

4.4. Задания для контрольной работы № 3

Вариант 1

1. а) Найдите тангенс угла наклона к оси ox касательной, проведённой к графику функции $y = \frac{4x - x^2}{4}$ в точке $A(1, \frac{3}{4})$

б) Составьте уравнение касательной к этой кривой в точке $B(2, 1)$.

2. Найдите y' :

2.1. $y = \frac{x+1}{x-1}$;

2.2. $y = 3^{\sin 2x} + \sqrt[3]{2x} \operatorname{tg} 4x$;

2.3. $y = \ln \sqrt{\frac{2x+1}{2x-1}}$;

2.4. $y = \arccos(x^2 \sin \frac{1}{3x})$;

2.5. $x^3 + \ln y - x^2 e^y = 0$;

2.6. $y = (\sin x)^{5e^x}$;

2.7. $\begin{cases} x = 2 \ln \operatorname{ctg} t, \\ y = 3 \sin 3t. \end{cases}$

3. Найдите дифференциал dy функции

$$y = \sqrt{1+2x} - \sin(x + \sqrt{1+2x})$$

4. Вычислите приближённо с помощью дифференциала $(3,03)^5$.

5. Найдите y'' :

5.1. $y = (1+x)^2 + \operatorname{arctg} x$;

5.2. $\begin{cases} x = \ln(1-t), \\ y = t-3. \end{cases}$

6. Исследуйте функцию и постройте график:

6.1. $y = 4x^3 + 9x^2 - 12x - 15$;

6.2. $y = \frac{x^3}{3-x^2}$.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{x}{8} + \frac{2}{x}$ на отрезке $[1, 6]$.

Вариант 2

1. а) Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к кривой $y = 2x^2 + 3x - 1$ в точке $A(1, 4)$.

б) Составьте уравнение касательной к этой кривой в точке $B(-2, 1)$.

2. Найдите y' :

2.1. $y = \frac{3x^2 + 1}{x-1}$;

2.2. $y = 3^{\arcsin 2x} + \sqrt[3]{x} \ln(4x)$;

2.3. $y = \sin \sqrt{\frac{2x+1}{3-x}}$;

2.4. $y = \operatorname{tg}(x^2 \cos \frac{1}{5x})$;

2.5. $x^3 + y^3 - 3xy = 0$;

2.6. $y = (\ln x)^{3^x}$;

2.7. $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t, \\ y = \operatorname{tg} t. \end{cases}$

3. Найдите дифференциал dy функции

$$y = \ln(\cos^2 x + \sqrt{1 + \cos^4 x}).$$

4. Вычислите приближённо с помощью дифференциала $\sqrt[3]{26}$.

5. Найдите y'' :

5.1. $y = 5^{\operatorname{arctg} x}$;

5.2. $\begin{cases} x = \ln 2t, \\ y = e^{2t}. \end{cases}$

6. Исследуйте функцию и постройте график:

6.1. $y = -8x^3 + 15x^2 - 6x + 3$;

6.2. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x-1}$.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = \sqrt{100 - x^2}$ на отрезке $[-6, 8]$.

Вариант 3

1. а) Найдите тангенс угла наклона к оси ox касательной, проведённой к графику функции $y = x - x^3$ в точке $A(2, -6)$.

б) Составьте уравнение касательной к этой кривой в точке $B(-1, 0)$.

2. Найдите y' :

2.1. $y = \frac{2x+3}{4x-1}$;

2.2. $y = 3^{\operatorname{tg} 3x} + \sqrt[4]{3x} \sin \frac{x}{2}$;

2.3. $y = \cos \sqrt[3]{\frac{x}{2x-1}}$;

2.4. $y = \sin\left(x \sin \frac{3}{x}\right)$;

2.5. $x^2 + 3xy - y^3 + 1 = 0$;

2.6. $y = (\operatorname{ctg} x)^{2e^x}$;

2.7. $\begin{cases} x = 1 + e^{5t^2}, \\ y = 5t^2 - e^{-5t^3}. \end{cases}$

3. Найдите дифференциал dy функции

$$y = \operatorname{arctg}(\sin x) + \sin x \cdot \ln \cos x.$$

4. Вычислите приближённо с помощью дифференциала $3,998^4$

5. Найдите y'' :

5.1. $y = \sin^3 \frac{1}{x}$;

5.2. $\begin{cases} x = t^3 - 6t + 5, \\ y = t^2 + 1. \end{cases}$

6. Исследуйте функцию и постройте график:

6.1. $y = -2x^3 + 9x^2 - 12x + 3$;

6.2. $y = \ln \frac{x-1}{x+2}$.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x^2 - \ln x$ на отрезке $[1, e]$.

Вариант 4

1. а) Найдите угловой коэффициент касательной, к кривой $y = x^2 + 8\sqrt{x} - 32$ в точке $A(1, -23)$.

б) Составьте уравнение касательной к этой кривой в точке $B(4, 0)$.

2. Найдите y' :

2.1. $y = \frac{x^5}{x^2 - 2}$;

2.2. $y = 2^{\operatorname{arctg} 3x} + \sqrt[3]{3x} \sin \frac{x}{2}$;

2.3. $y = \operatorname{ctg} \sqrt[3]{\frac{x}{1+2x}}$;

2.4. $y = \lg\left(x^3 + x^2 \sin \frac{2}{x}\right)$;

2.5. $x^4 - 6x^2y^2 + 9y^4 - 100 = 0$;

2.6. $y = (\operatorname{tg} x)^{4e^x}$;

2.7. $\begin{cases} x = e^t \cos t + 5, \\ y = e^t \sin t. \end{cases}$

3. Найдите дифференциал dy функции

$$y = x\sqrt{4-x^2} + 4 \operatorname{arcsin}\left(\frac{x}{2}\right)$$

4. Вычислите приближённо с помощью дифференциала $(2,997)^5$.

5. Найдите y'' :

5.1. $y = \lg\left(x + \sqrt{1-x^2}\right)$;

5.2. $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} \sqrt{t^2 - 1}, \\ y = \ln \sqrt{t}. \end{cases}$

6. Исследуйте функцию и постройте график:

6.1. $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 10$;

6.2. $y = \frac{x}{e^x}$.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x + \frac{8}{x^4}$ на отрезке $[1, 3]$.

Вариант 5

1. а) Найдите тангенс угла наклона к оси ox касательной, проведённой к графику функции $y = x + \sqrt{x^3}$ в точке $A(-1, -2)$.

б) Составьте уравнение касательной к этой кривой в точке $B(1, 2)$.

2. Найдите y' :

2.1. $y = \frac{x}{x^3 - 1}$;

2.2. $y = 2^{\cos 4x} + \sqrt[3]{x^4} \operatorname{tg} x$;

2.3. $y = \operatorname{ctg} \sqrt{\frac{3x}{x+1}}$;

2.4. $y = \operatorname{arctg}\left(x \sin \frac{7}{x}\right)$;

2.5. $x^3 y^2 + 5xy + 4 = 0$;

2.6. $y = (x^3 + 4)^{\operatorname{tg} x}$;

2.7. $\begin{cases} x = 5t^2 + 2t, \\ y = \ln^2(t + 5). \end{cases}$

3. Найдите дифференциал dy функции

$$y = 2x + \ln(\sin^2 x + 2 \cos^4 4x).$$

4. Вычислите приближённо с помощью дифференциала $\frac{1}{\sqrt{4,16}}$.

5. Найдите y'' :

5.1. $y = 5^{\operatorname{tg}(2+x)}$;

5.2. $\begin{cases} x = \ln(2t + 5), \\ y = t^2 - 8. \end{cases}$

6. Исследуйте функцию и постройте график:

6.1. $y = x^3 + 15x^2 + 12x + 1$;

6.2. $y = \frac{x^3}{2(x+1)^2}$.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{x}{3} + \frac{3}{x}$ на отрезке $[-5, -1]$.

Вариант 6

1. а) Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к кривой $y = \sqrt[3]{x^2} - 20$ в точке $A(-1, -19)$.

б) Составьте уравнение касательной к этой кривой в точке $B(-8, -16)$.

2. Найдите y' :

2.1. $y = \frac{x^2 + x - 1}{x^3 + 1}$;

2.2. $y = 3^{\arccos 2x} - \sqrt[3]{3x^2} \operatorname{tg} x$;

2.3. $y = \sin \sqrt{\frac{2x}{x-1}}$;

2.4. $y = \operatorname{tg}\left(x^2 \cos \frac{1}{8x}\right)$;

2.5. $x \sin y + y \sin x = 0$;

2.6. $y = (x^2 - 1)^{\sin x}$;

2.7. $\begin{cases} x = \operatorname{arccost}^2, \\ y = 2t - \sqrt{t}. \end{cases}$

3. Найдите дифференциал dy функции

$$y = \sin\left(2 \operatorname{arctg} \sqrt{1 + 2x^2}\right).$$

4. Вычислите приближённо с помощью дифференциала $\sqrt[3]{7,64}$.

5. Найдите y'' :

5.1. $y = \frac{x}{\ln^2 x}$;

5.2. $\begin{cases} x = e^t, \\ y = e^t - 1. \end{cases}$

6. Исследуйте функцию и постройте график:

6.1. $y = 2x^3 + 9x^2 + 12x + 2$;

6.2. $y = x^2 e^{-x}$.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x + 2\sqrt{x}$ на интервале $[0, 4]$.

Вариант 7

1. а) Найдите тангенс угла наклона к оси x касательной, проведённой к графику функции $y = \frac{1 + \sqrt{x}}{3}$ в точке $A\left(1, \frac{2}{3}\right)$.

б) Составьте уравнение касательной к этой кривой в точке $B(4, 1)$.

2. Найдите y' :

2.1. $y = \frac{2x + 3x^2}{x^3 - 1}$; 2.2. $y = 2^{\operatorname{ctg} x^5} + \sqrt{x^3} \sin 2x$;

2.3. $y = \cos \sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}$; 2.4. $y = \operatorname{arctg}\left(x \cos \frac{1}{5x}\right)$;

2.5. $e^x + e^y - 2^{xy} - 1 = 0$; 2.6. $y = (\sin x)^{\frac{5x}{2}}$;

2.7. $\begin{cases} x = \arccos 3t, \\ y = \operatorname{ctg} \frac{1}{t}. \end{cases}$

3. Найдите дифференциал dy функции

$$y = x^2 \arcsin \sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 - 1}.$$

4. Вычислите приближённо с помощью дифференциала $\sqrt[3]{8,24}$.

5. Найдите y'' :

5.1. $y = \cos 5x - \sin 5x$; 5.2. $\begin{cases} x = 5 \sin^2 t, \\ y = 4 \cos^2 t. \end{cases}$

6. Исследуйте функцию и постройте график:

6.1. $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x + 2$; 6.2. $y = \ln \frac{x+1}{x-3}$.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^3 - 12x + 7$ на интервале $[0, 3]$.

Вариант 8

1. а) Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к кривой $y = 8 - \sqrt[4]{x^2} - 70$ в точке $A(1, -62)$.

б) Составьте уравнение касательной к этой кривой в точке $B(16, -54)$.

2. Найдите y' :

2.1. $y = \frac{x^2}{x+1}$; 2.2. $y = 5^{\operatorname{arctg} x^2} - \sqrt[3]{2x^2} \cos \frac{x}{5}$;

2.3. $y = \operatorname{tg} \sqrt{\frac{2x+1}{x-2}}$; 2.4. $y = \ln\left(1 + x^2 \sin \frac{1}{x}\right)$;

2.5. $\sin(y - x^2) - \ln(x^2 + y^2) = 0$; 2.6. $y = (\sin x)^{e^{\frac{1}{x}}}$;

2.7. $\begin{cases} x = \sqrt{1-t^4}, \\ y = \log_3(2t+3). \end{cases}$

3. Найдите дифференциал dy функции

$$y = \sin\left(x + \sqrt{1+x^2}\right) - \sqrt{1+x^2} \operatorname{arctg} x.$$

4. Вычислите приближённо с помощью дифференциала $\sqrt[3]{1,03^2}$.

5. Найдите y'' :

5.1. $y = 3^{2x+5}$; 5.2. $\begin{cases} x = \sqrt{1+t^2}, \\ y = \operatorname{arctg} t. \end{cases}$

6. Исследуйте функцию и постройте график:

6.1. $y = -4x^3 + 9x^2 + 12x - 10$; 6.2. $y = x - \ln(x+1)$.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = -8x^3 + 12x^2 - 7$ на интервале $[-1, 4]$.

Вариант 9

1. а) Найдите тангенс угла наклона к оси ox касательной, проведённой к графику функции $y = 2x^2 - 3x + 1$ в точке $A(0, 1)$.

б) Составьте уравнение касательной к этой кривой в точке $B(1, 0)$.

2. Найдите y' :

$$2.1. y = \frac{3x^3 - 2x}{x^3 + x + 1};$$

$$2.2. y = e^{\frac{2x}{5}} - \sqrt[3]{x} \sin \frac{x}{2};$$

$$2.3. y = \sin \sqrt[5]{\frac{x}{2x-1}};$$

$$2.4. y = \arccos\left(x^2 \cos \frac{1}{9x}\right);$$

$$2.5. x^3 y + 5y^3 + 4x + 4 = 0; \quad 2.6. y = (\arcsin x)^{e^x};$$

$$2.7. \begin{cases} x = \operatorname{arctg} 3t^8, \\ y = t + \frac{1}{t}. \end{cases}$$

3. Найдите дифференциал dy функции

$$y = \ln\left(e^x + \sqrt{e^{2x} - 1}\right) + \arcsin e^{-x}.$$

4. Вычислите приближённо с помощью дифференциала $\sqrt[3]{1,21}$.

5. Найдите y'' :

$$5.1. y = \ln \arcsin \sqrt{x};$$

$$5.2. \begin{cases} x = 3 \cos t, \\ y = 5 \sin t. \end{cases}$$

6. Исследуйте функцию и постройте график:

$$6.1. y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4; \quad 6.2. y = \frac{x^2}{x^2 - 1}.$$

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 16x^3 - 12x^2 - 4$ на интервале $[-1, 2]$.

Вариант 10

1. а) Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к кривой $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x^2}$ в точке $A(1, 4)$.

б) Составьте уравнение касательной к этой кривой в точке $B\left(3, \frac{2}{3}\right)$.

2. Найдите y' :

$$2.1. y = (x^2 - 1)(1 - x);$$

$$2.2. y = e^{\operatorname{arctg} \frac{x}{10}} - \sqrt[4]{x} \sin \frac{x}{3};$$

$$2.3. y = \operatorname{tg} \sqrt[3]{\frac{x}{3x+1}};$$

$$2.4. y = \ln(x^3 + 2\sqrt{x})^2;$$

$$2.5. x^2 y + \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = 0;$$

$$2.6. y = x^{\arcsin x};$$

$$2.7. \begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = e^t \operatorname{arctg} t. \end{cases}$$

3. Найдите дифференциал dy функции

$$y = \operatorname{lg} \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2}\right) - \frac{x}{\sin x}.$$

4. Вычислите приближённо с помощью дифференциала $\sqrt[3]{27,54}$.

5. Найдите y'' :

$$5.1. y = \frac{4x + 7}{2x + 3};$$

$$5.2. \begin{cases} x = e^{3t}, \\ y = \ln 3t. \end{cases}$$

6. Исследуйте функцию и постройте график:

$$6.1. y = -\frac{x^3}{8} + \frac{x^2}{2} + 6x - 4 \quad 6.2. y = \frac{x}{x^2 - 1}.$$

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = -\frac{x^3}{6} - \frac{3x^2}{2} - 5x$ на интервале $[-3, 1]$.

Вариант 11

1. а) Найдите тангенс угла наклона к оси ox касательной, проведённой к графику функции $y = \sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x}$ в точке $A(1, -2)$.

б) Составьте уравнение касательной к этой кривой в точке $B(64, -4)$.

2. Найдите y' :

2.1. $y = \frac{1 - x^3}{1 + x^3}$;

2.2. $y = 7^{\cos x^2} + 4\sqrt{2x} \operatorname{tg} 2x$;

2.3. $y = \lg \sqrt[3]{\frac{2x+1}{x}}$;

2.4. $y = \ln(1 - \sin x^3)$;

2.5. $\operatorname{arctg} y + \ln \sqrt{x^2 + y^2} = 0$;

2.6. $y = (\cos 5x)^{e^x}$;

2.7. $\begin{cases} x = \ln(1 - t^2), \\ y = \operatorname{arctg} \frac{t}{2}. \end{cases}$

3. Найдите дифференциал dy функции

$$y = \sqrt{\operatorname{ctg} x} - \sqrt{\operatorname{tg}^3 \frac{x}{3}}.$$

4. Вычислите приближённо с помощью дифференциала $\sqrt[5]{1,03^2}$.

5. Найдите y'' :

5.1. $y = \frac{1}{5} \sin \frac{1}{x}$;

5.2. $\begin{cases} x = \ln 2t, \\ y = \frac{6}{t^2}. \end{cases}$

6. Исследуйте функцию и постройте график:

6.1. $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 6$;

6.2. $y = \ln \frac{x-2}{x+3}$.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^2 + \frac{16}{x} - 16$ на интервале $[1, 4]$.

Вариант 12

1. а) Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к кривой $y = \frac{x^3 + 2}{x^3 - 2}$; в точке $A(1, -3)$.

б) Составьте уравнение касательной к этой кривой в точке $B\left(2, \frac{5}{3}\right)$.

2. Найдите y' :

2.1. $y = (\sqrt{x^3 + 1})x$;

2.2. $y = 5^{\arccos x^5} - \sqrt[3]{3x} \ln(2x)$;

2.3. $y = \cos \sqrt[5]{\frac{2x+1}{x}}$;

2.4. $y = \ln(x^2 + \operatorname{tg} 5x^3 + 1)$;

2.5. $e^x \sin y - e^{-y} \cos x = 0$;

2.6. $y = (x^3 - 5)^{\cos x}$;

2.7. $\begin{cases} x = \arcsin \sqrt{t}, \\ y = t^3 \cdot 3^{-t}. \end{cases}$

3. Найдите дифференциал dy функции

$$y = \operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1\right)$$

4. Вычислите приближённо с помощью дифференциала $\sqrt[3]{0,98}$.

5. Найдите y'' :

5.1. $y = (2x + 3)^2 + \sqrt{1 + x}$;

5.2. $\begin{cases} x = e^t, \\ y = 5t^2 - 6. \end{cases}$

6. Исследуйте функцию и постройте график:

6.1. $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 10$

6.2. $y = x - 2 \operatorname{arctg} x$.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 4 - x - \frac{4}{x^2}$ на интервале $[1, 4]$.

Вариант 13

1. а) Найдите тангенс угла наклона к оси ox касательной, проведённой к графику функции $y = 2x^2 + 3$ в точке $A(1, 5)$.

б) Составьте уравнение касательной к этой кривой в точке $B(-1, 5)$.

2. Найдите y' :

$$2.1. y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 3};$$

$$2.2. y = 3^{\cos \sqrt{x}} + \sqrt{2x} \operatorname{ctg} \frac{x}{2};$$

$$2.3. y = \arcsin \sqrt{\frac{x+1}{x-2}};$$

$$2.4. y = \cos^3(x^2 e^x);$$

$$2.5. x + y \ln x + e^{-\frac{y}{x}} = 0;$$

$$2.6. y = x^{\sin x^3};$$

$$2.7. \begin{cases} \dot{x} = \ln \sin t, \\ \dot{y} = \operatorname{tg}(1 - 2t). \end{cases}$$

3. Найдите дифференциал dy функции

$$y = x(\sin \ln x - \cos \ln x).$$

4. Вычислите приближённо с помощью дифференциала $2,002^7$.

5. Найдите y'' :

$$5.1. y = x^2 + \cos^3 x;$$

$$5.2. \begin{cases} x = \sin^2 t, \\ y = 5 \cos t. \end{cases}$$

6. Исследуйте функцию и постройте график:

$$6.1. y = -x^3 + 3x^2 + 9x - 12;$$

$$6.2. y = x + \frac{\ln x}{x}.$$

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = \sqrt[3]{2(x-2)^2(8-x)} - 1 \text{ на интервале } [0, 6].$$

Вариант 14

1. а) Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к кривой $y = \frac{x^{29} + 6}{x^4 + 1}$; в точке $A(0, 6)$.

б) Составьте уравнение касательной к этой кривой в точке $B\left(1, \frac{7}{2}\right)$.

2. Найдите y' :

$$2.1. y = (1 - x^2)(1 - 2x^3);$$

$$2.2. y = 2^{\arccos \sqrt{x}} + \sqrt[3]{2x} \sin \frac{x}{2};$$

$$2.3. y = \operatorname{tg} \sqrt{\frac{x+2}{x+1}};$$

$$2.4. y = \lg(x^2 - \cos \frac{1}{x});$$

$$2.5. x + \sqrt{xy} + y = 0;$$

$$2.6. y = (x^4 + 5)^{\operatorname{ctg} x};$$

$$2.7. \begin{cases} \dot{x} = \operatorname{ctg} \sqrt{t}, \\ \dot{y} = \ln(4t - 1). \end{cases}$$

3. Найдите дифференциал dy функции

$$y = \cos x \cdot \ln \operatorname{tg} x - \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2}.$$

4. Вычислите приближённо с помощью дифференциала $\sqrt[3]{8,36}$.

5. Найдите y'' :

$$5.1. y = \sin(x+1) + \cos 2x;$$

$$5.2. \begin{cases} x = \operatorname{tg} 53t, \\ y = \sin 53t. \end{cases}$$

6. Исследуйте функцию и постройте график:

$$6.1. y = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$$

$$6.2. y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$$

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{2(x^2 + 3)}{x^2 - 2x + 5}$ на интервале $[-3, 3]$.

Вариант 15

1. а) Найдите тангенс угла наклона к оси ox касательной, проведённой к графику функции $y = \frac{2x+1}{x}$; в точке $A\left(2, \frac{5}{2}\right)$.

б) Составьте уравнение касательной к этой кривой в точке $B(1, 3)$.

2. Найдите y' :

2.1. $y = (1 + \sqrt{x})(x^2 - 3x + 3)$; 2.2. $y = 6^{\sin(3x+1)} + \sqrt[4]{x^3} \operatorname{tg} 2x$;

2.3. $y = \lg^3 \sqrt{\frac{x}{2x-1}}$; 2.4. $y = (\ln \operatorname{tg} x)^3$;

2.5. $x^2 - 2xy + y^3 = 1$; 2.6. $y = (x^{21} + 1)^{\cos x}$;

2.7. $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t^3, \\ y = \sqrt{2-3t}. \end{cases}$

3. Найдите дифференциал dy функции

$$y = \sqrt{x} - (1+x) \operatorname{arctg} \sqrt{x}.$$

4. Вычислите приближённо с помощью дифференциала $1,996^7$.

5. Найдите y'' :

5.1. $y = \ln(x + \sqrt{1-x^2})$; 5.2. $\begin{cases} x = \ln \sqrt{t}, \\ y = \operatorname{arctg} \sqrt{t^2-1}. \end{cases}$

6. Исследуйте функцию и постройте график:

6.1. $y = -\frac{x^3}{5} + 6\frac{x^2}{5} + 3x - 12$ 6.2. $y = x \ln x$.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2\sqrt{x} - x$ на интервале $[0, 4]$.

Вариант 16

1. а) Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к кривой $y = \frac{-2(x^8+2)}{3(x^4+1)}$; в точке $A(0, -1)$.

б) Составьте уравнение касательной к этой кривой в точке $B(1, -1)$.

2. Найдите y' :

2.1. $y = (x^2 - 1)(4 - x^2)$; 2.2. $y = 6^{\operatorname{arctg} 3x} - \sqrt[4]{x^3} - \ln(2x - 1)$;

2.3. $y = \operatorname{tg}^3 \sqrt{\frac{2x-4}{x}}$; 2.4. $y = \sin^2 \sqrt{1+x}$;

2.5. $y^2 = \cos(x+y)$; 2.6. $y = (x+3)^{3^x}$;

2.7. $\begin{cases} x = \arcsin \frac{t}{3}, \\ y = \sqrt{\operatorname{tg} t}. \end{cases}$

3. Найдите дифференциал dy функции

$$y = e^x (\cos 2x + 2 \sin 2x).$$

4. Вычислите приближённо с помощью дифференциала $2,01^6$.

5. Найдите y'' :

5.1. $y = \sin^3(1 - 2x^2)$; 5.2. $\begin{cases} x = \operatorname{tg} t, \\ y = \ln \cos t. \end{cases}$

6. Исследуйте функцию и постройте график:

6.1. $y = \frac{x^3}{6} + x^2 - 2,5x - 8$. 6.2. $y = xe^{-\frac{x}{2}}$.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 1 + \sqrt[3]{2(x-1)^2(x-7)}$ на интервале $[-1, 5]$.

Вариант 17

1. а) Найдите тангенс угла наклона к оси ox касательной, проведённой к графику функции $y = \frac{x^5 + 1}{x^4 + 1}$; в точке $A(0, 1)$.

б) Составьте уравнение касательной к этой кривой в точке $B(1, 1)$.

2. Найдите y' :

2.1. $y = \left(1 + \sqrt[3]{x^2 + 3x}\right)(x^2 - 9)$; 2.2. $y = 3^{\operatorname{tg} \frac{x}{3}} + \sqrt[3]{x} \sin 2x$;

2.3. $y = \cos \sqrt{\frac{2x-1}{x+2}}$; 2.4. $y = \log_2(x^4 - x^3)^2$;

2.5. $xy = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$; 2.6. $y = (\operatorname{ctg} x)^{x^e}$;

2.7. $\begin{cases} x = 3^{-t^3}, \\ y = \arccos 2t. \end{cases}$

3. Найдите дифференциал dy функции

$$y = \left(\sqrt{x-1} - \frac{1}{2}\right)e^{2\sqrt{x-1}}.$$

4. Вычислите приближённо с помощью дифференциала $1,998^{21}$.

5. Найдите y'' :

5.1. $y = \ln(1-x)$;

5.2. $\begin{cases} x = \arcsin 2t, \\ y = t^2. \end{cases}$

6. Исследуйте функцию и постройте график:

6.1. $y = x^3 - 3x^2 + 6$.

6.2. $y = x\sqrt{1-x}$.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x - 4\sqrt{x} + 5$ на интервале $[1, 9]$.

Вариант 18

1. а) Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к кривой $y = \frac{x^{16} + 9}{1 - 5x^2}$ в точке $A(0, 9)$.

б) Составьте уравнение касательной к этой кривой в точке $B\left(1, -\frac{5}{2}\right)$.

2. Найдите y' :

2.1. $y = 2x^4(b^2 - x^2)$;

2.2. $y = 2^{\operatorname{arctg} \frac{x}{4}} - \sqrt[3]{x^2} \cos 2x$;

2.3. $y = \operatorname{tg} \sqrt{\frac{x+1}{2x-1}}$;

2.4. $y = \ln^3(\sqrt{x} + \sin 2x)$;

2.5. $y^3 = \cos^2(x+y)$;

2.6. $y = (x+5)^{5^x}$;

2.7. $\begin{cases} x = \arcsin \frac{1}{t}, \\ y = \operatorname{tg}(3-5t). \end{cases}$

3. Найдите дифференциал dy функции

$$y = \left(2x + 2\sqrt{x^2 + x + 1}\right)^3.$$

4. Вычислите приближённо с помощью дифференциала $1,021^{11}$.

5. Найдите y'' :

5.1. $y = \sin(\ln \sqrt{x}) + \cos \ln x$;

5.2. $\begin{cases} x = \cos t + \sin t, \\ y = \sin 2t. \end{cases}$

6. Исследуйте функцию и постройте график:

6.1. $y = 21x^2 - 10x^3 - 12x + 3$;

6.2. $y = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x}$.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{10x}{1+x^2}$ на интервале $[0, 3]$.

Вариант 19

1. а) Найдите тангенс угла наклона к оси ox касательной, проведённой к графику функции $y = 3(\sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x})$ в точке $A(8, 6(1 - 2\sqrt{2}))$.

б) Составьте уравнение касательной к этой кривой в точке $B(1, -3)$.

2. Найдите y' :

2.1. $y = \frac{2x^4}{b^2 - x^2}$;

2.2. $y = 2^{\cos(3x+1)} - \sqrt[3]{4x} \operatorname{ctg} \frac{x}{3}$;

2.3. $y = \arccos \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$;

2.4. $y = \log_3 \operatorname{arctg} \sqrt{x}$;

2.5. $5x^2 + 3xy - 2y^2 - 2 = 0$;

2.6. $y = (x^8 + 1)^{\operatorname{tg} x}$;

2.7. $\begin{cases} x = \sin\left(t + \frac{1}{t}\right), \\ y = \operatorname{tg}^2 t. \end{cases}$

3. Найдите дифференциал dy функции

$$y = \sqrt{3 + x^3} + x \ln(x + 1).$$

4. Вычислите приближённо с помощью дифференциала $\sqrt[3]{26,46}$.

5. Найдите y'' :

5.1. $y = 5^{\cos(1-x)}$;

5.2. $\begin{cases} x = t(1+t), \\ y = \frac{1}{t^2 + 1}. \end{cases}$

6. Исследуйте функцию и постройте график:

6.1. $y = 9x^2 - 5x^3 - 3x + 2$;

6.2. $y = \frac{x^2}{x-2}$.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 3 - x - \frac{4}{(x+2)^2}$ на интервале $[-1, 2]$.

Вариант 20

1. а) Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к кривой $y = \frac{1}{3x+2}$ в точке $A\left(1, \frac{1}{5}\right)$.

б) Составьте уравнение касательной к этой кривой в точке $B\left(2, \frac{1}{8}\right)$.

2. Найдите y' :

2.1. $y = (\sqrt[3]{x} + 2x)(1-x)$;

2.2. $y = 2^{\cos x^2} - \sqrt[3]{x^2} \sin 3x$;

2.3. $y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$;

2.4. $y = \arcsin \sqrt{e^x - 3x^2}$;

2.5. $y^3 = \frac{x-y}{x+y}$;

2.6. $y = (\cos 2x)^{\ln \cos 2x}$;

2.7. $\begin{cases} x = e^{-2t}, \\ y = \log_2 t. \end{cases}$

3. Найдите дифференциал dy функции

$$y = x \operatorname{tg}^2 \sqrt{1+x^3}.$$

4. Вычислите приближённо с помощью дифференциала $\sqrt[3]{7,76}$.

5. Найдите y'' :

5.1. $y = \frac{1}{3} \sqrt{1-x^2} + \frac{2}{3} \sqrt{x}$;

5.2. $\begin{cases} x = t^2 \cdot \ln t, \\ y = t^2 - 1. \end{cases}$

6. Исследуйте функцию и постройте график:

6.1. $y = 9x^2 - 2x^3 - 13$;

6.2. $y = x + \operatorname{arctg} 2x$.

7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = -\frac{x^2}{2} + \frac{8}{x} + 8$ на интервале $[-4, -1]$.