4. ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ. РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАКСВЕЛЛА И БОЛЬЦМАНА

Основные понятия и законы

Статистическая физика изучает системы, состоящие из большого числа частиц. Основная задача статистической физики – установить связь между макроскопическими параметрами системы в целом и микроскопическими параметрами отдельных частиц, причем рассматриваются не конкретные движения и взаимодействия частиц, а только наиболее вероятное их поведение.

В состоянии равновесия все значения координат, скоростей, импульсов и других параметров молекул идеального газа в тепловом движении равновероятны (иначе тепловое движение не было бы вполне хаотичным), а в результате столкновений частиц параметры изменяются случайным образом и, следовательно, являются случайными величинами.

Вероятностью появления случайной величины называется предел

$$w = \lim_{N\to\infty}\frac{N'}{N};$$

где N – общее число опытов (число частиц), N′ – число опытов (частиц) в которых появляется эта случайная величина (т.е. исследуемый параметр имеет нужное нам значение).

Для описания непрерывных случайных величин используется *функция распределения вероятности* **f(A)** (плотности вероятности), выражающая относительное число $\Delta N/N$ (долю) частиц, имеющих значение некоторого параметра (A) в интервале от A до A + dA. Другими словами, функция f(A) выражает вероятность того, что значение параметра будет заключено в интервале от A до A + dA

$$dw = \frac{dN}{N} = f(A)dA. \qquad (4.1)$$

Из выражения (4.1) следует, что число частиц, для которых значение параметра A лежит в интервале от A_1 до A_2, запишется

$$\Delta N = \int_{A_1}^{A_2} N \cdot f(A) \cdot dA. \qquad (4.2)$$

Поскольку вероятность w получения какого–либо значения исследуемого параметра A равна единице, то для функции распределения можно записать *условие нормировки*

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(A)dA = 1. \qquad (4.3)$$

Любая *средняя величина* $\langle\varphi(A)\rangle; \langle A\rangle; \langle A^2\rangle; \langle 1/A\rangle$ и т.д. в интервале от значения A_1 до значения A_2 может быть определена по формуле

$$\langle\varphi(A)\rangle = \frac{\int\limits_{A_1}^{A_2}\varphi(A)\cdot f(A)\cdot dA}{\int\limits_{A_1}^{A_2} f(A)\cdot dA}. \tag{4.4}$$

При интегрировании во всем возможном диапазоне значений параметра А, учитывая условия нормировки (4.3), получаем

$$\langle\varphi(A)\rangle = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\varphi(A)\cdot f(A)\cdot dA. \tag{4.5}$$

Распределение Максвелла

Закон распределения по скоростям теплового движения молекул газа, находящегося в состоянии термодинамического равновесия, был выведен Д. К. Максвеллом (1859) и носит название распределения Максвелла.

Согласно (4.1) элементарная вероятность того, что составляющая скорости молекул по оси OX лежит в малом интервале от v_x до $v_x + dv_x$

$$dw(v_X) = f(v_X)\cdot dv_X\,, \tag{4.6}$$

где $f(v_X)$ – *функция распределения Максвелла для одной компоненты скорости*

$$f(v_X) = \left(\frac{m_0}{2\pi\cdot kT}\right)^{1/2}\cdot e^{-\frac{m_0\cdot v_X^2}{2kT}}, \tag{4.7}$$

m_0 – масса молекулы, $k = 1{,}38\cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана, T – температура.

Поскольку, элементарная вероятность равна относительному числу частиц $dN(v_X)/N$, имеющих скорости в интервале dv_x, то можно записать

$$\frac{dN(v_X)}{N} = dw(v_X) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{1/2}\cdot e^{-\frac{m_0\cdot v_X^2}{2kT}}\cdot dv_X. \tag{4.8}$$

Аналогично записываются формулы для относительного числа частиц, имеющих скорости в интервалах dv_Y и dv_Z.

Перейдем от распределения молекул по компонентам скорости к распределению по модулю скорости $v = \sqrt{v_X^2 + v_Y^2 + v_Z^2}$. Согласно (4.1) элементарная вероятность того, что модуль скорости лежит в малом интервале значений от v до v + dv

$$dw(v) = f(v)\cdot dv. \tag{4.9}$$

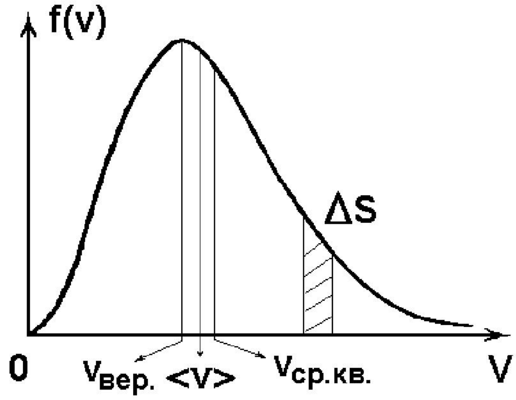
Тогда относительное число частиц $dN(v)/N$, имеющих скорости в интервале dv, запишется

$$\frac{dN(v)}{N} = dw(v) = 4\pi \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{m_0 \cdot V^2}{2kT}} v^2 dv, \qquad (4.10)$$

где f(v) – *функция распределения молекул по модулю скорости* (распределение Максвелла)

$$f(v) = 4\pi \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{m_0 \cdot V^2}{2kT}} v^2. \qquad (4.11)$$

Вид функции распределения f(v) показан на рис. 4.1.



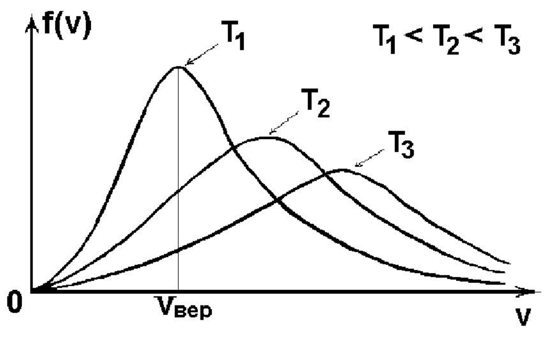
Основные свойства функции распределения :

а) Функция f(v) непрерывна, модуль скорости частиц может принимать значения в диапазоне от 0 до ∞;

б) Площадь ΔS, ограниченная графиком функции f(v) и осью абсцисс (ось скорости v), определяет относительное число частиц, имеющих скорости в интервале от v до v + Δv и представляет собой вероятность того, что модуль скорости молекулы заключен между v и v + Δv , т.е.

$$w = \Delta S = \frac{\Delta N}{N} = \int_{V}^{V+\Delta V} f(v)dv. \qquad (4.12)$$

в) При увеличении температуры газа общая площадь под кривой f(v) не изменяется (рис.4.2), но увеличивается число частиц, двигающихся с большими скоростями, и, соответственно, уменьшается число частиц с малыми скоростями, т.е. происходит перераспределение числа частиц по скоростям.



Кроме функции распределения частиц по скоростям используются функции распределения частиц по энергиям и импульсам. Получим *распределение молекул по энергиям*, выражая скорость через кинетическую энергию молекулы:

$$E = \frac{m_0 v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m_0}}, \qquad dE = m_0 v \cdot dv \Rightarrow dv = \frac{dE}{\sqrt{2m_0 E}}.$$

Подставляя выражения, полученные для v и dv, в формулу (4.10), получим

$$\frac{dN}{N}=4\pi\cdot\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2}\cdot e^{-\frac{E}{kT}}\cdot\frac{2E}{m_0}\cdot\frac{dE}{\sqrt{2m_0E}}=\frac{2}{\sqrt{\pi\cdot(kT)^3}}\cdot\sqrt{E}\cdot e^{-\frac{E}{kT}}\cdot dE\,. \qquad (4.13)$$

Откуда, функция распределения молекул по энергиям

$$f(E)=\frac{2\sqrt{E}}{\sqrt{\pi\cdot(kT)^3}}\cdot e^{-\frac{E}{kT}}. \qquad (4.14)$$

Аналогично можно получить *распределение молекул по модулю импульса*. Для этого нужно выразить скорость через импульс

$$p=m_0v \quad\Rightarrow\quad v=\frac{p}{m_0}\ ;\ dv=\frac{dp}{m_0}\,.$$

С учетом полученных выражений, (4.10) примет вид:

$$\frac{dN}{N}=4\pi\cdot\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2}\frac{p^2}{m_0^2}e^{-\frac{p^2}{2m_0kT}}\cdot\frac{dp}{m_0}=4\pi\frac{1}{\sqrt{(2\pi m_0kT)}^3}p^2e^{-\frac{p^2}{2m_0kT}}dp\,, \qquad (4.15)$$

откуда функция распределения молекул по импульсам

$$f(p)=4\pi\frac{p^2}{\sqrt{(2\pi m_0kT)}^3}\cdot e^{-\frac{p^2}{2m_0\cdot kT}}\,. \qquad (4.16)$$

Расчет характерных величин в распределении Максвелла

1) Для нахождения наиболее вероятных значений скорости $v_в$, энергии $E_в$ и импульса $p_в$ необходимо исследовать на экстремум соответствующую функцию распределения f(v), f(E), f(p), т.е. решить уравнение

$$\frac{\partial f(v)}{\partial v}=0\ ,\ \frac{\partial f(E)}{\partial E}=0\ ,\ \frac{\partial f(p)}{\partial p}=0 \qquad (4.17)$$

и определить наиболее вероятное значение искомой величины.

Найдем наиболее вероятную скорость молекул через функцию распределения молекул по модулю скорости (4.10)

$$\frac{\partial f(v)}{\partial v}=4\pi\cdot\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2}\left[2ve^{-\frac{m_0V^2}{2kT}}+v^2e^{-\frac{m_0V^2}{2kT}}\left(-\frac{2m_0v}{2kT}\right)\right]=0,$$

откуда $1-\frac{m_0v^2}{2kT}=0$, и следовательно, *наиболее вероятная скорость* движения молекул

$$v_B=\sqrt{\frac{2kT}{m_0}}=\sqrt{\frac{2RT}{\mu}}, \qquad (4.18)$$

где R = 8,31 Дж/(моль·К) − универсальная газовая постоянная.

2) Средние значения величин $\langle v\rangle, \langle p\rangle, \langle E\rangle$ находятся согласно выражениям (4.4) и (4.5). Рассчитаем *среднюю арифметическую скорость* $\langle v\rangle$ молекул с помощью функции распределения Максвелла по модулю скорости (4.10). Пределы изменения модуля скорости молекулы от 0 до ∞.

$$< v > = \int_0^\infty v \cdot f(v)dv = 4\pi \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \int_0^\infty v^3 \cdot e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} dv .$$

Данный интеграл является табличным (см. Приложения), с помощью Таблицы 1, находим при $\alpha = m_0/kT$

$$< v > = 4\pi \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} 2 \cdot \left(\frac{kT}{m_0}\right)^2 = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} . \qquad (4.19)$$

3) Средняя квадратичная скорость молекул $v_{ср.кв}$ – величина, равная квадратному корню из среднего значения квадрата модуля скорости молекул. Находим на основании (4.5) и (4.10)

$$< v^2 > = \int_0^\infty v^2 \cdot f(v)dv = \int_0^\infty v^2 \cdot 4\pi \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m_0 \cdot v^2}{2kT}} v^2 dv$$

С помощью табличного интеграла при $\alpha = m_0/kT$:

$$< v^2 > = 4\pi \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \int_0^\infty v^4 e^{-\frac{m_0 \cdot v^2}{2kT}} dv = 4\pi \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{2kT}{m_0}\right)^{5/2} \sqrt{\pi} = \frac{3kT}{m_0} .$$

Откуда получаем формулу для *средней квадратичной скорости* молекул

$$v_{ср.кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} . \qquad (4.20)$$

Из формулы (4.20) можно получить величину *средней кинетической энергии* молекулы

$$< E > = \frac{m_0 < v^2 >}{2} = \frac{3}{2} kT . \qquad (4.21)$$

Расчет числа молекул в заданном интервале скоростей и энергий

Если интервал изменения параметров: скорости $\Delta v = v_2 - v_1$ (компоненты скорости $\Delta v_x = v_{2x} - v_{1x}$) или энергии $\Delta E = E_2 - E_1$ **мал** по сравнению со средним значением этого параметра, то приближенный расчет числа молекул ΔN можно проводить непосредственно по распределениям (4.10), (4.8), (4.13) или (4.15)

$$\Delta N(v) = 4\pi N \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{m_0 \langle v \rangle^2}{2kT}} \langle v \rangle^2 \Delta v,$$

$$\Delta N(v_x) = N \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{1/2} \cdot e^{-\frac{m_0 \langle v_x \rangle^2}{2kT}} \cdot \Delta v_x, \qquad (4.22)$$

$$\Delta N(E) = N \cdot \frac{2\sqrt{\langle E \rangle}}{\sqrt{\pi \cdot (kT)^3}} \cdot e^{-\frac{\langle E \rangle}{kT}} \cdot \Delta E,$$

где $\langle v \rangle$, $\langle v_x \rangle$, $\langle E \rangle$ – средние значения параметров

$$\langle v \rangle = \frac{v_1 + v_2}{2}, \quad \langle v_x \rangle = \frac{v_{1x} + v_{2x}}{2}, \quad \langle E \rangle = \frac{E_1 + E_2}{2}.$$

Если интервал изменения параметров (Δv, ΔE) **не является малым,** то расчет числа молекул в этом диапазоне производится по формуле (4.2)

$$\Delta N(v) = \int_{v_1}^{v_2} N \cdot f(v) \cdot dv \qquad (4.23)$$

или

$$\Delta N(E) = \int_{E_1}^{E_2} N \cdot f(E) \cdot dE, \qquad (4.24)$$

где f(v) и f(E) определяются по формулам (4.11) и (4.14).

Расчет ΔN(v)

Для нахождения числа частиц $\Delta N(v)$ удобно в формуле (4.23) перейти к безразмерной переменной $u = v/v_в$ (безразмерная скорость), где $v_в = \sqrt{2kT/m_0}$ - наиболее вероятная скорость движения молекул (4.18). В новых переменных

$$\Delta N = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_{u_1}^{u_2} u^2 \cdot e^{-u^2} du, \qquad (4.25)$$

где новые пределы интегрирования $u_1 = v_1/v_В$, $u_2 = v_2/v_В$. Способы вычисления определенного интеграла (4.25) зависят от диапазона значений величины $u = v/v_В$.

1) Если величина безразмерной скорости $u = v/v_В << 1$, то можно воспользоваться разложением в ряд функции

$$e^{-u^2} \approx 1 - u^2 + \frac{u^2}{2} - \ldots$$

и ограничиться первым членом разложения, т.е. $e^{-u^2} \approx 1$. В этом случае интеграл примет вид

$$\Delta N(v) = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_{u_1}^{u_2} u^2 \cdot e^{-u^2} du = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_{u_1}^{u_2} u^2 du = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \cdot \left.\frac{u^3}{3}\right|_{u_1}^{u_2}.$$

Окончательно имеем

$$\Delta N(v) = \frac{4N}{3\sqrt{\pi}}(u_2^3 - u_1^3)\,. \qquad (4.26)$$

2) Если значение безразмерной скорости $u \geq 1$, то интеграл (4.25) сводят к интегралу вероятности (интегралу ошибок)

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-x^2}dx\,, \qquad (4.27)$$

значения которого приведены в Таблице 2 (см. Приложения). Кроме того Ф(0) = 0, а $\lim\limits_{x\to\infty}\Phi(x) = 1$.

Проинтегрируем выражение (4.25) по частям

$$\Delta N(v) = \frac{2N}{\sqrt{\pi}}\cdot\left(-u\cdot e^{-u^2}\Big|_{u_1}^{u_2} + \int_{u_1}^{u_2} e^{-u^2}du\right).$$

Здесь второе слагаемое представляет интеграл вероятности (4.27). Тогда формула для расчета числа частиц принимает вид

$$\Delta N(v) = N\cdot\left[\frac{2}{\sqrt{\pi}}(u_1\cdot e^{-u_1^2} - u_2\cdot e^{-u_2^2}) + \Phi(u_2) - \Phi(u_1)\right] \qquad (4.28)$$

Наиболее часто встречаются следующие случаи :

а) если $u_1 = 0$, $u_2 = u_{max} = const$ – любое конечное число, то

$$\Delta N(v) = N\cdot\left[\Phi(u_2) - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\cdot u_2\cdot e^{-u_2^2}\right], \qquad (4.29)$$

б) если $u_1 < 3$, $u_2 \to \infty$, то

$$\Delta N(v) = N\cdot\left[1 - \Phi(u_1) + \frac{2}{\sqrt{\pi}}\cdot u_1\cdot e^{-u_1^2}\right], \qquad (4.30)$$

в) если $u_1 \geq 3$, $u_2 \to \infty$, то поскольку Ф(3) = 0,999 ≈ 1, выражение (4.28) принимает вид

$$\Delta N(v) = \frac{2N}{\sqrt{\pi}}\cdot u_1\cdot e^{-u_1^2}\,. \qquad (4.31)$$

Расчет ΔN(E)

Для расчета по формуле (4.24) числа частиц ΔN(E), обладающих энергией в любом конечном интервале от E_1 до E_2, удобно перейти к новой переменной (безразмерной энергии) $t = E/kT$. Тогда выражение для расчета числа частиц примет вид

$$\Delta N(E) = \frac{2N}{\sqrt{\pi}}\cdot\int_{t_1}^{t_2}\sqrt{t}\cdot e^{-t}dt\,, \qquad (4.32)$$

где $t_1 = E_1/kT$, $t_2 = E_2/kT$.

1) Если величина безразмерной энергии t = E/(kT) << 1, то можно воспользоваться разложением в ряд функции

$$e^{-t} \approx 1 - t^2 + \frac{t^2}{2} - \ldots$$

и ограничиться первым членом разложения, т.е. $e^{-t} \approx 1$. Тогда, проинтегрировав выражение (4.32), получаем

$$\Delta N(E) = \frac{4N}{3\sqrt{\pi}}\left(t_2^{3/2} - t_1^{3/2}\right). \qquad (4.33)$$

2) Если значение безразмерной энергии $t \geq 1$, то проинтегрировав (4.32) по частям, с учетом интеграла ошибок (4.27) получаем выражение для расчета числа частиц

$$\Delta N(E) = N \cdot \left[\frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(\sqrt{t_1} \cdot e^{-t_1} - \sqrt{t_2} \cdot e^{-t_2}\right) + \Phi(\sqrt{t_2}) - \Phi(\sqrt{t_1})\right]. \qquad (4.34)$$

Наиболее часто при решении задач встречаются следующие случаи:

а) если $t_1 = 0$, $t_2 = const$ – любое конечное число, то

$$\Delta N(E) = N \cdot \left[\Phi(\sqrt{t_2}) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{t_2} \cdot e^{-t_2}\right], \qquad (4.35)$$

б) если $\sqrt{t_1} < 3$ ($t_1 < 9$), $t_2 \to \infty$, то

$$\Delta N(E) = N \cdot \left[1 - \Phi(\sqrt{t_1}) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{t_1} \cdot e^{-t_1}\right], \qquad (4.36)$$

в) если $\sqrt{t_1} \geq 3$, то $\Phi(\sqrt{t_1}) = 0{,}999 \approx 1$, и тогда

$$\Delta N(E) = \frac{2N}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{t_1} \cdot e^{-t_1}. \qquad (4.37)$$

Необходимо отметить, что вычисление вероятности w того, что частицы имеют энергию (скорость, импульс) из указанного интервала, осуществляется теми же методами. Согласно (4.1)

$$w = \frac{\Delta N}{N}. \qquad (4.38)$$

Распределение Больцмана

Функция распределения Максвелла не учитывает наличия сил, действующих на молекулы газа, в этом случае полная энергия молекулы совпадает с кинетической энергией. Если же молекула находится в поле действия сил, то ее полная энергия является суммой кинетической и потенциальной энергий

$$E = \frac{1}{2} m_0 (v_X^2 + v_Y^2 + v_Z^2) + U(x, y, z),$$

где U(x, y, z) – потенциальная энергия молекулы.

Кинетическая и потенциальная энергия зависят от разных переменных. Следовательно, значения кинетической и потенциальной энергии (и, соответственно, вероятности появления этих значений), не связаны между собой.

Потенциальная энергия зависит от положения молекулы, т.е. от ее координат. Относительное число молекул, имеющих потенциальную энергию U(x, y, z) вблизи точки с координатами x, y, z в элементарном объеме $dV = dx \cdot dy \cdot dz$, определяется соотношением

$$\frac{dN}{N} = f(x, y, z) \cdot dV = f(x, y, z) \cdot dxdydz, \qquad (4.39)$$

где функцию распределения можно записать в виде

$$f(x, y, z) = B \cdot e^{-\frac{U(x,y,z)}{kT}} \qquad (4.40)$$

Выражение (4.39) представляет собой распределение молекул по координатам в потенциальном поле и называется *распределением Больцмана.*

Концентрация молекул в объеме dV

$$n = \frac{dN}{dV} \Rightarrow \frac{n}{N} = B \cdot e^{-\frac{U(x,y,z)}{kT}}.$$

Полагаем, что на нулевом уровне потенциальной энергии, концентрация молекул принимает значение $n = n_0$, и приводим распределение Больцмана (4.39) к виду

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{U(x,y,z)}{kT}}. \qquad (4.41)$$

Потенциальную энергию для конкретного силового поля можно получить интегрированием

$$U(r) = -\int(\vec{F} \cdot \vec{r}), \qquad (4.42)$$

где $\vec{r} = \vec{r}(x, y, z)$ – радиус-вектор, $\vec{F}$ – сила, действующая на молекулы.

Если молекулы газа находятся в поле силы тяжести, то потенциальная энергия молекулы $U = m_0 g z$, где z – вертикальная координата, отсчитываемая от поверхности Земли (высота подъема). Тогда, согласно (4.40)

$$n(z) = n(0) \cdot e^{-\frac{m_0 g z}{kT}}, \qquad (4.43)$$

где n(z) – концентрация молекул на некоторой высоте (h = z), n(0) – концентрация молекул вблизи поверхности Земли (при z = 0).

Учитывая, что давление газа связано с концентрацией формулой $P = nkT$, получим закон изменения давления с высотой

$$p(z) = p(0) \cdot e^{-\frac{m_0 g z}{kT}}, \qquad (4.44)$$

так называемую *барометрическую формулу*.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

Значения интегралов

$$\int_0^\infty e^{-\alpha x}dx = \frac{1}{\alpha},$$

$$\int_0^\infty xe^{-\alpha x}dx = \frac{1}{\alpha^2},$$

$$\int_0^\infty xe^{-\alpha x^2}dx = \frac{1}{2\alpha},$$

$$\int_0^\infty x^2e^{-\alpha x^2}dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4}\alpha^{-3/2},$$

$$\int_0^\infty x^3e^{-\alpha x^2}dx = \frac{1}{2}\alpha^{-2},$$

$$\int_0^\infty x^4e^{-\alpha x^2}dx = \frac{3}{8}\sqrt{\pi}\,\alpha^{-5/2},$$

$$\int_0^\infty x^{3/2}\cdot e^{-\alpha x^2}dx = \frac{3}{4}\sqrt{\pi}\,\alpha^{-5/2}.$$

Таблица 2

Интеграл ошибок в интервале $0 \le x \le 3$

X	Φ(x)	X	Φ(x)	X	Φ(x)
0	0	0,6	0,6039	1,4	0,9523
0,05	0,0564	0,65	0,642	1,5	0,9661
0,1	0,1125	0,7	0,6778	1,6	0,9764
0,15	0,168	0,75	0,7112	1,7	0,9838
0,2	0,2227	0,8	0,7421	1,8	0,9891
0,25	0,2763	0,85	0,7707	1,9	0,9928
0,3	0,3286	0,9	0,7969	2	0,9953
0,35	0,3794	0,95	0,8209	2,2	0,9981
0,4	0,4284	1	0,8427	2,4	0,99931
0,45	0,4755	1,1	0,8802	2,6	0,99976
0,5	0,5205	1,2	0,9103	2,8	0,999925
0,55	0.5633	1,3	0,934	3	0,999978

Варианты расчетной работы № 2 (начало)

№ Вар	Идеальный газ	Первое начало термодинамики	Второе начало термодинамики
1	**1.17; 1.40; 1.71**	**2.11; 2.55; 2.71**	**3.11; 3.33; 3.84**
2	**1.21; 1.48; 1.95**	**2.26; 2.56; 2.72**	**3.26; 3.39; 3.70**
3	**1.31; 1.56; 1.78**	**2.12; 2.54; 2.74**	**3.12; 3.37; 3.83(а)**
4	**1.18; 1.43; 1.89**	**2.27; 2.57; 2.74**	**3.27; 3.40; 3.69**
5	**1.22; 1.55; 1.77**	**2.13; 2.53; 2.75**	**3.13; 3.45; 3.83(б)**
6	**1.33; 1.60; 1.94**	**2.28; 2.58; 2.76**	**3.28; 3.41; 3.68**
7	**1.19; 1.49; 1.85**	**2.14; 2.52; 2.77**	**3.14; 3.50; 3.82**
8	**1.23; 1.57; 1.76**	**2.29; 2.59; 2.78**	**3.21; 3.42; 3.67**
9	**1.39; 1.70; 1.87**	**2.16; 2.51; 2.79**	**3.15; 3.52; 3.81**
10	**1.10; 1.47; 1.84**	**2.30; 2.61; 2.80**	**3.22; 3.43; 3.66**
11	**1.27; 1.61; 1.83**	**2.16; 2.50; 2.81**	**3.16; 3.29; 3.80**
12	**1.38; 1.62; 1.75**	**2.31; 2.60; 2.82**	**3.23; 3.44; 3.65**
13	**1.11; 1.44; 1.82**	**2.17; 2.49; 2.83**	**3.17; 3.30; 3.79**
14	**1.28; 1.58; 1.81**	**2.32; 2.63; 2.84**	**3.24; 3.45; 3.64**
15	**1.37; 1.40; 1.89**	**2.18; 2.48; 2.85**	**3.18; 3.32; 3.78**
16	**1.12; 1.50; 1.73**	**2.33; 2.62; 2.86**	**3.25; 3.46; 3.63**
17	**1.29; 1.59; 1.94**	**2.19; 2.47; 2.87**	**3.19; 3.35; 3.77**
18	**1.36; 1.66; 1.74**	**2.34; 2.65; 2.88**	**3.26; 3.47; 3.62**
19	**1.13; 1.54; 1.93**	**2.20; 2.46; 2.89**	**3;20; 3.37; 3.76**
20	**1.26; 1.62; 1.79**	**2.35; 2.64; 2.90**	**3.27; 3.48; 3.61**
21	**1.35; 1.42; 1.88**	**2.21; 2.45; 2.91**	**3.21; 3.36; 3.75**
22	**1.14; 1.46; 1.72**	**2.36; 2.67; 2.92**	**3.28; 3.49; 3.60**
23	**1.25; 1.53; 1.91**	**2.22; 2.44; 2.93**	**3.22; 3.53; 3.74**
24	**1.34; 1.65; 1.80**	**2.37; 2.66; 2.78**	**3.17; 3.31; 3.59**
25	**1.15; 1.45; 1.86**	**2.23; 2.43; 2.80**	**3.23; 3.50; 3.73**
26	**1.24; 1.52; 1.90**	**2.38; 2.69; 2.86**	**3.20; 3.38; 3.58**
27	**1.32; 1.64; 1.80**	**2.24; 2.42; 2.71**	**3.24; 3.51; 3.72**
28	**1.16; 1.41; 1.96**	**2.39; 2.68; 2.90**	**3.19; 3.34; 3.57**
29	**1.30; 1.63; 1.90**	**2.25; 2.41; 2.85**	**3.25; 3.52; 3.71**
30	**1.20; 1.51; 1.92**	**2.40; 2.70; 2.89**	**3.18; 3.33; 3.56**

Варианты расчетной работы № 2 (продолжение)

№ Вар	Элементы статистической физики	Явления переноса	Реальные газы. Фазовые переходы
1	4.15; 4.81; 4.92	5.9; 5.46; 5.61	6.8; 6.41; 6.52
2	4.31; 4.66; 4.83	5.10; 5.45; 5.62	6.9; 6.40; 6.51
3	4.17; 4.80; 4.93	5.11; 5.44; 5.72	6.10; 6.39; 6.50
4	4.32; 4.65; 4.84	5.12; 5.43; 5.73	6.11; 6.38; 6.49
5	4.18; 4.79; 4.94	5.13; 5.42; 5.74	6.12; 6.37; 6.48
6	4.33; 4.64; 4.85	5.14; 5.41; 5.75	6.13; 6.36; 6.47
7	4.19; 4.78; 4.95	5.15; 5.40; 5.76	6.14; 6.35; 6.46
8	4.34; 4.63; 4.86	5.16; 5.39; 5.63	6.15; 6.34; 6.45
9	4.20; 4.77; 4.96	5.17; 5.38; 5.64	6.16; 6.33; 6;44
10	4.35; 4.62; 4.87	5.18; 5.37; 5;65	6.17; 6.32; 6;43
11	4.21; 4.76; 4.94	5.19; 5.35; 5.66	6.18; 6.31; 6.42
12	4.36; 4.61; 4.88	5.20; 5.34; 5.67	6.19; 6.48; 6.53
13	4.22; 4.75; 4.82	5.21; 5.63; 5.82	6.20; 6.47; 6.54
14	4.37; 4.60; 4.91	5.22; 5.64; 5.83	6.21; 6.46; 6.55
15	4.23; 4.74; 4.83	5.10; 5.65; 5.84	6.22; 6.45; 6.56
16	4.38; 4.59; 4.92	5.24; 5.50; 5.85	6.23; 6.44; 6.57
17	4.24; 4.73; 4.84	5.25; 5.51; 5.86	6.24; 6.43; 6.49
18	4.39; 4.58; 4.89	5.18; 5.52; 5.87	6.25; 6.42; 6.50
19	4.25; 4.72; 4.85	5.26; 5.53; 5.88	6.26; 6.41; 6.51
20	4.40; 4.57; 4.90	5.27; 5.54; 5.89	6.27; 6.40; 6.52
21	4.26; 4.71; 4.86	5.28; 5.55; 5.90	6.28; 6.39; 6.53
22	4.41; 4.56; 4.91	5.29; 5.56; 5.70	6.29; 6;38; 6.54
23	4.27; 4.70; 4.87	5.30; 5.47; 5.71	6.30; 6.37; 6.55
24	4.42; 4.55; 4.92	5.24; 5.39; 5.68	6.13; 6.36; 6.56
25	4.28; 4.69; 4.88	5.31; 5.49; 5.77	6.14; 6.35; 6.57
26	4.43; 4.54; 4.93	5.32; 5.57; 5.78	6.16; 6.34; 6.48
27	4.29; 4.68; 4.89	5.14; 5.58; 5.79	6.18; 6.33; 6.47
28	4.44; 4.53; 4.95	5.33; 5.59; 5.80	6.27; 6.32; 6.46
29	4.30; 4.67; 4.90	5.23; 5.60; 5.81	6.25; 6.31; 6.45
30	4.45; 4.52; 4.82	5.10; 5.40; 5.88	6.13; 6.36; 6.50