\frac{15}{4\sqrt{2}} \ln|x-\frac{1}{4}+\sqrt{x^2-\frac{x}{2}-\frac{7}{2}}| + C$ .)



$$10.12. \int \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-3x+4}} dx. \left( \text{Ответ: } 2\sqrt{x^2-3x+4} + 2 \ln \left| x - \frac{3}{2} + \sqrt{x^2-3x+4} \right| + C. \right)$$

$$10.13. \int \frac{4x+1}{\sqrt{2+x-x^2}} dx. \left( \text{Ответ: } -4\sqrt{2+x-x^2} + 3 \arcsin \frac{2x-1}{3} + C. \right)$$

$$10.14. \int \frac{5x-3}{\sqrt{2x^2+4x-5}} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{5}{2}\sqrt{2x^2+4x-5} - 4\sqrt{2} \ln \left| x+1 + \sqrt{x^2+2x-\frac{5}{2}} \right| + C. \right)$$

$$10.15. \int \frac{3x+2}{\sqrt{4+2x-x^2}} dx. \left( \text{Ответ: } -3\sqrt{4+2x-x^2} + 5 \arcsin \frac{x-1}{\sqrt{5}} + C. \right)$$

$$10.16. \int \frac{x-7}{\sqrt{3x^2-2x+1}} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{3}\sqrt{3x^2-2x+1} - \frac{20}{3\sqrt{3}} \ln \left| x - \frac{1}{3} + \sqrt{x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}} \right| + C. \right)$$

$$10.17. \int \frac{x+5}{\sqrt{3-6x-x^2}} dx. \left( \text{Ответ: } -\sqrt{3-6x-x^2} + 2 \arcsin \frac{x+3}{\sqrt{12}} + C. \right)$$

$$10.18. \int \frac{2x+4}{\sqrt{3x^2+x-5}} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{2}{3}\sqrt{3x^2+x-5} + \frac{11}{3\sqrt{3}} \ln \left| x + \frac{1}{6} + \sqrt{x^2 + \frac{x}{3} - \frac{5}{3}} \right| + C. \right)$$

$$10.19. \int \frac{7x-2}{\sqrt{x^2-5x+1}} dx. \left( \text{Ответ: } 7\sqrt{x^2-5x+1} + \frac{31}{2} \ln \left| x - \frac{5}{2} + \sqrt{x^2-5x+1} \right| + C. \right)$$

- 10.20.  $\int \frac{x-8}{\sqrt{4x^2+x-5}} dx$ . (Ответ:  $\frac{1}{4}\sqrt{4x^2+x-5} -$   
 $-\frac{65}{16} \ln \left| x + \frac{1}{8} + \sqrt{x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{5}{4}} \right| + C$ .)
- 10.21.  $\int \frac{3x+4}{\sqrt{2+3x-x^2}} dx$ . (Ответ:  $-3\sqrt{2+3x-x^2} +$   
 $+\frac{17}{2} \arcsin \frac{2x-3}{\sqrt{17}} + C$ .)
- 10.22.  $\int \frac{x-6}{\sqrt{3-2x-x^2}} dx$ . (Ответ:  $-\sqrt{3-2x-x^2} -$   
 $-7 \arcsin \frac{x+1}{2} + C$ .)
- 10.23.  $\int \frac{2x+3}{\sqrt{2x^2-x+6}} dx$ . (Ответ:  $\sqrt{2x^2-x+6} +$   
 $+\frac{7}{2\sqrt{2}} \ln \left| x - \frac{1}{4} + \sqrt{x^2 - \frac{x}{2} + 3} \right| + C$ .)
- 10.24.  $\int \frac{x-9}{\sqrt{4+2x-x^2}} dx$ . (Ответ:  $-\sqrt{4+2x-x^2} -$   
 $-8 \arcsin \frac{x-1}{\sqrt{5}} + C$ .)
- 10.25.  $\int \frac{2x+7}{\sqrt{x^2+5x-4}} dx$ . (Ответ:  $2\sqrt{x^2+5x-4} +$   
 $+2 \ln \left| x + \frac{5}{2} + \sqrt{x^2+5x-4} \right| + C$ .)
- 10.26.  $\int \frac{3x-4}{\sqrt{2x^2-6x+1}} dx$ . (Ответ:  $\frac{3}{2}\sqrt{2x^2-6x+1} +$   
 $+\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| x - \frac{3}{2} + \sqrt{x^2-3x+\frac{1}{2}} \right| + C$ .)
- 10.27.  $\int \frac{2x+5}{\sqrt{3x^2+9x-4}} dx$ . (Ответ:  $\frac{2}{3}\sqrt{3x^2+9x-4} +$   
 $+\frac{2}{\sqrt{3}} \ln \left| x + \frac{3}{2} + \sqrt{x^2+3x-\frac{4}{3}} \right| + C$ .)

$$10.28. \int \frac{4x+3}{\sqrt{2x^2-x+5}} dx. \left( \text{Ответ: } 2\sqrt{2x^2-x+5} + \right. \\ \left. + 2\sqrt{2} \ln \left| x - \frac{1}{4} + \sqrt{x^2 - \frac{x}{2} + \frac{5}{2}} \right| + C. \right)$$

$$10.29. \int \frac{3x-7}{\sqrt{x^2-5x+1}} dx. \left( \text{Ответ: } 3\sqrt{x^2-5x+1} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \ln \left| x - \frac{5}{2} + \sqrt{x^2-5x+1} \right| + C. \right)$$

$$10.30. \int \frac{7x-1}{\sqrt{2-3x-x^2}} dx. \left( \text{Ответ: } -7\sqrt{2-3x-x^2} - \right. \\ \left. - \frac{23}{2} \arcsin \frac{2x+3}{\sqrt{17}} + C. \right)$$

### Решение типового варианта

Найти неопределенные интегралы.

$$1. \int \frac{3-7x}{4x^2+5} dx.$$

$$\begin{aligned} \blacktriangleright \int \frac{3-7x}{4x^2+5} dx &= 3 \int \frac{dx}{(2x)^2 + (\sqrt{5})^2} - 7 \int \frac{xdx}{4x^2+5} = \\ &= \frac{3}{2} \int \frac{d(2x)}{(2x)^2 + (\sqrt{5})^2} - \frac{7}{8} \int \frac{8xdx}{4x^2+5} = \\ &= \frac{3}{2} \frac{1}{\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{2x}{\sqrt{5}} - \frac{7}{8} \ln(4x^2+5) + C. \blacktriangleleft \end{aligned}$$

$$2. \int \frac{dx}{e^{3x}(2-e^{-3x})}.$$

$\blacktriangleright$  Воспользуемся подстановкой  $u = 2 - e^{-3x}$ . Тогда  $du = 3e^{-3x} dx$  и

$$\int \frac{dx}{e^{3x}(2-e^{-3x})} = \frac{1}{3} \int \frac{3e^{-3x} dx}{2-e^{-3x}} = \frac{1}{3} \ln |2 - e^{-3x}| + C. \blacktriangleleft$$

$$3. \int \frac{3x^5-4x}{x^2+1} dx.$$

$\blacktriangleright$  Разделив числитель подынтегральной функции на знаменатель, выделим целую часть неправильной дроби, стоящей под знаком интеграла. Получим интеграл от алгебраической суммы:

$$\int \frac{3x^5 - 4x}{x^2 + 1} dx = \int \left( 3x^2 - 3x - \frac{x}{x^2 + 1} \right) dx = \\ = \frac{3}{4} x^4 - \frac{3}{2} x^2 - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + C. \blacktriangleleft$$

4.  $\int \cos^3(7x + 2) dx.$

► Используя тригонометрическое тождество  $\cos^2(7x + 2) = 1 - \sin^2(7x + 2)$ , получаем

$$\int \cos^3(7x + 2) dx = \int \cos^2(7x + 2) \cos(7x + 2) dx = \\ = \int (1 - \sin^2(7x + 2)) \cos(7x + 2) dx = \int \cos(7x + 2) dx - \\ - \int \sin^2(7x + 2) \cos(7x + 2) dx = \frac{1}{7} \sin(7x + 2) - \\ - \frac{1}{7} \int \sin^2(7x + 2) d(\sin(7x + 2)) = \frac{1}{7} \sin(7x + 2) - \\ - \frac{1}{21} \sin^3(7x + 2) + C. \blacktriangleleft$$

5.  $\int \operatorname{ctg}^4 5x dx.$

◀ Так как  $\operatorname{ctg}^2 5x = \frac{1}{\sin^2 5x} - 1$ , то

$$\int \operatorname{ctg}^4 5x dx = \int \operatorname{ctg}^2 5x \left( \frac{1}{\sin^2 5x} - 1 \right) dx = \\ = \int \operatorname{ctg}^2 5x \frac{1}{\sin^2 5x} dx - \int \operatorname{ctg}^2 5x dx = \\ = -\frac{1}{5} \int \operatorname{ctg}^2 5x \left( -\frac{5}{\sin^2 5x} \right) dx - \int \left( \frac{1}{\sin^2 5x} - 1 \right) dx = \\ = -\frac{1}{15} \operatorname{ctg}^3 5x + \frac{1}{5} \operatorname{ctg} 5x + x + C. \blacktriangleleft$$

6.  $\int \sin \frac{7}{2} x \sin \frac{3}{2} x dx.$

$$\blacktriangleright \int \sin \frac{7}{2} x \sin \frac{3}{2} x dx = \frac{1}{2} \int (\cos 2x - \cos 5x) dx = \\ = \frac{1}{4} \sin 2x - \frac{1}{10} \sin 5x + C. \blacktriangleleft$$

7.  $\int \frac{dx}{6x^2 - 3x + 2}.$

► Выделим в знаменателе подынтегральной функции полный квадрат. Тогда

$$\int \frac{dx}{6x^2 - 3x + 2} = \frac{1}{6} \int \frac{dx}{x^2 - \frac{1}{2}x + 1/3}.$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{6} \int \frac{dx}{(x-1/4)^2 + 1/3 - 1/16} = \frac{1}{6} \int \frac{dx}{\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{13}}{4\sqrt{3}}\right)^2} = \\
&= \frac{4\sqrt{3}}{6\sqrt{13}} \operatorname{arctg} \frac{x-1/4}{\sqrt{13}/(4\sqrt{3})} + C = \frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{13}} \operatorname{arctg} \frac{(4x-1)\sqrt{3}}{\sqrt{13}} + C. \blacktriangleleft
\end{aligned}$$

$$8. \int \frac{3x-6}{2-5x-x^2} dx.$$

► Выделив в числителе подынтегральной функции слагаемое, равное производной знаменателя, получим

$$\begin{aligned}
\int \frac{3x-6}{2-5x-x^2} dx &= -\frac{3}{2} \int \frac{-2x+4-5+5}{2-5x-x^2} dx = \\
&= -\frac{3}{2} \int \frac{-2x-5}{2-5x-x^2} dx - \frac{3}{2} \cdot 9 \int \frac{dx}{2-5x-x^2} = \\
&= -\frac{3}{2} \ln|2-5x-x^2| + \frac{27}{2} \int \frac{dx}{(x-5/2)^2 - 2 - 25/4} = \\
&= -\frac{3}{2} \ln|2-5x-x^2| + \frac{27}{2} \int \frac{dx}{(x-5/2)^2 - (\sqrt{33}/2)^2} = \\
&= -\frac{3}{2} \ln|2-5x-x^2| + \frac{27}{2\sqrt{33}} \ln \left| \frac{x-5/2 - \sqrt{33}/2}{x-5/2 + \sqrt{33}/2} \right| + C = \\
&= -\frac{3}{2} \ln|2-5x-x^2| + \frac{9\sqrt{3}}{2\sqrt{11}} \ln \left| \frac{2x-5-\sqrt{33}}{2x-5+\sqrt{33}} \right| + C. \blacktriangleleft
\end{aligned}$$

$$9. \int \frac{dx}{\sqrt{5x^2+2x-7}}.$$

► Выделив в знаменателе подынтегральной функции полный квадрат, получим

$$\begin{aligned}
\int \frac{dx}{\sqrt{5x^2+2x-7}} &= \frac{1}{\sqrt{5}} \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + \frac{2}{5}x - 7/5}} = \\
&= \frac{1}{\sqrt{5}} \int \frac{d(x+1/5)}{\sqrt{(x+1/5)^2 - 7/5 - 1/25}} = \\
&= \frac{1}{\sqrt{5}} \ln \left| x + 1/5 + \sqrt{x^2 + \frac{2}{5}x - 7/5} \right| + C. \blacktriangleleft
\end{aligned}$$

$$10. \int \frac{2x-7}{\sqrt{1-4x-3x^2}} dx.$$

► Представим данный интеграл в виде суммы двух интегралов, предварительно выделив в числителе подынтегральной функции слагаемое, равное производной подкоренного выражения из знаменателя:

$$\begin{aligned} \int \frac{2x-7}{\sqrt{1-4x-3x^2}} dx &= -\frac{1}{3} \int \frac{-6x+21-4+4}{\sqrt{1-4x-3x^2}} dx = \\ &= -\frac{1}{3} \int \frac{-6x-4}{\sqrt{1-4x-3x^2}} dx - \frac{25}{3\sqrt{3}} \int \frac{dx}{\sqrt{\frac{1}{3}-\frac{4}{3}x-x^2}} = \\ &= -\frac{2}{3} \sqrt{1-4x-3x^2} - \frac{25}{3\sqrt{3}} \int \frac{dx}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right)^2 - \left(x+\frac{2}{3}\right)^2}} = \\ &= -\frac{2}{3} \sqrt{1-4x-3x^2} - \frac{25}{3\sqrt{3}} \arcsin \frac{x+2/3}{\sqrt{7}/3} + C = \\ &= -\frac{2}{3} \sqrt{1-4x-3x^2} - \frac{25}{3\sqrt{3}} \arcsin \frac{3x+2}{\sqrt{7}} + C. \blacktriangleleft \end{aligned}$$

### ИДЗ-8.3

Найти неопределенные интегралы.

1

$$1.1. \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{1-x^2}-1}{\sqrt{1-x^2}+1} \right| + \sqrt{1-x^2} + C. \right)$$

$$1.2. \int \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx. \left( \text{Ответ: } \sqrt{x^2-1} - \arccos \frac{1}{x} + C. \right)$$

$$1.3. \int \frac{\sqrt{x^2+4}}{x} dx. \left( \text{Ответ: } \left( \sqrt{4+x^2} + \ln \left| \frac{2-\sqrt{4+x^2}}{2+\sqrt{4+x^2}} \right| + C. \right) \right)$$

$$1.4. \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4} dx. \left( \text{Ответ: } C - \frac{1}{3} \frac{\sqrt{(1-x^2)^3}}{x^3}. \right)$$

$$1.5. \int \sqrt{4-x^2} dx. \quad (\text{Ответ: } 2 \arcsin \frac{x}{2} + \frac{x}{2} \sqrt{4-x^2} + C.)$$

$$1.6. \int \frac{\sqrt{x^2+9}}{x} dx. \quad (\text{Ответ: } \sqrt{x^2+9} + \\ + \frac{3}{2} \ln \left| \frac{3-\sqrt{x^2+9}}{3+\sqrt{x^2+9}} \right| + C.)$$

$$1.7. \int \frac{\sqrt{x^2+4}}{x^2} dx. \quad (\text{Ответ: } \ln \left| \frac{x+\sqrt{4+x^2}}{x-\sqrt{4+x^2}} \right| - \\ - \frac{\sqrt{4-x^2}}{x} + C.)$$

$$1.8. \int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^4} dx. \quad (\text{Ответ: } C - \frac{1}{12} \frac{\sqrt{(4-x^2)^3}}{x^3}.)$$

$$1.9. \int \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2)^3}}. \quad (\text{Ответ: } \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + C.)$$

$$1.10. \int \frac{\sqrt{x^2+4}}{x^4} dx. \quad (\text{Ответ: } C - \frac{1}{12} \frac{\sqrt{(4+x^2)^3}}{x^3}.)$$

$$1.11. \int \frac{\sqrt{(4-x^2)^3}}{x^6} dx. \quad (\text{Ответ: } C - \frac{1}{20} \frac{\sqrt{(4-x^2)^5}}{x^5}.)$$

$$1.12. \int \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2)^5}}. \quad (\text{Ответ: } \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} - \frac{1}{3} \frac{x^3}{\sqrt{(1+x^2)^3}} + C.)$$

$$1.13. \int \frac{\sqrt{x^2-9}}{x} dx. \quad (\text{Ответ: } \sqrt{x^2-9} - 3 \arccos \frac{3}{x} + C.)$$

$$1.14. \int \frac{dx}{\sqrt{(x^2-1)^3}}. \quad (\text{Ответ: } C - \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}.)$$

$$1.15. \int x^3 \sqrt{9-x^2} dx. \quad (\text{Ответ: } \frac{1}{5} \sqrt{(9-x^2)^5} - \\ - 3 \sqrt{(9-x^2)^3} + C.)$$

$$1.16. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{(x^2-1)^3}}. \quad (\text{Ответ: } C - \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} - \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}.)$$

$$1.17. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2-1}}. \quad (\text{Ответ: } \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} + C.)$$

- 1.18.  $\int \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^2} dx$ . (Ответ:  $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{x^2-9}+x}{\sqrt{x^2-9}-x} \right| - \frac{\sqrt{x^2-9}}{x} + C$ .)
- 1.19.  $\int \frac{dx}{x^3\sqrt{x^2-1}}$ . (Ответ:  $\frac{1}{2} \arccos \frac{1}{x} + \frac{\sqrt{x^2-1}}{2x^2} + C$ .)
- 1.20.  $\int \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^4} dx$ . (Ответ:  $C - \frac{1}{27} \frac{\sqrt{(9-x^2)^3}}{x^3}$ .)
- 1.21.  $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2+9}}$ . (Ответ:  $C - \frac{\sqrt{9+x^2}}{9x}$ .)
- 1.22.  $\int x^2\sqrt{1-x^2} dx$ . (Ответ:  $\frac{1}{8} \arcsin x - \frac{1}{8} x\sqrt{1-x^2}(1-2x^2) + C$ .)
- 1.23.  $\int x^3\sqrt{1-x^2} dx$ . (Ответ:  $\frac{1}{5} \sqrt{(1-x^2)^5} - \frac{1}{3} \sqrt{(1-x^2)^3} + C$ .)
- 1.24.  $\int \frac{\sqrt{(4-x^2)^3} dx}{x^4}$ . (Ответ:  $\arcsin \frac{x}{2} + \frac{\sqrt{4-x^2}}{x} - \frac{1}{3} \frac{\sqrt{(4-x^2)^3}}{x^3} + C$ .)
- 1.25.  $\int \frac{dx}{\sqrt{(4+x^2)^3}}$ . (Ответ:  $\frac{x}{4\sqrt{4+x^2}} + C$ .)
- 1.26.  $\int \frac{\sqrt{x^2+9}}{x^4} dx$ . (Ответ:  $C - \frac{1}{27} \frac{\sqrt{(9+x^2)^3}}{x^3}$ .)
- 1.27.  $\int \frac{dx}{\sqrt{(9+x^2)^3}}$ . (Ответ:  $\frac{1}{9} \frac{x}{\sqrt{9+x^2}} + C$ .)
- 1.28.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}}$ . (Ответ:  $\frac{9}{2} \arcsin \frac{x}{3} - \frac{1}{2} x\sqrt{9-x^2} + C$ .)
- 1.29.  $\int \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^4} dx$ . (Ответ:  $C - \frac{1}{48} \frac{x^3}{\sqrt{16-x^2}}$ .)



$$1.30. \int \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^2} dx. \left( \text{Ответ: } C - \arcsin \frac{x}{4} - \frac{x}{\sqrt{16-x^2}} + C. \right)$$

2

$$2.1. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{1+x^2}}. \left( \text{Ответ: } C - \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \left| \frac{1}{x+1} - \frac{1}{2} \frac{\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{2}(x+1)} \right|. \right)$$

$$2.2. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2-1}}. \left( \text{Ответ: } \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + C. \right)$$

$$2.3. \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2-1}}. \left( \text{Ответ: } C - \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}. \right)$$

$$2.4. \int \frac{dx}{x\sqrt{1-x^2}}. \left( \text{Ответ: } C - \ln \left| \frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x} \right|. \right)$$

$$2.5. \int \frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}}. \left( \text{Ответ: } C - \ln \left| \frac{1+\sqrt{1+x^2}}{x} \right|. \right)$$

$$2.6. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}. \left( \text{Ответ: } C - \arcsin \frac{1}{x}. \right)$$

$$2.7. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+x+1}}. \left( \text{Ответ: } C - \ln \left| \frac{1}{x} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{x^2+x+1}}{x} \right|. \right)$$

$$2.8. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-x+1}}. \left( \text{Ответ: } C - \ln \left| \frac{1+\sqrt{x^2-x+1}}{x} - \frac{1}{2} \right|. \right)$$

$$2.9. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+x-1}}. \left( \text{Ответ: } C - \arcsin \frac{2-x}{\sqrt{5}x}. \right)$$

$$2.10. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-x-1}}. \left( \text{Ответ: } C - \arcsin \frac{x+2}{\sqrt{5}x}. \right)$$

$$2.11. \int \frac{dx}{x\sqrt{1+x-x^2}}. \left( \text{Ответ: } C - \ln \left| \frac{1}{x} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1+x-x^2}}{x} \right|. \right)$$

$$2.12. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+x-2}}. \left( \text{Ответ: } C - \frac{1}{\sqrt{2}} \arcsin \frac{4-x}{3x}. \right)$$

$$2.13. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2-x+1}}. \left( \text{Ответ: } C - \frac{1}{\sqrt{3}} \ln \left| \frac{1}{x+1} - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{x^2-x+1}}{\sqrt{3}(x+1)} \right|. \right)$$

$$2.14. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2-x-1}}. \left( \text{Ответ: } C - \ln \left| \frac{1}{x+1} - \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{x^2-x-1}}{x+1} \right|. \right)$$

$$2.15. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+x+1}}. \left( \text{Ответ: } C - \ln \left| \frac{1}{x+1} - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{x^2+x+1}}{x+1} \right|. \right)$$

$$2.16. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+x-1}}. \left( \text{Ответ: } C - \arcsin \frac{x+3}{\sqrt{5}(x+1)}. \right)$$

$$2.17. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{1+x-x^2}}. \left( \text{Ответ: } \arcsin \frac{3x+1}{\sqrt{5}(x+1)} + C. \right)$$

$$2.18. \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2+x+1}}. \left( \text{Ответ: } C - \frac{1}{\sqrt{3}} \ln \left| \frac{1}{x-1} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{x^2+x+1}}{\sqrt{3}(x-1)} \right|. \right)$$

$$2.19. \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2-x+1}}. \left( \text{Ответ: } C - \ln \left| \frac{1}{x-1} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{x^2-x+1}}{x-1} \right|. \right)$$

$$2.20. \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2+x-1}}. \left( \text{Ответ: } C - \ln \left| \frac{1}{x-1} + \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{x^2+x-1}}{x-1} \right| \right)$$

$$2.21. \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2-x-1}}. \left( \text{Ответ: } C - \arcsin \frac{3-x}{\sqrt{5}(x-1)} \right)$$

$$2.22. \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{1+x-x^2}}. \left( \text{Ответ: } C - \ln \left| \frac{1}{x-1} - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1+x-x^2}}{x-1} \right| \right)$$

$$2.23. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{1-x-x^2}}. \left( \text{Ответ: } C - \ln \left| \frac{1}{x+1} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1-x-x^2}}{x+1} \right| \right)$$

$$2.24. \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{1-x-x^2}}. \left( \text{Ответ: } C - \arcsin \frac{3x-1}{\sqrt{5}(x-1)} \right)$$

$$2.25. \int \frac{dx}{x\sqrt{1-x-x^2}}. \left( \text{Ответ: } C - \ln \left| \frac{1}{x} - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1-x-x^2}}{x} \right| \right)$$

$$2.26. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+x-3}}. \left( \text{Ответ: } C - \frac{1}{\sqrt{3}} \arcsin \frac{6-x}{x\sqrt{3}} \right)$$

$$2.27. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+x-2}}. \left( \text{Ответ: } C - \frac{1}{\sqrt{2}} \arcsin \frac{x+5}{3(x+1)} \right)$$

$$2.28. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-3x+2}}. \left( \text{Ответ: } C - \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \left| \frac{1}{x} - \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{x^2-3x+2}}{2x} \right| \right)$$

$$2.29. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{2-x-x^2}}. \left( \text{Ответ: } C - \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \left| \frac{1}{x+1} + \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{2-x-x^2}}{x+1} \right| \right)$$

$$2.30. \int \frac{dx}{x\sqrt{1-3x-2x^2}}. \left( \text{Ответ: } C - \ln \left| \frac{1}{x} - \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{1-3x-2x^2}}{x} \right| \right)$$

3

$$3.1. \int \frac{\ln(\cos x)}{\cos^2 x} dx. \left( \text{Ответ: } \operatorname{tg} x \ln(\cos x) + \operatorname{tg} x - x + C. \right)$$

$$3.2. \int \cos(\ln x) dx. \left( \text{Ответ: } \frac{x}{2} (\sin(\ln x) + \cos(\ln x)) + C. \right)$$

$$3.3. \int \frac{\ln x}{x^2} dx. \left( \text{Ответ: } C - \frac{\ln x + 1}{x} \right)$$

$$3.4. \int \ln(x+2) dx. \left( \text{Ответ: } x \ln(x+2) - x + 2 \ln(x+2) + C. \right)$$

$$3.5. \int \frac{\ln(\cos x)}{\sin^2 x} dx. \left( \text{Ответ: } C - \operatorname{ctg} x \ln(\cos x) - x. \right)$$

$$3.6. \int \frac{\ln(\ln x)}{x} dx. \left( \text{Ответ: } \ln x \ln(\ln x) - \ln x + C. \right)$$

$$3.7. \int \ln^2 x dx. \left( \text{Ответ: } x \ln^2 x - 2x \ln x + 2x + C. \right)$$

$$3.8. \int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx. \left( \text{Ответ: } 2\sqrt{x} \ln x - 4\sqrt{x} + C. \right)$$

$$3.9. \int x \ln \frac{1-x}{1+x} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{x^2}{2} \ln \frac{1-x}{1+x} - x - \frac{1}{2} \ln \frac{1-x}{1+x} + C. \right)$$

$$3.10. \int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx. \left( \text{Ответ: } x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2} + C. \right)$$

$$3.11. \int \ln(x+4) dx. \left( \text{Ответ: } x \ln(x+4) - x + 4 \ln(x+4) + C. \right)$$

- 3.12.  $\int \frac{x \ln(x + \sqrt{1+x^2})}{\sqrt{1+x^2}} dx$ . (Ответ:  $\sqrt{1+x^2} \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - x + C$ .)
- 3.13.  $\int \frac{\ln(\sin x)}{\sin^2 x} dx$ . (Ответ:  $C - x - \operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg} x \ln(\sin x)$ .)
- 3.14.  $\int x^2 \ln(x+1) dx$ . (Ответ:  $\frac{x^3}{3} \ln(x+1) - \frac{x^3}{9} + \frac{x^2}{6} - \frac{x}{3} + \frac{1}{3} \ln(x+1) + C$ .)
- 3.15.  $\int \frac{\ln x \ln(\ln x)}{x} dx$ . (Ответ:  $\frac{1}{2} \ln^2 x \ln(\ln x) - \frac{1}{4} \ln^2 x + C$ .)
- 3.16.  $\int \ln(x^2+1) dx$ . (Ответ:  $x \ln(x^2+1) - 2x + 2 \operatorname{arctg} x + C$ .)
- 3.17.  $\int \frac{\ln x}{x^3} dx$ . (Ответ:  $C - \frac{\ln x}{2x^2} - \frac{1}{4x^2}$ .)
- 3.18.  $\int \sqrt{x} \ln^2 x dx$ . (Ответ:  $\frac{2}{3} \sqrt{x^3} \ln^2 x - \frac{8}{9} \sqrt{x^3} \ln x + \frac{16}{27} \sqrt{x^3} + C$ .)
- 3.19.  $\int \ln \frac{1-x}{1+x} dx$ . (Ответ:  $x \ln \frac{1-x}{1+x} - \ln(x^2-1) + C$ .)
- 3.20.  $\int (x^2 - x + 1) \ln x dx$ . (Ответ:  $(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x) \ln x - \frac{x^3}{9} + \frac{x^2}{4} - x + C$ .)
- 3.21.  $\int \sqrt{x} \ln x dx$ . (Ответ:  $\frac{2}{3} \sqrt{x^3} \ln x - \frac{4}{9} \sqrt{x^3} + C$ .)
- 3.22.  $\int \frac{\ln(\sin x)}{\cos^2 x} dx$ . (Ответ:  $\operatorname{tg} x \ln(\sin x) - x + C$ .)
- 3.23.  $\int x \ln(x^2+1) dx$ . (Ответ:  $\frac{x^2}{2} \ln(x^2+1) - \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \ln(x^2+1) + C$ .)
- 3.24.  $\int x \ln^2 x dx$ . (Ответ:  $\frac{x^2}{2} \ln^2 x - \frac{x^2}{2} \ln x + \frac{x^2}{4} + C$ .)

$$3.25. \int x^2 \ln x dx. \quad (\text{Ответ: } \frac{x^3}{3} \ln x - \frac{x^3}{9} + C.)$$

$$3.26. \int x \ln(x+1) dx. \quad (\text{Ответ: } \frac{x^2}{2} \ln(x+1) - \frac{x^2}{4} + \\ + \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \ln(x+1) + C.)$$

$$3.27. \int \sin(\ln x) dx. \quad (\text{Ответ: } \frac{x}{2} (\sin(\ln x) - \\ - \cos(\ln x)) + C.)$$

$$3.28. \int (x^2 - 4) \sin 5x dx. \quad (\text{Ответ: } \frac{2}{25} x \sin 5x - \\ - \frac{x^2 - 21}{5} \cos 5x + C.)$$

$$3.29. \int \ln(x+5) dx. \quad (\text{Ответ: } x \ln(x+5) - x + \\ + 5 \ln(x+5) + C.)$$

$$3.30. \int \ln \frac{2-x}{2+x} dx. \quad (\text{Ответ: } x \ln \frac{2-x}{2+x} - 2 \ln |4 - \\ - x^2| + C.)$$

#### 4

$$4.1. \int \sqrt{1-x} \arccos \sqrt{x} dx. \quad (\text{Ответ: } \frac{2}{9} \sqrt{x^3} - \frac{2}{3} \sqrt{x} - \\ - \frac{2}{3} \sqrt{(1-x)^3} \arccos \sqrt{x} + C.)$$

$$4.2. \int \sqrt{1-x} \arcsin \sqrt{x} dx. \quad (\text{Ответ: } \frac{2}{3} \sqrt{x} - \\ - \frac{2}{9} \sqrt{x^3} - \frac{2}{3} \sqrt{(1-x)^3} \arcsin \sqrt{x} + C.)$$

$$4.3. \int x \operatorname{arctg} 2x dx. \quad (\text{Ответ: } \frac{x^2}{2} \operatorname{arctg} 2x - \frac{x}{4} + \\ + \frac{1}{8} \operatorname{arctg} 2x + C.)$$

$$4.4. \int \frac{\arcsin x}{\sqrt{x+1}} dx. \quad (\text{Ответ: } 2\sqrt{x+1} \arcsin x + \\ + 4\sqrt{1-x} + C.)$$

$$4.5. \int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x}} dx. \quad (\text{Ответ: } 4\sqrt{1-x} -$$

- 4.6.  $\int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx$ . (Ответ:  $2\sqrt{x} - 2\sqrt{1-x} \arcsin x + C$ .)
- 4.7.  $\int \frac{x \operatorname{arctg} x}{\sqrt{1+x^2}} dx$ . (Ответ:  $\sqrt{1+x^2} \operatorname{arctg} x - 2\sqrt{1-x} \arcsin \sqrt{x} + C$ .)
- 4.8.  $\int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ . (Ответ:  $x - \sqrt{1-x^2} \arcsin x + C$ .)
- 4.9.  $\int x \operatorname{arctg} x dx$ . (Ответ:  $\frac{x^2}{2} \operatorname{arctg} x - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + C$ .)
- 4.10.  $\int x \operatorname{arctg} x dx$ . (Ответ:  $\frac{x^2}{2} \operatorname{arctg} x + \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + C$ .)
- 4.11.  $\int \frac{x \arccos 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx$ . (Ответ:  $C - \frac{x}{2} - \frac{1}{4} \sqrt{1-4x^2} \arccos 2x$ .)
- 4.12.  $\int \arccos 2x dx$ . (Ответ:  $\arccos 2x - \frac{1}{2} \sqrt{1-4x^2} + C$ .)
- 4.13.  $\int \operatorname{arctg} x dx$ . (Ответ:  $x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$ .)
- 4.14.  $\int \frac{\arccos \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx$ . (Ответ:  $C - 2\sqrt{x} - 2\sqrt{1-x} \arccos \sqrt{x}$ .)
- 4.15.  $\int \frac{x \arccos x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ . (Ответ:  $C - x - \sqrt{1-x^2} \arccos x$ .)
- 4.16.  $\int \frac{\arccos x}{\sqrt{1-x}} dx$ . (Ответ:  $C - 4\sqrt{1+x} - 2\sqrt{1-x} \arccos x$ .)

- 4.17.  $\int \operatorname{arctg} 2x dx$ . (Ответ:  $x \operatorname{arctg} 2x + \frac{1}{4} \ln(1 + 4x^2) + C$ .)
- 4.18.  $\int \frac{x \operatorname{arctg} x}{\sqrt{1+x^2}} dx$ . (Ответ:  $\sqrt{1+x^2} \operatorname{arctg} x + \ln|x + \sqrt{1+x^2}| + C$ .)
- 4.19.  $\int \arcsin 2x dx$ . (Ответ:  $x \arcsin 2x + \frac{1}{2} \sqrt{1-4x^2} + C$ .)
- 4.20.  $\int \frac{x \arcsin 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx$ . (Ответ:  $\frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sqrt{1-4x^2} \arcsin 2x + C$ .)
- 4.21.  $\int \frac{\arccos x}{\sqrt{1+x}} dx$ . (Ответ:  $2\sqrt{1+x} \arccos x - 4\sqrt{1-x} + C$ .)
- 4.22.  $\int x^2 \operatorname{arctg} x dx$ . (Ответ:  $\frac{x^3}{3} \operatorname{arctg} x - \frac{1}{6} x^2 + \frac{1}{6} \ln(x^2 + 1) + C$ .)
- 4.23.  $\int x \operatorname{arctg} 2x dx$ . (Ответ:  $\frac{x^2}{2} \operatorname{arctg} 2x + \frac{x}{4} + \frac{1}{8} \operatorname{arctg} 2x + C$ .)
- 4.24.  $\int \operatorname{arctg}(x+5) dx$ . (Ответ:  $x \operatorname{arctg}(x+5) - \frac{1}{2} \ln|x^2 + 10x + 26| + 5 \operatorname{arctg}(x+5) + C$ .)
- 4.25.  $\int x^2 \operatorname{arctg} x dx$ . (Ответ:  $\frac{x^3}{3} \operatorname{arctg} x + \frac{x^2}{6} - \frac{1}{6} \ln(x^2 + 1) + C$ .)
- 4.26.  $\int x \operatorname{arctg}^2 x dx$ . (Ответ:  $\frac{x^2}{2} \operatorname{arctg}^2 x + \frac{1}{2} \operatorname{arctg}^2 x - x \operatorname{arctg} x + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + C$ .)
- 4.27.  $\int x^2 \cos \frac{x}{3} dx$ . (Ответ:  $3x^2 \sin \frac{x}{3} + 18x \cos \frac{x}{3} - 54 \sin \frac{x}{3} + C$ .)



$$4.28. \int x \operatorname{arctg}^2 x dx. \left( \text{Ответ: } \frac{x^2}{2} \operatorname{arctg}^2 x + \frac{1}{2} \operatorname{arctg}^2 x + x \operatorname{arctg} x + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + C. \right)$$

$$4.29. \int x^2 \sin 2x dx. \left( \text{Ответ: } \frac{x}{2} \sin 2x - \frac{x^2}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C. \right)$$

$$4.30. \int (x^2 + 4)e^{2x} dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{2}(x^2 + 4)e^{2x} + \frac{1}{2}xe^{2x} + \frac{1}{4}e^{2x} + C. \right)$$

5

$$5.1. \int x^2 \cos 2x dx. \left( \text{Ответ: } \frac{x^2}{2} \sin 2x + \frac{x}{2} \cos 2x - \frac{1}{4} \sin 2x + C. \right)$$

$$5.2. \int x \sin^2 x dx. \left( \text{Ответ: } \frac{x^2}{4} - \frac{x}{4} \sin 2x - \frac{1}{8} \cos 2x + C. \right)$$

$$5.3. \int x \sin x \cos x dx. \left( \text{Ответ: } \frac{1}{8} \sin 2x - \frac{x}{4} \cos 2x + C. \right)$$

$$5.4. \int x^2(\sin 2x - 3) dx. \left( \text{Ответ: } \frac{x}{2} \sin 2x - \frac{x^2}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \cos 2x - x^3 + C. \right)$$

$$5.5. \int x^2(\sin x + 1) dx. \left( \text{Ответ: } 2x \sin x - x^2 \cos x + 2 \cos x + \frac{x^3}{3} + C. \right)$$

$$5.6. \int (x^2 + x)e^{-x} dx. \left( \text{Ответ: } C - (x^2 + 3x + 3)e^{-x}. \right)$$

$$5.7. \int (x^2 + x)e^x dx. \left( \text{Ответ: } (x^2 - x + 1)e^x + C. \right)$$

$$5.8. \int (x^2 - x + 1)e^{-x} dx. \left( \text{Ответ: } C - (x^2 + x + 2)e^{-x}. \right)$$

$$5.9. \int (x^2 - x + 1)e^x dx. \left( \text{Ответ: } (x^3 - 3x + 4)e^x + C. \right)$$

$$5.10. \int x \operatorname{ctg}^2 x dx. \left( \text{Ответ: } \ln |\sin x| - x \operatorname{ctg} x - \frac{x^2}{2} + C. \right)$$

- 5.11.  $\int x^2 e^{-x} dx$ . (Ответ:  $C - (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$ .)
- 5.12.  $\int \frac{xdx}{\sin^2 x}$ . (Ответ:  $\ln |\sin x| - x \operatorname{ctg} x + C$ .)
- 5.13.  $\int \frac{xdx}{\cos^2 x}$ . (Ответ:  $x \operatorname{tg} x + \ln |\cos x| + C$ .)
- 5.14.  $\int x \operatorname{tg}^2 x dx$ . (Ответ:  $x \operatorname{tg} x + \ln |\cos x| - \frac{x^2}{2} + C$ .)
- 5.15.  $\int (x^2 + 2)e^{-x} dx$ . (Ответ:  $C - (x^2 + 2x + 4)e^{-x}$ .)
- 5.16.  $\int x^2 \sin^2 x dx$ . (Ответ:  $\frac{x^3}{6} - \frac{x^2}{4} \sin 2x + \frac{x}{4} \cos 2x + \frac{1}{8} \sin 2x + C$ .)
- 5.17.  $\int x^2 (\cos 2x + 3) dx$ . (Ответ:  $x^3 + \frac{x^2}{2} \sin 2x + \frac{x}{2} \cos 2x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$ .)
- 5.18.  $\int (x^2 + 2)e^{-x} dx$ . (Ответ:  $(x^2 - 2x + 4)e^x + C$ .)
- 5.19.  $\int (x^3 + 3)\sin x dx$ . (Ответ:  $2x \sin x - (x^2 + 1) \cos x + C$ .)
- 5.20.  $\int (x^2 - 3)\cos x dx$ . (Ответ:  $(x^2 - 4) \sin x + 2x \cos x + C$ .)
- 5.21.  $\int (x^2 + 1)e^{-x} dx$ . (Ответ:  $C - (x^2 + 2x + 3)e^{-x}$ .)
- 5.22.  $\int (x^2 - 1)e^x dx$ . (Ответ:  $(x - 1)^2 e^x + C$ .)
- 5.23.  $\int x^2 \cos^2 x dx$ . (Ответ:  $\frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{4} \sin 2x + \frac{x}{4} \cos 2x - \frac{1}{8} \sin 2x + C$ .)
- 5.24.  $\int (x^2 + x) \sin x dx$ . (Ответ:  $(2x + 1) \sin x - (x^2 + x - 2) \cos x + C$ .)
- 5.25.  $\int (x^2 + x) \cos x dx$ . (Ответ:  $(x^2 + x - 1) \sin x + (2x + 1) \cos x + C$ .)
- 5.26.  $\int (x^2 + 1)e^x dx$ . (Ответ:  $(x^2 - 2x + 3)e^x + C$ .)
- 5.27.  $\int (x^2 - 1)e^{-x} dx$ . (Ответ:  $C - (x + 1)^2 e^{-x}$ .)
- 5.28.  $\int x \sin^2 x dx$ . (Ответ:  $\frac{x^2}{4} - \frac{x}{4} \sin 2x - \frac{1}{8} \cos 2x + C$ .)

$$5.29. \int \arcsin 9x dx. \quad (\text{Ответ: } x \arcsin 9x + \frac{1}{9} \sqrt{1-81x^2} + C.)$$

$$5.30. \int x \operatorname{arctg} 2x dx. \quad (\text{Ответ: } \frac{x^2}{2} \operatorname{arctg} 2x - \frac{x}{4} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} 2x + C.)$$

6

$$6.1. \int (x+1)e^{2x} dx.$$

$$6.2. \int (x-2)e^x dx.$$

$$6.3. \int (x-7) \cos 2x dx.$$

$$6.4. \int (x-1) \cos 5x dx.$$

$$6.5. \int (x+2) \cos 3x dx.$$

$$6.6. \int (x-2) \cos 4x dx.$$

$$6.7. \int (x-4) \sin 2x dx.$$

$$6.8. \int (x-3) \cos x dx.$$

$$6.9. \int (x+4) \sin 2x dx.$$

$$6.10. \int x \sin 3x dx.$$

$$6.11. \int (x+5) \sin x dx.$$

$$6.12. \int (x-5) \cos x dx.$$

$$6.13. \int (x+9) \sin x dx.$$

$$6.14. \int (x+7) \sin 2x dx.$$

$$6.15. \int (x+4) \sin 3x dx.$$

$$6.16. \int (x+3) \sin 5x dx.$$

$$6.17. \int (x-4) \cos 2x dx.$$

$$6.18. \int (x-8) \sin x dx.$$

$$6.19. \int (x+4) \cos 3x dx.$$

$$6.20. \int (x+8) \sin 3x dx.$$

$$6.21. \int (x+6) \cos 4x dx.$$

$$6.22. \int (x-6) \sin \frac{x}{2} dx.$$

$$6.23. \int (x+1) \cos 7x dx.$$

$$6.24. \int (x+2) \sin \frac{x}{2} dx.$$

$$6.25. \int x \sin \frac{x}{5} dx.$$

$$6.26. \int (x+4) \cos \frac{x}{2} dx.$$

$$6.27. \int (x+1) \sin \frac{x}{3} dx.$$

$$6.28. \int (x+2) \cos \frac{x}{4} dx.$$

$$6.29. \int (x+3) \sin \frac{x}{4} dx.$$

$$6.30. \int (x-9) \sin \frac{x}{2} dx.$$

7

$$7.1. \int \ln(x-5) dx.$$

$$7.2. \int \operatorname{arctg} 2x dx.$$

$$7.3. \int x^2 e^{-x} dx.$$

$$7.4. \int (x+1) e^{-4x} dx.$$

$$7.5. \int x^2 e^{-2x} dx.$$

$$7.6. \int \operatorname{arctg} 3x dx.$$

$$7.7. \int x \cos 8x dx.$$

$$7.8. \int \operatorname{arctg} 4x dx.$$

$$7.9. \int \arcsin 5x dx.$$

$$7.10. \int (x+1) e^{-x} dx.$$

- 7.11.  $\int x \operatorname{arctg} x dx$ .      7.12.  $\int x^2 e^{3x} dx$ .  
 7.13.  $\int x \cos (x + 4) dx$ .      7.14.  $\int x \cos (x - 2) dx$ .  
 7.15.  $\int x \cos (x + 3) dx$ .      7.16.  $\int x e^{x+2} dx$ .  
 7.17.  $\int x e^{-7x} dx$ .      7.18.  $\int \arcsin 2x dx$ .  
 7.19.  $\int x \sin (x + 7) dx$ .      7.20.  $\int x \cos (x - 4) dx$ .  
 7.21.  $\int x \sin (x + 4) dx$ .      7.22.  $\int x \cos (x + 9) dx$ .  
 7.23.  $\int (x + 3) e^{-x} dx$ .      7.24.  $\int \arccos x dx$ .  
 7.25.  $\int (x^2 - 3) e^x dx$ .      7.26.  $\int x e^{-4x} dx$ .  
 7.27.  $\int x \cos (x + 7) dx$ .      7.28.  $\int x e^{-5x} dx$ .  
 7.29.  $\int x e^{x+3} dx$ .      7.30.  $\int x \cos (2 - x) dx$ .

8

- 8.1.  $\int \operatorname{arctg} 2x dx$ .      8.2.  $\int x \cos 6x dx$ .  
 8.3.  $\int \arcsin 3x dx$ .      8.4.  $\int \arccos 2x dx$ .  
 8.5.  $\int \operatorname{arctg} 8x dx$ .      8.6.  $\int x \sin (x - 2) dx$ .  
 8.7.  $\int \arcsin 8x dx$ .      8.8.  $\int x \sin (x + 3) dx$ .  
 8.9.  $\int x \cos (x + 4) dx$ .      8.10.  $\int \arccos 7x dx$ .  
 8.11.  $\int x \cos (x - 7) dx$ .      8.12.  $\int x \sin (x - 5) dx$ .  
 8.13.  $\int (x - 4) e^x dx$ .      8.14.  $\int x e^{-6x} dx$ .  
 8.15.  $\int \operatorname{arctg} 7x dx$ .      8.16.  $\int \arcsin 5x dx$ .  
 8.17.  $\int \ln (x - 7) dx$ .      8.18.  $\int x \cos (x + 6) dx$ .  
 8.19.  $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{2} dx$ .      8.20.  $\int \ln (x + 8) dx$ .  
 8.21.  $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{5} dx$ .      8.22.  $\int \ln (x + 12) dx$ .  
 8.23.  $\int \arcsin \frac{x}{5} dx$ .      8.24.  $\int \ln (2x - 1) dx$ .  
 8.25.  $\int \ln (2x + 3) dx$ .      8.26.  $\int \arccos \frac{x}{5} dx$ .  
 8.27.  $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{4} dx$ .      8.28.  $\int \arcsin \frac{x}{7} dx$ .  
 8.29.  $\int \operatorname{arctg} 6x dx$ .      8.30.  $\int \arccos \frac{x}{3} dx$ .

Решение типового варианта

Найти неопределенные интегралы.

1.  $\int x^2 \sqrt{16 - x^2} dx.$

►  $\int x^2 \sqrt{16 - x^2} dx = \left| \begin{array}{l} x = 4 \sin t, \quad dx = 4 \cos t dt, \\ \sin t = x/4, \quad t = \arcsin x/4 \end{array} \right| \quad (8.5)$

$(8.5) \int 16 \sin^2 t \sqrt{16 - 16 \sin^2 t} 4 \cos t dt = 256 \int \sin^2 t \cos^2 t dt =$   
 $= 64 \int \sin^2 2t dt = 32 \int (1 - \cos 4t) dt = 32t - 8 \sin 4t + C =$   
 $= 32 \arcsin \frac{x}{4} - 8 \sin 4 \left( \arcsin \frac{x}{4} \right) + C =$   
 $= 32 \arcsin \frac{x}{4} - \frac{x}{4} (8 - x^2) \sqrt{16 - x^2} + C. \blacktriangleleft$

2.  $\int \frac{dx}{x \sqrt{x^2 + 5x + 1}}.$

►  $\int \frac{dx}{x \sqrt{x^2 + 5x + 1}} = \left| \begin{array}{l} x = \frac{1}{t}, \quad t = \frac{1}{x}, \\ dx = -\frac{1}{t^2} dt \end{array} \right| \quad (8.5)$

$(8.5) - \int \frac{dt}{t^2 \frac{1}{t} \sqrt{\frac{1}{t^2} + \frac{5}{t} + 1}} = - \int \frac{dt}{\sqrt{t^2 + 5t + 1}} =$

$= - \int \frac{dt}{\sqrt{\left(t + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{21}{4}}} = - \ln \left| t + \frac{5}{2} + \sqrt{t^2 + 5t + 1} \right| + C =$

$= - \ln \left| \frac{1}{x} + \frac{5}{2} + \sqrt{\frac{1}{x^2} + \frac{5}{x} + 1} \right| + C =$

$= C - \ln \left| \frac{1}{x} + \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{x^2 + 5x + 1}}{x} \right|. \blacktriangleleft$

3.  $\int (x - 7) \sin 5x dx.$

►  $\int (x - 7) \sin 5x dx = \left| \begin{array}{l} u = x - 7, \quad du = dx, \\ dv = \sin 5x dx, \quad v = -\frac{1}{5} \cos 5x \end{array} \right| \quad (8.6)$

$(8.6) - \frac{1}{5} (x - 7) \cos 5x + \frac{1}{5} \int \cos 5x dx =$

$= -\frac{1}{5} (x - 7) \cos 5x + \frac{1}{25} \sin 5x + C. \blacktriangleleft$

4.  $\int \arccos 4x dx.$

$$\begin{aligned} & \blacktriangleright \int \arccos 4x dx = \\ & = \left| \begin{array}{l} u = \arccos 4x, \quad du = -\frac{4dx}{\sqrt{1-16x^2}}, \\ dv = dx, \quad v = x \end{array} \right| \quad (8.6) \\ & \stackrel{(8.6)}{=} x \arccos 4x + 4 \int \frac{xdx}{\sqrt{1-16x^2}} = \\ & = x \arccos 4x - \frac{1}{4} \sqrt{1-16x^2} + C. \quad \blacktriangleleft \end{aligned}$$

5.  $\int xe^{x-7} dx.$

$$\begin{aligned} & \blacktriangleright \int xe^{x-7} dx = \left| \begin{array}{l} u = x, \quad du = dx, \\ dv = e^{x-7} dx, \quad v = e^{x-7} \end{array} \right| \quad (8.6) \\ & \stackrel{(8.6)}{=} xe^{x-7} - \int e^{x-7} dx = xe^{x-7} - e^{x-7} + C. \quad \blacktriangleleft \end{aligned}$$

6.  $\int \frac{x \operatorname{arctg} x}{\sqrt{1+x^2}} dx.$

$$\begin{aligned} & \blacktriangleright \int \frac{x \operatorname{arctg} x}{\sqrt{1+x^2}} dx = \left| \begin{array}{l} u = \operatorname{arctg} x, \quad du = \frac{dx}{1+x^2} \\ dv = \frac{xdx}{\sqrt{1+x^2}}, \quad v = \sqrt{1+x^2} \end{array} \right| \quad (8.6) \\ & \stackrel{(8.6)}{=} \sqrt{1+x^2} \operatorname{arctg} x - \int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \\ & = \sqrt{1+x^2} \operatorname{arctg} x - \ln|x + \sqrt{1+x^2}| + C. \quad \blacktriangleleft \end{aligned}$$

7.  $\int (x^2 - 4x + 3)e^{-2x} dx.$

$$\begin{aligned} & \blacktriangleright \int (x^2 - 4x + 3)e^{-2x} dx = \\ & = \left| \begin{array}{l} u = x^2 - 4x + 3, \quad du = (2x - 4)dx, \\ dv = e^{-2x} dx, \quad v = -\frac{1}{2} e^{-2x} \end{array} \right| \quad (8.6) \\ & \stackrel{(8.6)}{=} -\frac{1}{2} (x^2 - 4x + 3)e^{-2x} + \int (x - 2)e^{-2x} dx = \\ & = \left| \begin{array}{l} u = x - 2, \quad du = dx, \\ dv = e^{-2x} dx, \quad v = -\frac{1}{2} e^{-2x} \end{array} \right| \quad (8.6) \\ & \stackrel{(8.6)}{=} -\frac{1}{2} (x^2 - 4x + 3)e^{-2x} - \frac{1}{2} (x - 2)e^{-2x} - \frac{1}{4} e^{-2x} + C. \quad \blacktriangleleft \end{aligned}$$

8.  $\int \frac{\ln(\ln(x+1)) \ln(x+1)}{x+1} dx.$

$$\begin{aligned}
& \triangleright \int \frac{\ln(\ln(x+1))\ln(x+1)}{x+1} dx = \\
& = \left[ \begin{array}{l} u = \ln(\ln(x+1)), \quad du = \frac{dx}{(x+1)\ln(x+1)} \\ dv = \frac{\ln(x+1)}{x+1} dx, \quad v = \frac{1}{2} \ln^2(x+1) \end{array} \right] \quad (8.6) \\
& \stackrel{(8.6)}{=} \frac{\ln^2(x+1)}{2} \ln(\ln(x+1)) - \frac{1}{2} \int \frac{\ln(x+1)}{x+1} dx = \\
& = \frac{\ln^2(x+1)}{2} \ln(\ln(x+1)) - \frac{1}{4} \ln^2(x+1) + C \quad \blacktriangleleft
\end{aligned}$$

### ИДЗ-8.4

Найти неопределенные интегралы.

1

- 1.1.  $\int \frac{3x^2 + 20x + 9}{(x^2 + 4x + 3)(x + 5)} dx$ . (Ответ:  $6 \ln|x + 3| - \ln|x + 1| + 2 \ln|x + 5| + C$ .)
- 1.2.  $\int \frac{12dx}{(x-2)(x^2 - 2x + 3)}$ . (Ответ:  $3 \ln|x - 3| - 4 \ln|x - 2| + \ln|x + 1| + C$ .)
- 1.3.  $\int \frac{43x - 67}{(x-1)(x^2 - x - 12)} dx$ . (Ответ:  $2 \ln|x - 1| + 5 \ln|x - 4| - 7 \ln|x + 3| + C$ .)
- 1.4.  $\int \frac{2x^4 + 8x^3 + 9x^2 - 7}{(x^2 + x - 2)(x + 3)} dx$ . (Ответ:  $x^2 + 5 \ln|x + 3| + \ln|x + 2| + \ln|x - 1| + C$ .)
- 1.5.  $\int \frac{8x dx}{(x^2 + 6x + 5)(x + 3)}$ . (Ответ:  $-5 \ln|x + 5| + 6 \ln|x + 3| - \ln|x + 1| + C$ .)
- 1.6.  $\int \frac{2x^4 - 7x^3 + 7x^2 - 8x}{(x^2 - 5x + 6)(x + 1)} dx$ . (Ответ:  $x^2 + x + 2 \ln|x + 1| + 4 \ln|x - 2| + 3 \ln|x - 3| + C$ .)
- 1.7.  $\int \frac{2x^4 + 8x^3 - 45x - 61}{(x-1)(x^2 + 5x + 6)} dx$ . (Ответ:  $x^2 - 8 \ln|x - 1| + 5 \ln|x + 3| + \ln|x + 2| + C$ .)
- 1.8.  $\int \frac{2x^4 + 17x^3 + 32x^2 - 7x}{(x^2 + 4x + 3)(x + 5)} dx$ . (Ответ:  $x^2 - x - 5 \ln|x + 5| + 3 \ln|x + 1| - 3 \ln|x + 3| + C$ .)